VI JORNADAS DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y III JORNADAS DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

BIBIANA IAFFEI
KARINA TEMPERINI
(COMPILADORAS)

FHUC UNL
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL
FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS

VI Jornadas de Educación Matemática y III Jornadas de Investigación en Educación Matemática: memorias / Raquel Abrate ... [et al.]; compilado por Bibiana Iaffei; Karina Temperini. - 1a ed. - Santa Fe: Universidad Nacional del Litoral, 2017.
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-692-165-7

1. Matemática. 2. Enseñanza. I. Abrate, Raquel II. Iaffei, Bibiana, comp. III. Temperini, Karina, comp.
CDD 510.711

VI Jornadas de Educación Matemática y III Jornadas de Investigación en Educación Matemática

ISBN 978-987-692-165-7
Santa Fe, Argentina
10 y 11 de agosto de 2017

VI Jornadas de Educación Matemática
III Jornadas de Investigación en Educación Matemática

MEMORIAS

◆ Fotografías ganadoras del concurso 2014

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL
FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS

FHUC UNL

Autoridades

Claudio Lizárraga
Decano FHUC - UNL

Ana María Mántica
Vicedecana FHUC - UNL

Departamento de Matemática
Directora:
Bibiana Iaffei

Junta Departamental:
Eleonora Cerati, Liliana Nitti y Yanina Redondo

Carrera de Matemática
Directora:
Karina Temperini

Comité Académico:
Silvia Bernardis, Ana Bressan, Eleonora Cerati, Silvia Etchegaray, Bibiana Iaffei, Ana María Mántica, Liliana Nitti,Irma Saiz, Sara Scaglia, Carmen Sessa, Liliana Tauber y Karina Temperini.

Comité Organizador:
Silvia Bernardis, Patricia Cavatorta, Eleonora Cerati,María Susana DalMaso, Marcela Götte, Bibiana Iaffei, Liliana Nitti, Yanina Redondo, Silvana Santellán, Sara Scaglia, Liliana Tauber y Karina Temperini.

Índice

3. Destino de un náufrago condicionado por variaciones aleatorias
Liliana Tauber

Talleres

1. Propuestas de enseñanza de la Inferencia Estadística Informal en Nivel Secundario.
Yanina Redondo, Silvana Santellán y Liliana Tauber

2. Sentido del Álgebra escolar.
Eleonora Cerati y Silvia Bernardis

3. Materiales lúdicos en la enseñanza de la geometría del espacio. Tangram 3D y Poliformas para el Nivel Primario.
Sara Scaglia y Erica Walemberg

4. Aportes de la Educación Matemática Crítica para la construcción del sentido en matemática.
Fabiana Kiener, Ignacio Martínez y Sara Scaglia

5. Elaboración y validación de conjeturas en Geometría a partir de una propuesta de enseñanza con GeoGebra.
Patricia Cavatorta, Magalí Freyre y Fernanda Renzulli

6. Los significados de las fracciones en distintos contextos de uso: música y fractales.
Marilina Carena y Bibiana Iaffei

Conversatorio en torno a la enseñanza de la probabilidad y estadística: "Acerca de la relevancia de formar ciudadanos estadísticamente cultos".
Coordinadora: Mariela Cravero
Participantes invitados: Noelia Magalí Bertorello, Silvia Alicia Lemma, Melina Monutti y María Alejandra Santarrone

Ponencias

Resúmenes

Eje 1: La Educación Matemática en el nivel inicial y en el nivel primario

1. Matematizar y resolver problemas en el nivel inicial. Otro abordaje de una salida tradicional.
Patricia Cavatorta y Marina Acosta

2. Matemática y viajeros.
Arnaldo Gabriel Arias y María Lorena Mattalia

3. Una historia para contar.
María Emilia Valls

Eje 2: La Educación Matemática en el nivel secundario

1. Un espacio diferente, las tutorías entre pares.
María Alejandra Santarrone y María Eugenia Maumary

2. Matemática + Topografía.
Carina Maumary, María Eugenia Maumary y Ricardo Pujato

3. El uso de un sistema de geometría dinámica para favorecer el aprendizaje de las nociones de área y volumen en el nivel secundario.
Micaela Mazzola, María Florencia Cruz, María Eugenia Cammisi y Marcela Götte

4. Modelización matemática: función lineal.
Flavia Viviana Arguello, Diana Yamila Chamorro, Claudia María Esquivel, Christian Bernabé González, Lucas Ezequiel Götz y Victor Hugo Verón

5. El juego: motivación en las clases de matemática de la escuela secundaria.
Belquis Alaniz, Agustina Huespe, Mariel Lovatto, Cristina Roggiano, Gabriela Roldán y Claudia Zanabria

6. Construcción del sentido de los números negativos: una experiencia de aula.
Emanuel Issa Nuñez, Juan Zambrano, José Cumín, Rosa Martinez y Patricia Detzel

7. Límite de sucesiones como contenido de aprendizaje en el nivel secundario.
Julieta Zaninovich y Irma Saiz

8. Análisis didáctico de prácticas institucionales de divisibilidad realizado en un curso de formación docente.
Ricardo Fabian Espinoza y Marcel David Pochulu

Eje 3: Innovaciones en el uso de tecnologías aplicadas en el aula de Matemática

1. La enseñanza de sistemas de inecuaciones lineales utilizando el Candy Crush.
Natalí Medina y Melisa Fernández

2. Enseñanza del álgebra lineal: uso de Moodle como herramienta de aprendizaje.
Fabiana Montenegro, Aylén Carrasco y Alejandra Gagliardo

3. Innovación en la educación matemática. Incorporación de apps de telefonía celular como elemento educativo.
Amilcar Pedro Orazzi

4. Valoración de una tarea de geometría sobre cuadriláteros inscriptos y sus propiedades para resolver utilizando GeoGebra.
Fernanda Renzulli, Patricia Cavatorta y Magali Freyre

5. Descubriendo y validando propiedades con GeoGebra.
Adriana Frausin y Sandra Ramirez

6. La enseñanza de la función polinómica de primer grado con GeoGebra.
Roxana Ramírez, Irma Manuela Benítez, María Itatí Gandulfo y Marisel De Zan

Eje 4: La educación matemática en la formación de los futuros profesores de Matemática

10. Un trabajo institucional: proyectos que apuestan a mejorar la formación inicial de profesores de matemática.
María Angélica Zurbriggen, Patricia Cavatorta y Patricia Marioni

11. Formación de profesores para enseñar geometría analítica. Estado de avance de una tesis doctoral.
Virginia Ciccioli y Natalia Sgreccia

12. La ficción matemática y los mandalas como recurso didáctico.
Néstor Oscar Komarnicki y Patricia Alejandra Bussetto

Eje 5: La educación matemática en carreras no matemáticas

1. La enseñanza de la matemática con la redacción de casos como recurso didáctico.
Belquis Alaniz, Viviana Cámara, Dina Peralta, Marta Nardoni y Ernesto Zianni

2. Una experiencia de cátedra: uso de la plataforma Moodle como herramienta para la evaluación continua de aprendizajes en cálculo de una variable en la universidad.
Mario Garelik, María Angélica Zurbriggen, María Florencia Acosta, Sebastián Bergagno y Lucía Manelli

3. Prácticas de enseñanza de Análisis Matemático I en ingeniería.
Silvina Suau y Romina Ferrando

4. Impacto de una intervención pedagógica en un curso de ambientación a la vida universitaria en el área matemática.
Sandra Ponce, Magalí Soldini, Adriana Marichal, Gabriela Martínez y R. Darío Ponce

5. La evaluación de conceptos estadísticos en carreras de ciencias sociales.
Liliana Mabel Tauber, Silvana María Santellán y Mariela Cravero

6. El proceso de investigación-acción como protagonista del cambio en el plan de evaluación de un curso de matemática para ingeniería.
L. Carolina Carrere, Marisol Perassi, Leandro Escher, Emiliano Ravera, Iván Lapyckyj, Alberto Miyara, Gustavo Pita, Solange Milesi y Diana Waigandt

7. Modelado paramétrico: herramienta para la articulación interdisciplinar.
María Soledad Fritz, Paula González Mués, María Graciela Imbach, Sandra Kernot, Cecilia Laspina, Paula Ricardi, Hurí Speratti y María Victoria Vuizot

8. Propuesta para estudiantes de carreras no matemáticas que desestabilizan sus imágenes conceptuales.
Ana María Mántica y Marcela Götte

9. Propuesta didáctica activa para la enseñanza teniendo en cuenta las características de los jóvenes.
María Itatí Gandulfo, María Alicia Gemignani, Maricel Vanesa De Zan y Melina Belén Zapata

Eje 6: Educación y Estadística

1. Caracterización de un dispositivo didáctico para cursos de introducción a la estadística en carreras universitarias.
Gabriela Cabrera

2. Conceptos de estadística en carreras universitarias no matemáticas. Su impacto en el rendimiento académico de la asignatura.
María Florencia Walz, Olga Beatriz Ávila y Liliana Ester Contini

3. Enseñando Estadística con humor.
Mónica Guitart Coria y Betiana Latorre

Eje 7: Investigación en Educación Matemática y en Educación Estadística

1. Análisis de un proyecto estadístico basado en un sistema de indicadores de razonamiento y pensamiento estadístico.
Mariel Lovatto y Liliana Tauber

2. Análisis onto-semiótico de una tarea que promueve la puesta en funcionamiento del razonamiento conjetural.
Sonia Gallo, Silvia Etchegaray y María E. Markiewicz

3. Empoderamiento en educación matemática: estudio de un caso.
Adriana Magallanes y Cristina Esteley

4. Un estudio ontosemiótico de la integral definida a partir del análisis de un libro de texto.
José Gómez y Elsa Ibarra

5. Configuraciones de clases de matemática en el nivel superior.
Marcel David Pochulu y Raquel Susana Abrate

6. Un estudio exploratorio sobre concepciones iniciales de la probabilidad en futuros profesores de matemática.
Mario Alvarez, Marcel Pochulu y Gabriela Cabrera

7. Análisis desde la educación matemática crítica de una experiencia inserta en un proyecto escolar interdisciplinario.
Ignacio Martínez, Fabiana Kiener y Sara Scaglia

Trabajos en extenso

Eje 1: La Educación Matemática en el nivel inicial y en el nivel primario

1. Matematizar y resolver problemas en el nivel inicial. Otro abordaje de una salida tradicional.
Patricia Cavatorta y Marina Acosta

2. Matemática y viajeros.
Arnaldo Gabriel Arias y María Lorena Mattalia

3. Una historia para contar.
María Emilia Valls

Eje 2: La Educación Matemática en el nivel secundario

1. Un espacio diferente, las tutorías entre pares.
María Alejandra Santarrone y María Eugenia Maumary

2. Matemática + Topografía.
Carina Maumary, María Eugenia Maumary y Ricardo Pujato

3. El uso de un sistema de geometría dinámica para favorecer el aprendizaje de las nociones de área y volumen en el nivel secundario.
Micaela Mazzola, María Florencia Cruz, María Eugenia Cammisi y Marcela Götte

4. El juego: motivación en las clases de matemática de la escuela secundaria.
Belquis Alaniz, Agustina Huespe, Mariel Lovatto, Cristina Roggiano, Gabriela Roldán y Claudia Zanabria

5. Construcción del sentido de los números negativos: una experiencia de aula.
Emanuel Issa Nuñez, Juan Zambrano, José Cumín, Rosa Martinez y Patricia Detzel

6. Análisis didáctico de prácticas institucionales de divisibilidad realizado en un curso de formación docente.
Ricardo Fabian Espinoza y Marcel David Pochulu

Eje 3: Innovaciones en el uso de tecnologías aplicadas en el aula de Matemática

1. Enseñanza del álgebra lineal: uso de Moodle como herramienta de aprendizaje.
Fabiana Montenegro, Aylén Carrasco y Alejandra Gagliardo

2. Valoración de una tarea de geometría sobre cuadriláteros inscriptos y sus propiedades para resolver utilizando GeoGebra.
Fernanda Renzulli, Patricia Cavatorta y Magali Freyre

3. Descubriendo y validando propiedades con GeoGebra.
Adriana Frausin y Sandra Ramirez

Eje 4: La educación matemática en la formación de los futuros profesores de Matemática

1. Una experiencia sobre planificación de un contenido de estadística en la cátedra de práctica docente.
Fernanda Renzulli y Silvana Santellán

2. Prácticas innovadoras en la formación docente inicial.
Flavio Schvartz y Lorena Díaz

3. Un posible abordaje de la modelización matemática en la formación de profesores.
Nilda Etcheverry, Marisa Reid y Rosana Botta Gioda

4. Integrando y compartiendo experiencias y aprendizajes: relato de una experiencia diferente de práctica docente.
Gladys Cáceres, Macarena Lapi y Beatriz Erbiti

5. Análisis del material de estudio utilizado en la formación en geometría sintética de futuros profesores.
Lucía Schaefer y Natalia Sgreccia

6. Aportes para la formación de habilidades de representación geométrica en futuros profesores en matemática. Un estudio de caso.
Sabrina Grossi y Natalia Sgreccia

7. La actividad matemática de clasificar. Concepciones de futuros profesores.
María Florencia Cruz, Marcela Götte y Ana María Mántica

8. Un trabajo institucional: proyectos que apuestan a mejorar la formación inicial de profesores de matemática.
María Angélica Zurbriggen, Patricia Cavatorta y Patricia Marioni

9. Formación de profesores para enseñar geometría analítica. Estado de avance de una tesis doctoral.
Virginia Ciccioli y Natalia Sgreccia

10. La ficción matemática y los mandalas como recurso didáctico.
Néstor Oscar Komarnicki y Patricia Alejandra Bussetto

Eje 5: La educación matemática en carreras no matemáticas

1. Prácticas de enseñanza de Análisis Matemático I en ingeniería.
Silvina Suau y Romina Ferrando

2. Impacto de una intervención pedagógica en un curso de ambientación a la vida universitaria en el área matemática.
Sandra Ponce, Magalí Soldini, Adriana Marichal, Gabriela Martínez y R. Darío Ponce

3. La evaluación de conceptos estadísticos en carreras de ciencias sociales.
Liliana Mabel Tauber, Silvana María Santellán y Mariela Cravero

4. El proceso de investigación-acción como protagonista del cambio en el plan de evaluación de un curso de matemática para ingeniería.
L. Carolina Carrere, Marisol Perassi, Leandro Escher, Emiliano Ravera, Iván Lapyckyj, Alberto Miyara, Gustavo Pita, Solange Milesi y Diana Waigandt

5. Modelado paramétrico: herramienta para la articulación interdisciplinar.
María Soledad Fritz, Paula González Mués, María Graciela Imbach, Sandra Kernot, Cecilia Laspina, Paula Ricardi, Hurí Speratti y María Victoria Vuizot

6. Propuesta didáctica activa para la enseñanza teniendo en cuenta las características de los jóvenes.
María Itatí Gandulfo, María Alicia Gemignani, Maricel Vanesa De Zan y Melina Belén Zapata

Eje 6: Educación Estadística

1. Conceptos de estadística en carreras universitarias no matemáticas. Su impacto en el rendimiento académico de la asignatura.
María Florencia Walz, Olga Beatriz Ávila y Liliana Ester Contini

Eje 7: Investigación en Educación Matemática y en Educación Estadística

1. Análisis de un proyecto estadístico basado en un sistema de indicadores de razonamiento y pensamiento estadístico.
Mariel Lovatto y Liliana Tauber

2. Empoderamiento en educación matemática: estudio de un caso.
Adriana Magallanes y Cristina Esteley

3. Un estudio ontosemiótico de la integral definida a partir del análisis de un libro de texto.
José Gómez y Elsa Ibarra

4. Análisis desde la educación matemática crítica de una experiencia inserta en un proyecto escolar interdisciplinario.
Ignacio Martínez, Fabiana Kiener y Sara Scaglia

Pósteres

1. Desempeño de los estudiantes en problemas de desigualdad matemática.
Micaela Mazzola

2. Una propuesta didáctica que propicia el trabajo con ideas estocásticas fundamentales y el razonamiento inferencial informal.
Larisa Zilloni y Liliana Tauber

3. La importancia de las desigualdades en la formación de los futuros profesores en matemática.
Jonathan Eugenio Angeloni y Melina Estefanía Flesler

4. Los problemas de lugar geométrico como medio para investigar los modos de validación que utilizan los alumnos del profesorado de matemática.
Cintia Ailén Hurani y María Susana Dal Maso

Concurso de fotografía

Presentación

Las Jornadas de Educación Matemática y de Investigación en Educación Matemática convocan a docentes vinculados a la enseñanza de la Matemática en los distintos niveles educativos, docentes de Profesorados de Matemática e investigadores que trabajan en el Área de Educación Matemática. Las mismas son organizadas desde el año 2003 por el Departamento de Matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional del Litoral, primero con una periodicidad de cada dos años y desde el año 2005 con una periodicidad de cada tres años.

Estas Jornadas tiene entre sus objetivos generar un espacio de debate y reflexión en torno a las diversas problemáticas de la Educación Matemática, para la comunidad de educadores e investigadores nacionales e internacionales en el área; ofrecer un ámbito de comunicación y difusión de las investigaciones científicas y tecnológicas en la temática; mostrar innovaciones relativas a la Didáctica de la Matemática y su implementación en las aulas; discutir sobre la articulación de niveles en lo específico a la Educación Matemática; profundizar sobre la incorporación de las TIC's en la enseñanza de la matemática; debatir sobre los temas claves para la formación de futuros profesores de matemática.

Este evento se llevó a cabo los días 10 y 11 de agosto de 2017 en la sede de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional del Litoral, cita en la Ciudad Universitaria de la ciudad de Santa Fe. Además de contar con el auspicio de la Universidad Nacional del Litoral y la infraestructura tanto edilicia como administrativa de la Facultad de Humanidades y Ciencias, el Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe declaró a estas jornadas de interés educativo mediante resolución nro. 0807/17. Por otra parte, fueron patrocinadores del evento la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica y el CONICET.

En la edición 2017 de las jornadas hubo 332 participantes entre docentes, investigadores y alumnos de Profesorados de Matemática, procedentes de distintas provincias del país: Santa Fe, Entre Ríos, Corrientes, Misiones, Formosa, Santiago del Estero, Córdoba, Buenos Aires, La Pampa, Río Negro y Chubut.

Se dictaron tres conferencias plenarias:

- Contrastes entre la Educación Matemática Realista y la Teoría de situaciones a cargo de Ana Bressan (GPDM).

- Matematizando juntos en voz alta: Interjuego de preguntas y diagramas en situaciones de interacción grupal conjunta a cargo de Betina Zolkower (Brooklyn College, CUNY-USA)
- Resolución de problemas en la clase de matemática a cargo de Mabel Rodríguez (UNGS).

Se llevaron a cabo tres paneles de discusión:

- Educación Estadística en la Ciudadanía con la participación de Mónica Guitart (UnCuyo), Adriana Pérez (UBA) y Liliana Tauber (UNL).
- Enseñanza de la Geometría en la escuela obligatoria con la participación de: Verónica Cambriglia (UNGS-UBA), Ana María Mántica (UNL) y Fabián Vitabar (Instituto GeoGebra de Uruguay).
- Enseñanza de la Aritmética y el Álgebra en la escuela obligatoria con la participación de: Valeria Borsani (UNIPE) y Silvia Etchegaray (UNRC).

Se ofrecieron 3 cursos y 6 talleres:

- Curso 1: *Utilización de Sitios Web "Jueces Online" en Profesorados de Matemática*.A cargo del Ing. Daniel Ambort y el Sr. Santiago Ré. Asistentes:19.
- Curso 2: *Funciones exponenciales en la cocina: crecimiento de una población de moho*.A cargo de la Dra. Liliana Nitti, la Dra. KarinaTemperini y la Dra. Karina Torres. Asistentes: 78.
- Curso 3: *Destino de un náufrago condicionado por variaciones aleatorias*. A cargo de la Dra. Liliana Tauber. Asistentes: 36.
- Taller 1: *Propuestas de enseñanza de la Inferencia Estadística Informal en Nivel Secundario*.A cargo de la Prof. Yanina Redondo, la Prof. Silvana Santellán y la Dra. LilianaTauber. Asistentes: 33.
- Taller 2: *Sentido del Álgebra escolar*.A cargo de la Mg. Eleonora Cerati y la Mg. Silvia Bernardis. Asistentes: 60.
- Taller 3: *Materiales lúdicos en la enseñanza de la geometría del espacio. Tangram 3D y Poliformas para el Nivel Primario*. A cargo de la Dra. Sara Scaglia y la Prof. Erica Walemberg.Asistentes: 29.
- Taller 4: *Aportes de la Educación Matemática Crítica para la construcción del sentido en Matemática*. A cargo de la Prof. Fabiana Kiener, el alumno Ignacio Martínez y la Dra. Sara Scaglia. Asistentes: 33.
- Taller 5: *Elaboración y validación de conjeturas en Geometría a partir de una propuesta de enseñanza con GeoGebra*. A cargo de la Prof. Patri-

cia Cavatorta, la Prof. Magalí Freyre y la Prof. Fernanda Renzulli. Asistentes: 40.

- Taller 6: *Los significados de las fracciones en distintos contextos de uso: música y fractales.*A cargo de la Dra. Marilina Carena y la Dra. Bibiana Iaffei. Asistentes: 74.

Se realizó además un Conversatorio en torno a la enseñanza de la probabilidad y estadística: *"Acerca de la relevancia de formar ciudadanos estadísticamente cultos"*coordinado por la Esp. Mariela Cravero y con la participación de docentes invitados de distintos niveles educativos.

Se realizó también una presentación y defensa de pósteres de alumnos avanzados o graduados recientes de Profesorados de Matemática:

- Poster 1: Desempeño de los estudiantes en problemas de desigualdad matemática. Micaela Mazzola. Facultad de Humanidades y Ciencias, UNL.
- Poster 2: Una propuesta didáctica que propicia el trabajo con ideas estocásticas fundamentales y el razonamiento inferencial informal. Larisa Zilloni y Liliana Tauber. Facultad de Humanidades y Ciencias, UNL.
- Poster 3: La importancia de las desigualdades en la formación de los futuros profesores en Matemática. Jonathan Eugenio Angeloni y Melina Estefanía Flesler. Facultad de Ciencia y Tecnología sede Oro Verde, UADER.
- Poster 4: Los problemas de lugar geométrico como medio para investigar los modos de validación que utilizan los alumnos del profesorado de matemática. Cintia Ailén Hurani y María Susana Dal Maso. Facultad de Humanidades y Ciencias, UNL.

En el marco de las jornadas se presentaron 62 ponencias que fueron sometidas a evaluación en forma anónima, de las cuales 50 fueron aceptadas para su presentación oral y publicación en las Actas del Congreso. Las exposiciones de dichos trabajos se encuadraron en 7 (siete) ejes temáticos:

1. La Educación Matemática en el nivel inicial y en el nivel primario.
2. La Educación Matemática en el nivel secundario.

3. Innovaciones en el uso de tecnologías aplicadas en el aula de Matemática.
4. La educación matemática en la formación de los futuros profesores de Matemática.
5. La educación matemática en carreras no matemáticas.
6. Educación Estadística.
7. Investigación en Educación Matemática y en Educación Estadística.

Finalmente se realizó, como en las versiones anteriores, el Concurso de Fotografía: "La matemática está en todas partes" destinado a alumnos de escuelas secundarias. Se presentaron 75 fotografías que fueron evaluadas por un jurado constituído por los docentes del Departamento de Matemática de FHUC (UNL): la Mg. Eleonora Cerati y el Lic. Berardino Santirocco junto con el Sr. Federico Inchauspe encargado de la Fotogalería Municipal. Como resultado del concurso se otorgaron primer premio, segundo premio y mención en la categorías A (alumnos de primer año y segundo año de la escuela secundaria) y en la categoría B (alumnos de tercer año y cuarto año de la escuela secundaria). En la categoría C (alumnos de quinto año de la escuela secundaria y los alumnos de los cursos superiores de aquellas escuelas que tengan una duración mayor a 5 años) sólo se otorgó primer premio.

Este e-book es una memoria de todas las actividades que se llevaron a cabo en el transcurso de estas jornadas. Consta de los resúmenes de las conferencias plenarias, paneles de discusión, cursos, talleres, ponencias, conversatorio y concurso de fotografía.

Ademásesta publicaciónrecopila algunos trabajos en extenso de las ponencias y de los cuatro pósteres, los cuales fueron aprobados, luego de ser sometidos a evaluación y con posterioridad efectivamenteexpuestos. La organizaciónestá dada a partir de los siete ejes mencionados anteriormente.

Bibiana Iaffei	Karina Temperini
Directora Departamento de Matemática	Directora Carrera de Matemática

Conferencias plenarias

Contrastes entre la Educación Matemática Realista y la Teoría de Situaciones.

ANA BRESSAN

anamariabressan@gmail.com

Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática. San Carlos de Bariloche. Argentina.

Resumen

La charla buscará situar a los oyentes en los contextos históricos y motivacionales que alentaron a Hans Freudenthal y a Guy Brousseau a desarrollar sus teorías didácticas, destacando los propósitos y las características de cada una para comprender el valor de cada modelo.

Resolución de problemas en la clase de matemática.

MABEL RODRÍGUEZ
mrodri@ungs.edu.ar
Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS). Buenos Aires. Argentina.

Resumen
La terminología "resolución de problemas" concebida para la clase de matemática admite diversos significados, según sea el enfoque de Educación Matemática desde el que se la utiliza. Se exponen rasgos centrales de la Escuela Anglosajona para luego hacer un contrapunto señalando diferencias y matices, que se dan al considerar otros enfoques teóricos (como la Teoría de Situaciones Didácticas), entre: algunos conceptos clave (como el de "problema"), rol del docente, formas de trabajo en el aula, diseño de problemas, planificación de la enseñanza, evaluación, etc. Se incluyen ejemplos para favorecer tal diferenciación.

Matematizando juntos en voz alta: interjuego de preguntas y diagramas en situaciones de interacción grupal conjunta.

BETINA ZOLKOWER

zolkowerbetina@gmail.com

Brooklyn College. The City University of New York (CUNY) –USA

Resumen

Esta presentación trata acerca del modo en que los docentes conducen situaciones de interacción de todo el grupo dentro de la clase, en particular, del papel que juegan las preguntas y los diagramas. A modo de ejemplo, se presentarán registros de interacción tomados en aulas de sexto grado en San Carlos de Bariloche y Nueva York. El análisis interpretativo de estas conversaciones se realiza dentro de un marco teórico-metodológico que combina, desde una perspectiva Vygotskiana,la didáctica de Freudenthal con herramientas de la gramática sistémico-funcional (Halliday) y de la semiótica Peirceana (Dörfler, Hoffmann). Este marco nos permite concebir a la interacción como texto multi-semiótico en el que los alumnos, bajo la batuta docente piensan en voz alta acerca del asunto matemático en cuestión. Nuestra hipótesis central es que, en la medida en que preguntas y diagramas contribuyan a la co-construcción guiada de textos multi-semióticos coherentes y cohesivos, estas conversaciones resultarán memorables para los alumnos—no sólo en su contenido sino también y sobre todo en su forma—lo cual las vuelve cruciales para la formación de su pensamiento matemático.

Paneles de discusión

La enseñanza de la Geometría en la escuela obligatoria.

VERÓNICA CAMBRIGLIA
cambriglia@gmail.com
Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS)- Universidad de Buenos Aires (UBA)

Resumen

La Geometría entraña una compleja relación entre los objetos reales -vinculados a la percepción y sensibles a nuestros sentidos– y los objetos teóricos que la conforman. Sabemos que es intrínseca a la Matemática la tensión que existe entre representación y objeto, sin embargo en la Geometría las representaciones de los objetos teóricos conllevan, a su vez, una figura posible en el espacio físico o sensible.
¿Cómo generar condiciones que permitan a los alumnos avanzar desde un posicionamiento más empírico, basado en la percepción y manipulación de objetos, a un posicionamiento basado en las relaciones matemáticas que los constituyen?
Desde los diseños - acordamos con ellos- las actividades de construcción se proponen como un motor que abona al establecimiento de conjeturas, a la anticipación y producción de argumentos que permitan asegurar la existencia de soluciones y la unicidad de las mismas y al despliegue de procesos de validación posterior con el indispensable aporte de la gestión docente.
Nos proponemos abordar estas cuestiones discutiendo -a modo de ejemplo- una actividad de construcción y una posible gestión que favorezca la puesta en juego de relaciones y propiedades del objeto geométrico al que se pretende dar lugar con la propuesta de enseñanza.

ANA MARÍA MÁNTICA
ana.mantica@gmail.com
Universidad Nacional del Litoral (UNL)

Resumen

En el quehacer geométrico se presentan dos aspectos puntuales y propios del trabajo matemático que generan dificultades en los estudiantes como son las relaciones entre

la definición y la representación de un concepto, y entre la producción y validación de sus propiedades. Sin duda los avances tecnológicos han influido notablemente en las tareas matemáticas y específicamente, los ambientes de geometría dinámica intervienen modificando el proceso de aprendizaje de los estudiantes, donde el planteo de conjeturas, el análisis de relaciones, la comunicación de resultados se ven modificados con su incorporación en la clase de matemática.

Los docentes nos vemos interpelados sobre el modo en que las tecnologías digitales modifican y ofrecen nuevas posibilidades didácticas. Planteamos en este panel algunos interrogantes sobre qué es lo que cambia en la enseñanza y el aprendizaje cuando se resuelve un problema conocido utilizando tecnología, cuáles son los aportes de la tecnología, qué conocimientos matemáticos son necesarios. También reflexionaremos sobre cómo el uso del arrastre, la traza y el lugar geométrico de un ambiente dinámico tensionan la construcción de conceptos y la actividad de validar.

FABIÁN VITABAR
fvitabar@gmail.com
Instituto GeoGebra Uruguay

Resumen

Si bien la geometría surge como la abstracción y análisis de las formas y medidas del mundo que nos rodea, la escuela se ha encargado de anclarla en lo abstracto y simbólico. Hoy, las tecnologías digitales nos ofrecen muchas oportunidades de recuperar la geometría en su entorno físico y real, divertido y desafiante, artístico y científico. GeoGebra es un conjunto de herramientas didácticas y entornos colaborativos que ponen muy a la mano este tipo de abordajes y nos invita a repensar la geometría escolar.

La enseñanza de la Aritmética y el Álgebra en la escuela obligatoria.

VALERIA BORSANI
valeria.borsani@unipe.edu.ar
Universidad Pedagógica Nacional (UNIPE)

Resumen

En esta presentación, analizaremos un tipo de trabajo "algebraico" que pone en juego conocimientos aritméticos para estudiar la validez de una afirmación. Se reflexionará sobre la potencia de actividades que involucran la lectura de información a partir de la escritura de un cálculo y la transformación de una expresión en otra equivalente. Ambas, componentes fundamentales del trabajo algebraico.

Nos centraremos en el estudio de las condiciones de validez de una afirmación que involucra expresiones con letras (la afirmación puede ser válida para algunos valores de la variable, para cualquier valor o para ningún valor) y sobre el proceso de generalización involucrado. Finalmente, veremos cómo estas ideas pueden abonar a la noción de ecuación, como un tipo particular de afirmaciones que involucran variables.

SILVIA ETCHEGARAY
setchegaray@exa.unrc.edu.ar
Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC)

Resumen

El propósito esencial de esta intervención es tratar de poner en valor la necesidad del análisis didáctico-matemático de cierto tipo de actividades aritmético-algebraicas que permiten la emergencia de nuevos conocimientos matemáticos cuando se ponen a funcionar diversos procesos duales, tales como la particularización-generalización, o la materialización-idealización, los cuales regulan la actividad matemática tanto personal como institucional. Esto sumado a la posibilidad de "poner en diálogo" diferentes tipos de resoluciones en una clase de matemática regulada por la producción de conocimiento, ayudan a comprender nuevas cuestiones relativas al complejo "proceso de algebri-

zación" de la Aritmética. Para transitar en este camino, plantearé un problema aritmético donde, al poner al descubierto la necesidad de poner en marcha estos tipos de procesos para su resolución y validación de las propiedades emergentes, se avanza en niveles de algebrización de los objetos aritméticos involucrados.

Educación Estadística en la Ciudadanía.

MÓNICA GUITART
monicaguitart@gmail.com
Universidad (UNCUYO)

ADRIANA PÉREZ
adrianaperez000@gmail.com
Universidad de Buenos Aires (UBA)

LILIANA TAUBER
estadisticamatematicafhuc@gmail.com
Universidad Nacional del Litoral (UNL)

Resumen

Actualmente, el tratamiento de las problemáticas específicas de la Educación Estadística ganan terreno día a día dentro de la Educación Matemática, esto se debe principalmente a:

- La creciente aplicación de la Estadística en diversas áreas de la vida de los ciudadanos y por ende, de los estudiantes.
- La inclusión de contenidos asociados a la Estocástica en los diversos niveles educativos y los cambios en la metodología de abordaje de estos contenidos, influenciados por las nuevas tecnologías, plantean nuevos problemas, tanto para la investigación en el área como para la Educación Estadística propiamente dicha. Es así que se abren nuevas líneas de debate y de investigación basados no sólo en los contenidos y en la metodología a desarrollar en las diversas carreras de nivel superior y en los profesorados de matemática en particular, sino también centrados en los problemas de comprensión de los distintos actores a los que se dirige la Educación Estadística.

Tomamos este panorama como fundamento para plantear el presente Panel en el cual nos proponemos debatir sobre los siguientes ejes:

- Problemáticas de la Educación Estadística en la formación de profesores de Matemática
- Problemáticas de la Educación Estadística en carreras no matemática.

Cursos

Utilización de Sitios Web 'Jueces Online' en Profesorados de Matemática.

DANIEL AMBORT
dambort@gmail.com
Universidad Nacional del Litoral (UNL).

Resumen
Los sitios web jueces en línea (online judge websites) tienen ya un desarrollo de varios años como herramienta de apoyo al aprendizaje de conceptos y habilidades necesarias en la programación de computadoras y resolución de problemas mediante algoritmos. Estos sitios brindan facilidades deseables en el soporte de distintos procesos de enseñanza- aprendizaje. En este curso nos proponemos analizar las bondades de estas herramientas y cómo implementarlas para que sirvan de soporte y apoyo al dictado de las distintas asignaturas de una carrera como el Profesorado de Matemática.

Funciones exponenciales en la cocina: crecimiento de una población de moho.

LILIANA NITTI
KARINA TEMPERINI
KARINA TORRES
liliana.nitti@gmail.com / ktemperini@gmail.com / kariantorres@gmail.com
Universidad Nacional del Litoral (UNL).

Resumen
Se presentará una propuesta para trabajar con funciones exponenciales y logísticas mediante la elaboración de modelos, utilizando datos obtenidos experimentalmente por los alumnos, transformando el aula de matemática en un laboratorio.

Destino de un náufrago condicionado por variaciones aleatorias.

LILIANA TAUBER
estadisticamatematicafhuc@gmail.com
Universidad Nacional del Litoral (UNL).

Resumen

Desde algunos años, la comunidad de educadores estadísticos, ha expresado su preocupación por lograr una Alfabetización Estadística para todos, enfatizando el desarrollo de propuestas de enseñanza basadas en las ideas fundamentales de la Educación Estadística: aleatoriedad, variabilidad y distribución.

Es por ello, que en esta oportunidad, presentaremos una actividad que permite desarrollar estas ideas a través de distintos niveles educativos, utilizando simulaciones con material manipulable y virtual. Además, aportaremos un análisis conceptual de dicha actividad de tal manera de poder reflexionar sobre los conceptos, sus propiedades y relaciones que se pueden introducir a través de la misma.

Talleres

Propuestas de enseñanza de la Inferencia Estadística Informal en Nivel Secundario.

YANINA REDONDO

SILVANA SANTELLÁN

LILIANA TAUBER

yaniredondo@gmail.com / santellansilvana@gmail.com / estadisticamatematicafhuc@gmail.com

Universidad Nacional del Litoral (UNL).

Resumen

Si bien, actualmente los contenidos de Estadística y Probabilidad atraviesan los programas de todos los niveles educativos, ya que los mismos constituyen una herramienta fundamental para la vida profesional y también personal, muchos son los estudiantes que finalizan sus estudios sin comprender, de manera adecuada, conceptos o procedimientos estocásticos. Frente a esta situación paradójica, nuestro desafío como docentes es pensar propuestas que permitan construir una estadística con sentido crítico y *enfocarnos* en fomentar la cultura estadística de nuestros estudiantes.

Considerando las actuales líneas de investigación y propuestas de educadores en el área, una de las formas de promoverla enseñanza y el aprendizaje de estadística con un sentido crítico es a través de fomentar el *Razonamiento Inferencial Informal* (Makar, Bakker y Ben-Zvi, 2011). Este tipo de propuestas de enseñanza permiten la integración de tres componentes complejas y a la vez fundamentales: aleatoriedad, generalización basada en datos yvariabilidad. De esta manera, es posible ofrecer a los estudiantes un entorno de aprendizaje que brinda la posibilidad de aprender conceptos complejos por medio de la interrelación y aplicación de los mismos, encaminándonos así al tan deseado puente entre el Análisis Exploratorio de Datos y la Inferencia Estadística Formal.

Es así que en este taller trabajaremos con dos propuestas elaboradas a partir del enfoque del Razonamiento Inferencial Informal, considerandoalgunos contenidos indicados para Nivel Secundario, que pueden considerarse como hilo conductor para el desarrollo de ideas estocásticas fundamentales y razonamientos estadísticos adecuados a los distintos niveles.

Sentido del Álgebra escolar.

ELEONORA CERATI
SILVIA BERNARDIS
eleonoracerati@gmail.com / silvia.bernardis@gmail.com
Universidad Nacional del Litoral (UNL).

Resumen

Los contenidos del taller se vinculan con el análisis de experiencias didáctico-matemáticas emergentes de la práctica profesional que permitan la reflexión sobre la-problemática de la construcción del sentido del álgebra en la escuela secundaria.

El objetivo es caracterizar los aspectos que priorizan los docentes en la construcción del sentido del álgebra escolar en sus prácticas profesionales a partir de sus respuestas a un cuestionario y del análisis del texto utilizado con sus estudiantes para abordar los contenidos de álgebra.

Materiales lúdicos en la enseñanza de la geometría del espacio. Tangram 3D y Poliformas para el Nivel Primario.

SARA SCAGLIA
ERICA WALEMBERG
sbscaglia@gmail.com / ericaw_006@yahoo.com.ar
Universidad Nacional del Litoral (UNL).

Resumen
La geometría, a pesar de su importancia, no está muy presente en las aulas. "Un desafío actual, preocupación compartida por muchos docentes, es cómo reinstalar la geometría en las aulas con la misma fuerza que tenía anteriormente, pero sin que la enseñanza esté centrada en la transmisión de nombres y técnicas de construcción" (Broitman e Itzcovich, 2012)
En los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios para el Nivel Primario (2011) se propone para los últimos años de la escuela primaria avanzar en el conocimiento de las figuras y los cuerpos geométricos. Para ello se recomienda el planteo de situaciones problemáticas que permitan, entre otras habilidades: comparar y describir figuras y cuerpos; construir figuras mediante distintos procedimientos; sistematizar propiedades de figuras y cuerpos; estimar, medir y expresar cantidades.
Son variadas las investigaciones que analizan cómo los estudiantes van construyendo y ampliando sus representaciones de conceptos geométricos relacionados con los sólidos mediante el uso de variados modelos y contextos (Guillen, 2010). Por ello es fundamental el diseño y uso de materiales lúdicos que propicien el desarrollo de habilidades geométricas (Villarroel y Sgreccia, 2011) en la enseñanza de la geometría.
En el Taller nos proponemos implementar y reflexionar en torno a tareas mediadas por la utilización de diversos recursos y materiales lúdicos(en particular el Tangram 3D y el Poliformas) para abordar el estudio de la geometría de los sólidos en el Nivel Primario.

Aportes de la Educación Matemática Crítica para la construcción del sentido en matemática.

Fabiana Kiener
Ignacio Martínez
Sara Scaglia
fkiener@gmail.com / ia.martinez1990@gmail.com / sbscaglia@gmail.com
Universidad Nacional del Litoral (UNL).

Resumen

La construcción de sentido en las tareas escolares se ha convertido en una de las mayores preocupaciones de la comunidad educativa. Los docentes y las instituciones se ven en la necesidad de crear nuevos espacios y propuestas en las cuales las expectativas e intereses de los estudiantes tengan puntos de encuentro con las experiencias escolares.
Una perspectiva sociopolítica sobre esta cuestión la aporta la Educación Matemática Crítica, cuyo principal referente es Ole Skovsmose. Desde este enfoque se considera que "para que los estudiantes adscriban significados a los conceptos que tienen que ser aprendidos es esencial proporcionar significado a la situación educativa en la cual los estudiantes están involucrados." (Skovsmose, 2005, p. 85). El aprendizaje es interpretado como una acción, y las intenciones de los estudiantes como elementos significativos que conducen el proceso de aprendizaje.
En el taller se propone reflexionar en torno al diseño e implementación de propuestas áulicas para abordar la construcción del sentido desde esta perspectiva, otorgando un papel relevante a las nuevas tecnologías.

Elaboración y validación de conjeturas en Geometría a partir de una propuesta de enseñanza con GeoGebra.

PATRICIA CAVATORTA
MAGALÍ FREYRE
FERNANDA RENZULLI
patricia.cavatorta@gmail.com / magali.freyre@gmail.com / fernandarenzulli@gmail.com
Universidad Nacional del Litoral (UNL).

Resumen

Lo que se propone a partir de este taller es que los asistentes vivan la experiencia de resolver consignas de construcciones que requieren del uso de propiedades y características de objetos de la geometría plana y que el trabajo de resolución permita pensar a esta tarea como una posible entrada a prácticas argumentativas.

Se plantea un trabajo a partir de propuestas diseñadas que permiten experimentar un medio de abordaje al proceso de justificación a través de construcciones geométricas. El taller propicia un espacio de reflexión acerca de la importancia de desarrollar tareas que permitan que los alumnos experimenten, elaboren y validen conjeturas a partir de construcciones con GeoGebra.

Los significados de las fracciones en distintos contextos de uso: música y fractales.

MARILINA CARENA

BIBIANA IAFFEI

marilcarena@gmail.com / bibiana.iaffei@gmail.com

Universidad Nacional del Litoral (UNL).

Resumen

El estudio de las fracciones siempre ha sido un tema difícil para los alumnos en la escuela, incluso podemos encontrar adultos que al realizar procesos que involucran fracciones tienen muy poca comprensión de la lógica involucrada.

Generalmente el tema fracciones queda vinculado a las clásicas presentaciones gráficas ("torta o pizza", figuras geométricas, etc.) en las cuales aparece un todo dividido en partes iguales y el alumno se limita a la identificación de la, o las, partes. Como es sabido, los alumnos construirán el concepto de fracción, interactuando con los distintos significados de las fracciones a partir de las situaciones variadas que los docentes les presenten. Por ello, los problemas dados en los distintos contextos de uso en que aparecen las fracciones (parte todo, medida, reparto equitativo, trayectos, probabilidad, porcentajes, recetas, áreas, división indicada, razón, etc.) son los que permiten el aprendizaje de este tema, dando oportunidad a los alumnos de reinventar estos números reconociendo su necesidad y significado.

En este taller proponemos trabajar la fracción como expresión que vincula la parte con el todo (continuo o discreto). Analizaremos las limitaciones del uso del significado parte-todo en el contexto discreto y propondremos actividades vinculadas por un lado, a las fracciones y la música y por el otro, a las fracciones en los procesos iterativos que se generan vinculados a los fractales. Las actividades que llevaremos a cabo, son propicias para el razonamiento, la elaboración de conjeturas y la anticipación de resultados.

Conversatorio en torno a la enseñanza de la probabilidad y estadística: "Acerca de la relevancia de formar ciudadanos estadísticamente cultos".

Coordinadora:

MARIELA CRAVERO

marielacravero@hotmail.com

Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral

Participantes:

NOELIA MAGALÍ BERTORELLO

bertorellonoe@gmail.com

SILVIA ALICIA LEMMA

Salemma05@gmail.com

Instituto Nacional de Formación Docente

MELINA MONUTTI

monuttimelina@gmail.com

Colegio San José Nº 8093, San Jerónimo Norte

MARÍA ALEJANDRA SANTARRONE

santarrone@ciudad.com.ar

Escuela Industrial Superior Anexa a la Facultad de Ingeniería Química. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

El objetivo de dicho Conversatorio es facilitar e institucionalizar un espacio para el intercambio de ideas relacionadas a las prácticas de enseñanza, conversando sobre inquietudes que, por medio de la comunicación de ideas, visiones y argumentos, brinde posibilidades de intercambio y retroalimentación de distintas visiones y experiencias e inspire a cambios cualitativos significativos en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la disciplina. El Conversatorio girará en torno a tres ejes de cuestionamiento:

Eje 1: ¿Qué prácticas de enseñanza en Probabilidad y Estadística deberíamos implementar para propiciar la cultura estadística?
Eje 2: ¿Cómo fomentamos el sentido estadístico crítico en el aprendizaje de nuestros alumnos?
Eje 3: ¿Qué contenidos de Probabilidad y Estadística podrían propiciar la transversalidad intramatemática y la interdisciplinariedad fomentando el trabajo basado en proyectos?

Ponencias

Resúmenes

Eje 1: La Educación Matemática en el nivel inicial y en el nivel primario

Matematizar y resolver problemas en el nivel inicial. Otro abordaje de una salida tradicional.

PATRICIA CAVATORTA
patricia.cavatorta@gmail.com
Instituto Superior de Profesorado Nº 6.
Instituto Superior de Profesorado Nº 8.
Facultad de Humanidades y Ciencias.Universidad Nacional del Litoral.

MARINA ACOSTA
avmarina022@gmail.com
Jardín de Infantes Nº4 "Coronel Pringles".

Resumen
Es común que en los jardines se planifiquen actividades que tengan que ver con el barrio, con el entorno más cercano de los niños, que atienden al reconocimiento del espacio desde lo social y lo natural. En esta ponencia se presenta una propuesta de enseñanza integral entre varias disciplinas (Ciencias Sociales, Educación Vial, Artes Visuales y Matemática) con la intencionalidad de mostrar cómo trabajar conceptos de distintos ejes de la Matemática, que deben ser abordados intencionalmente en el Nivel Inicial, desde la resolución de problemas de la vida real, a partir de matematizar las situaciones que se van presentando durante un recorrido por la manzana del jardín, trabajando en un escenario de investigación.
La propuesta de enseñanza se implementa en una sección de 5 años del Nivel Inicial. Aquí se exponen no sólo las actividades que se desarrollan durante la salida, sino también las previas y posteriores. Se consideran también fragmentos de la experiencia vivida, para mostrar que la propuesta recupera los aportes de distintos enfoques de la Educación Matemática que propician la construcción de conocimientos por parte del sujeto que aprende.

Matemática y viajeros.

ARNALDO GABRIEL ARIAS
arnaldogabrielarias@gmail.com

MARÍA LORENA MATTALIA
lorenamattalia@gmail.com
Escuela Primaria de la Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

Desarrollamos el presente trabajo en el segundo cuatrimestre del año 2016 en segundo grado, ambas secciones, de la Escuela Primaria de la Universidad Nacional del Litoral. Trabajamos en pareja pedagógica combinando dos modelos de planificación: el Proyecto Pedagógico y el Guión Conjetural.

Seleccionamos los contenidos correspondientes a segundo grado de las siguientes áreas curriculares: matemática, lengua y ciencias sociales. Y, finalmente, decidimos utilizar el libro “El hombre que calculaba”, de Malba Tahan para encabalgar los contenidos curriculares en cuestión. El hilo conductor de este proyecto fue la matemática cruzada por la literatura y las ciencias sociales.

Les presentamos estos relatos a los estudiantes como desafíos ya que, en cada capítulo, el personaje principal, se enfrenta con problemas de la vida real (contexto no matemático) para resolverlos mediante el uso de estrategias matemáticas. Nuestra intención fue la de valernos de estos ejercicios para construir actividades en contextos matemáticos permitiéndoles resolverlos de diferentes maneras y poder explicar cómo fue que llegaron a dichas soluciones para compararlas entre los estudiantes del curso. Si bien leímos los capítulos del libro en cuestión, decidimos proponer los ejercicios que estuvieran relacionados con los contenidos curriculares de matemática de segundo grado.

Una historia para contar.

María Emilia Valls
mariaemiliavalls@hotmail.com
Escuela de Nivel Inicial y Primario de la Universidad Nacional del Litoral (ENIP).

Resumen

El presente trabajo constituye una propuesta de enseñanza para 6° grado de la Escuela de Nivel Inicial y Primario de la UNL. Se inscribe en una metodología de proyectos siendo en este caso, Matemática, el eje del abordaje.

Se plantea el estudio del Sistema de Numeración Decimal, de sus orígenes y cómo es que su uso se fue extendiendo desde países como India y Arabia hasta Europa Occidental, hacia el año 1.202, de la mano de Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci.

A través de su obra Liber Abaci, el Libro del ábaco, Fibonacci se propuso demostrar la eficacia y rapidez del sistema indoarábigo, sobre el sistema romano usado en aquella época en su Italia natal y el resto de Europa para realizar cálculos matemáticos. La existencia del cero y la sencillez que propiciaba el carácter posicional del sistema decimal, fueron claves para su reconocimiento funcional y posterior expansión.

La discusión entre los llamados “abacistas” o partidarios de calcular con el ábaco y utilizar la vieja notación romana, y los “algoristas”, entusiastas partidarios del nuevo y revolucionario método, constituye un debate interesante que propicia la identificación de características de sistemas posicionales y no posicionales, y fomenta el desarrollo de la habilidad de argumentación, para sostener ideas a favor de una u otra postura.

El recorrido de toda la propuesta está pensado para ser llevado a cabo a través de una WebQuest, alternando espacios y tiempos en el aula y especialmente en el Taller Experimental de Tecnologías Digitales.

Eje 2: La Educación Matemática en el nivel secundario

Un espacio diferente, las tutorías entre pares.

MARÍA ALEJANDRA SANTARRONE

MARÍA EUGENIA MAUMARY

santarrone@gmail.com

Escuela Industrial Superior Anexa a la Facultad de Ingeniería Química. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

En el presente trabajo se expone la experiencia desarrollada durante el año 2016, con un programa de Tutorías Entre Pares (TEP) en la cátedra de Matemática I de la Escuela Industrial Superior (técnica y preuniversitaria).

Dicho programa significó una forma de atención individualizada a algunos ingresantes, que complementó la actividad docente y persiguió utilizar las potencialidades propias del estudiante para su mejor inserción en la educación, aumentar sus capacidades de aprendizaje y superar factores que juegan como determinantes de su desestímulo.

Los estudiantes más avanzados (Tutores), actuaron como referentes, motivadores y facilitadores de la vida estudiantil, con un fuerte sentido de solidaridad y posicionándose por su cercanía etaria y su propia condición de estudiantes en un mismo canal de comunicación con sus tutorados. De esa manera se persiguió potenciar, en los ingresantes, las trayectorias educativas futuras tanto en Matemática como en otras áreas del conocimiento, promoviendo la construcción de la identidad del “estudiante en una escuela técnica”.

Si bien no todos los objetivos planteados en el programa se cumplimentaron creemos importante el incentivar a nuestros colegas a generar estos espacios institucionales que persiguen la inclusión y el trabajo colaborativo entre docentes y alumnos de una misma comunidad educativa.

Matemática + Topografía.

CARINA MAUMARY
MARÍA EUGENIA MAUMARY
RICARDO PUJATO
carimaumary@gmail.com
Escuela Industrial Superior Anexa a la Facultad de Ingeniería Química. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

Esta ponencia tiene como objetivo comunicar una experiencia realizada en la Escuela Industrial Superior de la ciudad de Santa Fe, la cual fue enmarcada en la Semana del Técnico, del año 2016, como una Clase Abierta a la que pudieron asistir alumnos de 2do y 3er año. Nos impulsó a armar dicha clase nuestro interés por integrar, construir y mantener equipos inter o multidisciplinarios para desarrollar proyectos específicos. Para la misma se pensaron distintas actividades combinando habilidades prácticas, conocimientos y motivaciones para lograr una determinada acción.

Desde el área de matemática se fomentó el desarrollo de competencias básicas de los estudiantes; una de ellas es la resolución de problemas mediante la interacción con el entorno, consideramos que el abordaje de dichas actividades hizo posible una mejor comprensión de determinados conceptos y estimuló el desarrollo de la visualización (concepción espacial), se apuntó a mejorar la capacidad del estudiantado para manipular figuras en el plano y en el espacio, en consecuencia a mejorar la capacidad de resolver determinados problemas; otras competencias a las que se apuntó es el uso de diferentes lenguajes; numérico, gráfico, geométrico y algebraico. Desde el área Topografía se intervino aportando los recursos tecnológicos (teodolito, niveles, cintas y accesorios.) que actualmente utilizan profesionales de dicha especialidad; y explicando los métodos de medición utilizados. Con el aporte de ambas asignaturas en la resolución de las actividades se pretende superar las diferencias en el abordaje de contenidos transversales las cuales suelen generar obstáculos en los estudiantes.

El uso de un sistema de geometría dinámica para favorecer el aprendizaje de las nociones de área y volumen en el nivel secundario.

MICAELA MAZZOLA
MARÍA FLORENCIA CRUZ
María Eugenia Cammisi
MARCELA GÖTTE
micamazzola@gmail.com / ma.florenciacruz@gmail.com / meugeniacammisi@gmail.com / marcelagotte@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

Son muchas las razones por las cuales enseñar geometría en la escuela secundaria pero, según diversos autores, ésta se enseña cada vez menos en este ámbito. En particular, la medida cumple un rol importante en la interpretación del mundo que nos rodea y está relacionada directamente con la geometría. Presentamos en esta ponencia las tareas que forman parte de una secuencia destinada a alumnos de primer año de escuela secundaria. En la resolución de dichas tareas se utiliza un Sistema de Geometría Dinámico (SGD) como promotor para el aprendizaje de las nociones de volumen y de área. También se presenta en cada tarea el o los objetivos planteados y algunas consideraciones sobre el material utilizado y en algunos casos una posible resolución, aunque no exhaustiva. Con esta propuesta pretendemos promover la enseñanza y aprendizaje de la Geometría del Espacio en la escuela secundaria, abordar la independencia de las nociones de área y volumen, utilizar un SGD como asistente y favorecer el trabajo, la discusión y el intercambio entre pares, como así también la autonomía de los alumnos.

Consideramos relevante brindar a los estudiantes oportunidades suficientes para explorar, construir y deducir mediante experiencias concretas los conceptos de área y volumen de diferentes figuras, haciendo uso en dichas experiencias de sus conocimientos previos.

Modelización matemática: función lineal.

FLAVIA VIVIANA ARGUELLO
DIANA YAMILA CHAMORRO
CLAUDIA MARÍA ESQUIVEL
CHRISTIAN BERNABÉ GONZÁLEZ
LUCAS EZEQUIEL GÖTZ
VICTOR HUGO VERÓN
veronvictorhugo1989@gmail.com
Escuela Provincial de Comercio Nº1 "Santiago de Liniers".

Resumen

Este proyecto surge a partir de visualizar una problemática en la enseñanza yaprendizaje de la matemática, específicamente en el modelo lineal. Para ello, presentamos yanalizamos una propuesta didáctica a partir de situaciones concretas las cuales no son unmomento de aplicación de lo aprendido, sino que en ella los alumnos, son partícipes desde elcomienzo del proceso de enseñanza y aprendizaje, por lo que estas situaciones están inmersas enun contexto y tienen significado para el alumno, en el cual los mismos logran descubrir losalcances de la modelización y las condiciones necesarias para poder utilizar el modelo lineal. Sehace posible así que el alumno descubra la Matemática desde otra visión donde es posibleinterpretar y analizar fenómenos y situaciones de diversa naturaleza. Este proyecto es un primerpaso a la Modelización de la Función Lineal, con el fin de lograr un alcance más globalextendiéndose a otras áreas de conocimiento.

El juego: motivación en las clases de matemática de la escuela secundaria.

BELQUIS ALANIZ
AGUSTINA HUESPE
MARIEL LOVATTO
CRISTINA ROGGIANO
GABRIELA ROLDÁN
CLAUDIA ZANABRIA
belquisnalaniz@gmail.com / claudia.m.zanabria@gmail.com
Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

La III y V Convocatorias a Prácticas de Educación Experiencial de la Universidad Nacional delLitoral enmarcaron el proyecto "Juego, ingenio y emoción: otra forma de aprender Matemática".

Este proyecto tuvo como eje temático el proceso de enseñanza de la matemática, desde la miradade la "motivación", con una perspectiva que implica el uso de estrategias que incorporanfundamentalmente un corte lúdico además de herramientas tecnológicas y comunicativas. Fuepensado y ejecutado por docentes investigadores de la Facultad de Ciencias Económicas de laUniversidad Nacional del Litoral y con la participación activa y permanente de estudiantes de estaFacultad que se seleccionaron de las comisiones de materias correspondientes al Departamentode Matemática.

Fue construido con base en los aportes de distintos autores y referentes teóricos que han valoradopor un lado la importancia del juego en el aprendizaje y han demostrado en diversos estudios queun juego produce interés, motivación, diversión, desbloqueo y gusto por estudiar matemáticas y porotra parte las prácticas evaluativas que valoran el aprendizaje situado y colaborativo.

Las actividades en las Escuelas de Enseñanza Secundaria Orientadas que participaron, incluyeronjuegos por internet y juegos de mesa y permitieron verificar que estas prácticas experienciales sonsensibles a la heterogeneidad de los entornos socios culturales donde se inscriben y que existeuna muy buena relación entre la teoría indicada como soportey la realidad.

Construcción del sentido de los números negativos: una experiencia de aula.

EMANUEL ISSA NUÑEZ
JUAN ZAMBRANO
JOSÉ CUMÍN
ROSA MARTINEZ
Patricia Detzel
issaemanuel@gmail.com
Facultad de Economía y Administración, Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad Nacional del Comahue (UNCo).

Resumen

La siguiente ponencia relata una experiencia acerca de la enseñanza de los números negativos en un entorno algebraico. Uno de los objetivos de la propuesta es favorecer la construcción del sentido de estos números, con el fin de superar obstáculos derivados de una introducción meramente aritmética. Tomamos parte de esa experiencia para mostrar que el tratamiento algebraico posibilita diferentes interpretaciones del signo "-" subyacentes en la manipulación del número negativo. Es decir, mostraremos cómo la presentación de los negativos en un entorno algebraico permite abordar diferentes significados de los signos.

Límite de sucesiones como contenido de aprendizaje en el nivel secundario.

JULIETA ZANINOVICH

IRMA SAIZ

jlzaninovich@hotmail.com / irmasaiz28@gmail.com

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura. Universidad Nacional del Nordeste.

Resumen

Planificar la enseñanza de un conocimiento matemático exige problematizarlo, cuestionarlo, desnaturalizarlo, identificando sus múltiples aristas. El concepto de límite que nos ocupa es especialmente complejo, en particular si se pretende que su aprendizaje cobre sentido para los alumnos y no se reduzca al aprendizaje de su definición y principales propiedades que permite calcularlo.

Se trata de una investigación vinculada estrechamente a la formación de futuros profesores, ya que fue uno de los contenidos de planificación y realización de prácticas docentes en dos períodos anuales de alumnos del profesorado de Matemática y, a la vez, tomado como objeto de estudio entre los profesores tutores de los practicantes, en el marco de Grudimat de FACENA-UNNE.

Se pudieron identificar distintas dimensiones del objeto límite de sucesiones, que estuvieron presentes en la elección de las sucesiones y en la elaboración de la secuencia; se tomaron a la vez decisiones didácticas sobre algunos aspectos como, considerar a límite de sucesiones como conocimiento autónomo y no como un caso particular en el marco de límites de funciones; recurrir al trabajo con fracciones y no con números decimales y representar linealmente las sucesiones y no en el plano.

Análisis didáctico de prácticas institucionales de divisibilidad realizado en un curso de formación docente.

RICARDO FABIAN ESPINOZA
MARCEL DAVID POCHULU
rrfespinoza@gmail.com
Universidad Nacional del Nordeste. Universidad Nacional de Villa María.

Resumen

En este trabajo describimos el modo en que se vio favorecido el desarrollo de la competencia en análisis didáctico de un grupo de 20 profesores de Matemática mientras realizaban un curso de formación docente sobre divisibilidad en el campo de los números enteros. El curso fue llevado a cabo en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura de la Universidad Nacional del Nordeste, Corrientes, Argentina.

Para desarrollar la competencia en análisis didáctico se analizaron, en primera instancia, el tipo de situaciones-problemas a los que responde la Divisibilidad en el nivel medio, las cuales fueron elaboradas a partir del estudio de documentos curriculares, libros de textos de uso frecuente en dicho nivel y libros de Matemática del nivel superior. En la segunda parte, se exhibe un problema representante de un tipo de problemas y el análisis didáctico realizado por los profesores sobre la práctica de su resolución, para el que se emplean herramientas teóricas y metodológicas provenientes del Enfoque Ontológico y Semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos.

Mediante el análisis didáctico, queda al descubierto una gran variedad de tipos de problemas a los que responde la Divisibilidad en el nivel medio y, en una práctica institucional de resolución de un problema particular, se puede apreciar una significativa red de relaciones conceptuales entre objetos matemáticos primarios.

Eje 3: Innovaciones en el uso de tecnologías aplicadas en el aula de Matemática

La enseñanza de sistemas de inecuaciones lineales utilizando el Candy Crush.

NATALÍ MEDINA
MELISA FERNÁNDEZ
natali31med@gmail.com / melfernandez@educ.ar
Facultad de Ciencia y Tecnología. Universidad Autónoma de Entre Ríos.

Resumen

El siguiente trabajo difunde una propuesta de enseñanza para el tema “Sistemas de inecuaciones lineales” en la escuela Secundaria. La secuencia presenta una forma poco convencional de comenzar el tema, utilizando videojuegos.

Por medio de ellos, se introducirán contenidos que los estudiantes consideran tediosos y sin importancia, para dotarlos de significatividad. Logrando apreciar cómo la matemática convive en variados aspectos de la sociedad, incluso en un videojuego tan popular como el Candy Crush.

Este contenido tiene múltiples aplicaciones, pero enseñarlo a partir del juego por computadoras (o incluso celular) nos acerca más a las actividades que realizan nuestros estudiantes, y permite aprovechar la afición que el uso de videojuegos genera en estas épocas.

En ocasiones, se llevan al aula propuestas didácticas que no llegan a captar el interés del educando, y de esta forma se fracasa en el propósito de resignificar los contenidos y de pensar la matemática como una cienciacon un papel importante en la sociedad actual.

Consideramos que la utilización de videojuegos, que no fueron creados con una finalidad educativa, pueden ser una herramienta eficaz para captar el interés de los jóvenes que transitan las aulas, y poder transmitir el valor de aprender esta ciencia.

Enseñanza del álgebra lineal: uso de Moodle comoherramienta de aprendizaje.

FABIANA MONTENEGRO
montenegrofg@gmail.com
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas. Universidad Nacional del Litoral.
Escuela Normal Superior Nº32 "General José de San Martín".

AYLÉN CARRASCO
aylen.carrasco@gmail.com
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas. Universidad Nacional del Litoral.

ALEJANDRA GAGLIARDO
alejandragagliardo@gmail.com
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas. Universidad Nacional del Litoral.
Facultad Regional Santa Fe. Universidad Tecnológica nacional.

Resumen

El álgebra lineal es una de las primeras materias de matemática de carácter formal a las que seenfrenta un alumno de ingeniería. Por sus posibilidades de aplicación a la solución de diversosproblemas, se considera importante en distintas profesiones. Sin embargo, las dificultades de losestudiantes cuando intentan conocer los conceptos abstractos de esta disciplina, han recibido laatención de investigadores en educación. Este trabajo es la continuación de un proceso debúsqueda de ajustes para favorecer la enseñanza y el aprendizaje llevado a cabo en la Cátedra deAlgebra Lineal, con la finalidad de implementar cambios inmediatos y progresivos en la materia quecontribuyan a disminuir las dificultades que presentan los alumnos en el aprendizaje del álgebra, yen la medida de lo posible, su génesis. Para ello, durante el 2016 incorporamos la resolución decuestionarios en Moodle como una nueva instancia evaluativa. El objetivo fue generar instanciasde estudio y aprendizaje previas al parcial. Moodle es una plataforma educativa a disposición delas cátedras presenciales de las diferentes carreras que se cursan en la Facultad de Ingenierías yCiencias Hídricas, con el objetivo de promover la incorporación de tecnologías para mejorar losprocesos de enseñanza y aprendizaje. Dicha implementación ha mejorado notablemente lascalificaciones de los alumnos pro-

mocionados y, además, contribuyó al estudio autónomo yprocesual de los contenidos y procedimientos de la asignatura.

Innovación en la educación matemática. Incorporación de apps de telefonía celular como elemento educativo.

AMILCAR PEDRO ORAZZI
estructurarte2112@hotmail.com
Facultad de Arquitectura y Urbanismo. Universidad Nacional de La Plata.

Resumen

Hoy en día los dispositivos móviles de comunicación son una parte importante de la vida cotidiana de jóvenes y adultos, sus modalidades de uso van desde la comunicación, hasta la utilizacion de Apps.

La presente experiencia se enmarca en la corriente educativa planteada por Howard Rheingold y Marc Prensky.

Nos encuadramos en lo planteado por Rheingold (2002) cuando se refiere a la evolución de las nuevas tecnologías en las últimas décadas y observa que entorno a éstas se han desarrollo organizaciones colectivas espontáneas, virtuales e inteligentes; y a partir de esa realidad han aparecido nuevos usos de la tecnología en el campo de la educación, con el diseño de estrategias pedagógicas para integrar a los nuevos medios -entre ellos, la telefonía móvil- en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

En tanto Prensky (2012) plantea propuestas específicas sobre la educación en la era digital.

A partir de tal marco conceptual, se ha puesto en práctica la utilización de Apps de celulares como herramienta en la realización de actividades áulicas.

La Cátedra de Matemática planteó diseñar una propuesta superadora planificando estrategias metodológicas afines y reformulando las prácticas educativas para la implementación de apps en las actividades áulicas.

La presente ponencia muestra tal experiencia, en la cual veremos por medio de la realización de trabajos prácticos y/o seminarios la utilización de las Apps Mal math y Math Helper Lite, en la resolución de problemáticas asociadas con derivadas, integrales, funciones, sistema de ecuaciones, matrices, vectores, geometría, representaciones gráficas, límites y teoría de probabilidades.

Valoración de una tarea de geometría sobre cuadriláteros inscriptos y sus propiedades para resolver utilizando GeoGebra.

FERNANDA RENZULLI
PATRICIA CAVATORTA
MAGALI FREYRE
fernandarenzulli@gmail.com / patricia.cavatorta@gmail.com / magali.freyre@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral (UNL).

Resumen

Se presenta la valoración de una tarea de geometría para resolver utilizando GeoGebra. El contenido matemático que se aborda es la clasificación de cuadriláteros y sus propiedades. Se pretende la elaboración de conjeturas por parte de los alumnos a través de la experimentación con el software y la validación de las mismas. La propuesta se diseña teniendo en cuenta el marco teórico metodológico TPACK para la planificación de clases mediadas por tecnologías digitales. La tarea está destinada a alumnos de los Profesorados de Educación Inicial y de Matemática. La valoración implica el análisis del potencial matemático que ofrece la consigna, la pertinencia de los objetivos en relación con el contexto, la actividad matemática que posibilita a los estudiantes y la pertinencia y significatividad del uso de TIC en la resolución de la consigna.

Descubriendo y validando propiedades con GeoGebra.

ADRIANA FRAUSIN

SANDRA RAMIREZ

afrausin@frsf.utn.edu.ar / scramirez@frsf.utn.edu.ar

Facultad Regional Santa Fe. Universidad Tecnológica Nacional.

Resumen

En la búsqueda de propuestas innovadoras para la enseñanza, que promuevan aprendizajes significativos y que incorporen nuevas tecnologías, se presentan dos intervenciones didácticas desarrolladas con alumnos de segundo y tercer nivel de las carreras de ingeniería en la Facultad Regional Santa Fe de la Universidad Tecnológica Nacional.

A partir de actividades exploratorias dentro y fuera del aula con el software GeoGebra, los alumnos logran descubrir y convencerse de resultados matemáticos abstractos, incluso cuando no es posible abordar una demostración formal que requiere de conceptos no incluidos en los programas analíticos de los planes de estudio de estas carreras de ingeniería.

El recurso tecnológico que brinda GeoGebra mediante la representación de imágenes dinámicas, que favorecen la visualización y comprensión de conceptos, permite al docente diseñar e implementar secuencias didácticas motivadoras y adaptadas a los requerimientos de esta época.

A modo de ejemplo, se muestran las actividades desarrolladas en el aula sobre propiedades del gradiente y teorema de convergencia de las series de Fourier que son, respectivamente, contenidos mínimos de las asignaturas homogéneas del área de Matemática, Análisis Matemático II y Cálculo Avanzado. Asimismo se describen observaciones respecto del uso, implementación e impacto del recurso tecnológico empleado.

La enseñanza de la función polinómica de primer grado con GeoGebra.

ROXANA RAMIREZ

IRMA MANUELA BENITEZ

MARÍA ITATÍ GANDULFO

MARISEL DE ZAN

roxanaguadaluperamirez@yahoo.com.ar / academico@frp.utn.edu.ar / mariagandulfo@gmail.com

Facultad Regional Paraná. Universidad Tecnológica Nacional (UTN).

Facultad de Ciencia y Tecnología. Universidad Autónoma de Entre Ríos (UADER).

Resumen

En este trabajo se esboza una propuesta de enseñanza de la función polinómica de primer grado en donde se incorpora el software libre GeoGebra como un recurso didáctico, facilitando a los alumnos la visualización dinámica de las gráficas como la organización de procedimientos, acompañando la comprensión de los conceptos teóricos-prácticos que se desean trabajar.

Esta propuesta se implementa en la cátedra de Análisis Matemático I de las diferentes carreras de Ingeniería que se dictan en la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Paraná, y en la cátedra de Cálculo Diferencial e Integral de la carrera Licenciatura en Sistemas de Información que se dicta en la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Autónoma de Entre Ríos, ambas cátedras del primer nivel.

Se plantean una serie de actividades que los alumnos deben realizar con la ayuda de la aplicación informática libre, GeoGebra, pretendiendo que esta herramienta facilite el análisis y la deducción de los conceptos teóricos a los que se quiere arribar a partir del autoaprendizaje, con la ayuda de los deslizadores para trabajar en el estudio de las funciones polinómicas de primer grado.

Eje 4: La educación matemática en la formación de los futuros profesores de Matemática

Una experiencia sobre planificación de un contenido de estadística en la cátedra de práctica docente.

FERNANDA RENZULLI

SILVANASANTELLÁN

fernandarenzulli@gmail.com / santellansilvana@gmail.com

Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

En este trabajo se presenta una experiencia de un trabajo práctico propuesto en la cátedra Práctica Docente de Matemática que consta de la planificación de un contenido de Estadística para ser enseñado en la escuela secundaria. Entendemos la Práctica Docente como una práctica social y se establece la importancia de la reflexión en la formación de los futuros profesores de matemática y el impacto que estos procesos tienen en su práctica de enseñanza. Se enfatiza en la reflexión para la acción presente en el momento de planificar las clases centradas en la enseñanza de la estadística y cómo los encuentros con el equipo de cátedra, a partir del acompañamiento propuesto, fueron modificando la propuesta inicial de la estudiante.

Prácticas innovadoras en la formación docente inicial.

Flavio Schvartz

Lorena Díaz

diaz-karina@hotmail.com

Instituto Superior de Formación Docente“Cecilia Braslavsky”.

Resumen

Desde al año 2015, el Profesorado de Educación Secundaria en Matemática del ISFD Cecilia Braslavsky, elaboró y llevó adelante una propuesta de trabajo como parte de un conjunto de acciones que involucran un recorrido por las trayectorias de los/as estudiantes, tomando las biografías escolares como insumo para reflexionar sobre las formas en que la matemática suele ser enseñada en la escuela, y al respecto entonces formular propuestas que involucren otras formas de enseñar orientadas a facilitar la motivación y el gusto por aprender, es decir promover las ganas de seguir aprendiendo, en términos de Marta Souto. La experiencia al enmarcarse en el campo de la práctica, se constituye como un ámbito de articulación interdisciplinaria donde convergen distintos campos y unidades curriculares aportando no sólo sus especificidades sino principalmente buscando generar contenidos transversales. La experiencia se configuró, entonces, a partir de instancias de:

1. Reflexión sobre la propia experiencia escolar y la de los otros;
2. Planificación de propuestas lúdicas basadas en el entendimiento acerca de que el juego es una forma creativa de acercamiento y comprensión de la realidad;
3. Puesta en acto de las propuestas de actividades;
4. Análisis y evaluación participativa de la experiencia.

De este modo los/as estudiantes del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática, futuros docentes, a través del diálogo indagaron sobre los juegos que los/as adolescentes conocen desde la infancia y en los talleres propuestos los utilizaron como insumo para planificar actividades con cierto grado de significatividad.

La importancia de las relaciones en la práctica profesional docente. Un estudio de casos.

Gabriel Soto
Nelson Villagra
Franco Correa
gsoto@unpata.edu.ar
Facultad de Ciencias Naturales y Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco.

Resumen

El conocimiento profesional de los profesores de matemática que usan y desarrollan se basa en las relaciones entre la matemática para enseñar y la matemática a enseñar. Tales relaciones, que surgen en diferentes ámbitos y condiciones de formación, se utilizan a menudo para establecer jerarquías entre los conceptos matemáticos que se enseñan en la escuela. Es importante entonces identificarlas para poder diseñar e implementar dispositivos de formación que permitan a los profesores de matemática, en formación o en ejercicio, profundizar y fortalecer sus saberes profesionales. Presentamos un método de identificación y cuantificación de tales jerarquías basado en ideas de centralidad en redes sociales, para explicitar cómo los maestros piensan la matemática que tienen que enseñar a través de las relaciones establecidas entre los distintos conceptos y cómo se compara con la matemática de su formación.

Un posible abordaje de la modelización matemática en la formación de profesores.

NILDA ETCHEVERRY

MARISA REID

ROSANA BOTTA GIODA

mareid@exactas.unlpam.edu.ar

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de la Pampa (UNLPam).

Resumen

En el presente trabajo se describe y analiza una propuesta para abordar la Modelización Matemática en la asignatura Práctica Educativa II del tercer año del Profesorado de Matemática de la Universidad Nacional de La Pampa (UNLPam).

La modelización como estrategia de enseñanza es considerada como elemento fundamenta en la formación inicial del profesor de Matemática.

En esta propuesta se plantea trabajar con la modelización matemática con un doble objetivo que los futuros profesores vivencien el trabajo con este tipo de situaciones para su posterior planificación y transferencia al ciclo básico u orientado de la educación secundaria.

Se abordará el proceso de modelización matemática a través de material de lectura, trabajo grupal en la resolución de un problema de la vida cotidiana, discusión, presentaciones y reflexiones focalizadas en el trabajo docente y su incorporación a las planificaciones en el nivel Secundario.

Se espera que con la implementación de estas actividades los futuros profesores desarrollen la comprensión del ciclo de modelización como un proceso iterativo que implica hacer suposiciones y validar conclusiones vinculadas a situaciones cotidianas.

Esta experiencia facilitará reflexiones, modificaciones y revisiones de los modelos conceptuales de los futuros profesores y brindará herramientas que los preparen mejor para anticipar las formas en sus alumnos pueden pensar matemáticamente los problemas del mundo real.

Integrando y compartiendo experiencias y aprendizajes: relato de una experiencia diferente de práctica docente.

GLADYS CÁCERES
MACARENA LAPI
BEATRIZ ERBITI
beatrizerbiti@gmail.com
Instituto Superior "Juan XXIII".

Resumen

"La docencia exige la permanente comprensión de la realidad educativa, que está constituida por situaciones en que lo particular, y aun lo singular, las denotan, connotan y determinan en su naturaleza." (Dirección General de Cultura y Educación de la Pcia. de Bs. As. 2000. Pág. 3)

La experiencia surge en el marco de la Práctica Docente IV del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática. En el ciclo lectivo 2016 nos encontramos con una alumna de dicho profesorado que debía concretar su residencia docentes y que, en ese momento, era una docente de Nivel Primario con 27 años de antigüedad en la docencia, una antigüedad en el nivel para el que se está formando de 22 años y estaba cursando su última materia del profesorado de Matemática. Esta situación nos desafía como formadores de formadores y como instituto de Formación Docente dado que consideramos que pensar para esta alumna una experiencia de práctica convencional, por un lado no le permitiría avanzar demasiado en su proceso formativo y por otro no nos permitiría capitalizar su experiencia para su propia formación ni para la formación de otros alumnos del profesorado. Surge entonces esta propuesta alternativa capaz de:

- Capitalizar la experiencia docente previa, de la alumna residente, tanto para su propia formación como para la de otros alumnos del profesorado.
- Posibilitar el intercambio de saberes entre la alumna residente, alumnos de los primeros años del profesorado y docentes.
- Favorecer el avance en el proceso formativo de los alumnos, futuros docentes.

Análisis del material de estudio utilizado en la formación en geometría sintética de futuros profesores.

LUCÍA SCHAEFER
NATALIA SGRECCIA
lucias@fceia.unr.edu.ar / sgreccia@fceia.unr.edu.ar
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario.

Resumen

En esta ponencia se introduce una propuesta para analizar materiales de estudio en Matemática, con especial foco en las actividades que se plantean a los estudiantes. En esta ocasión, con el fin de ilustrar las ideas, se aplica a una sección temática referida al Teorema de Pitágoras. Como referente teórico-metodológico general se considera el modelo del conocimiento matemático para la enseñanza del grupo Michigan, con detenimiento en el subdominio relativo al conocimiento especializado del contenido en relación con la forma en que están presentadas las consignas y el proceso de resolución que se prevé que conllevan. Se considera que las variables propuestas en este análisis pueden ser de utilidad a la hora de re-pensar la propia práctica en cuanto a la selección de actividades para los alumnos, tanto para los docentes en ejercicio como en la formación práctica en la carrera de grado.

Aportes para la formación de habilidades de representación geométrica en futuros profesores en matemática. Un estudio de caso.

SABRINA GROSSI

NATALIA SGRECCIA

sgrossi@fceia.unr.edu.ar / sgreccia@fceia.unr.edu.ar

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario.

Resumen

La presente ponencia tiene como objeto mostrar los diferentes hallazgos en base a un estudio realizado sobre la formación en representación plana de lo tridimensional, especialmente abocado a la formación geométrica-didáctica de futuros profesores en Matemática, inspirándose en la formación básica de ingenieros. Como punto de partida se concibe al dibujo como una de las cinco áreas de habilidades básicas que una buena enseñanza de la Geometría debería ayudar a desarrollar.

Puntualmente en la investigación se procuró caracterizar la formación que el Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional de Rosario brinda con relación a la representación plana en asignaturas disciplinares específicas; analizar las visiones que docentes, de nivel superior relacionados con la representación gráfica o su didáctica, poseen acerca de la importancia de formar en representación bidimensional; así como también dilucidar modos de fortalecer la habilidad de dibujo en futuros profesores.

Se llevó a cabo un estudio cualitativo, de tipo empírico, no experimental y con alcance descriptivo-comparativo. El mismo se concretó a través de observaciones de clases, entrevistas a docentes de asignaturas específicas, análisis de producciones de alumnos y de cuestionarios a estudiantes avanzados. Posteriormente se realizó un análisis de la información recabada junto con una comparación de respuestas y testimonios. Fue posible concluir que la formación de habilidades de representación y comunicación de lo tridimensional se constituye en un eslabón neurálgico del proceso de aprendizaje de la Geometría espacial.

Algunas certezas para la formación de futuros profesores de matemática.

MARÍA SUSANA DAL MASO

MARCELA GÖTTE

mariasusanadalmaso@gmail.com / marcelagotte@gmail.com

Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

Sin dudas, uno de los desafíos permanentes del profesor de matemática de la Escuela Secundaria Obligatoria, es trabajar en un espacio donde: interpretar y resolver problemas, plantear y validar conjeturas, realizar un adecuado aprovechamiento de la técnica, argumentar procesos y resultados; sean prioridades habituales que conlleven al alumno a desarrollar un pensamiento crítico.

Como docentes del profesorado de matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias, observamos que no resulta una tarea sencilla para nuestros alumnos, por diversas razones, diagramar alguna actividad pensada para la Escuela Secundaria Obligatoria.

Presentamos en este trabajo algunas certezas que, según nuestro entender, deben pensarse y proponerse y a partir de ellas generar la planificación de tareas, unidades didácticas, proyectos, etc. que den cuenta del fortalecimiento de la formación de futuros docentes de matemática.

En esta ponencia ilustramos mediante un ejemplo que: se puede hacer matemática en la escuela secundaria, que la tecnología hace la diferencia respecto a cómo se enseñaba y aprendía matemática hoy y hace 50 años atrás, pero que no alcanza con sólo tener la disponibilidad de un software sino que hay que plantear verdaderos desafíos donde el elemento tecnológico sea un apoyo más para alcanzar el objetivo propuesto.

La actividad matemática de clasificar. Concepciones de futuros profesores.

María Florencia Cruz
Marcela Götte
Ana María Mántica
ma.florenciacruz@gmail.com / marcelagotte@gmail.com / ana.mantica@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

Establecer clasificaciones en el área de matemática implica considerar, durante todo el proceso, el universo objeto de clasificación, el criterio que se utiliza y el tipo de clasificación que se establece. Dependiendo de él o los criterios que se utilizan para dividir en clases la totalidad del universo se establece el tipo de clasificación. En este trabajo presentamos el estudio de una entrevista que se lleva a cabo con dos alumnos avanzados del profesorado en matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias. Se consideran en este estudio los criterios que se tienen en cuenta al caracterizar familias de poliedros, el tipo de clasificaciones que conocen y, si tienen en cuenta las ventajas y limitaciones de los diferentes tipos de clasificaciones. En dicha entrevista participan dos estudiantes (entrevistados) y el entrevistador el cual realiza intervenciones en ciertos momentos, con el fin de animar a que todos los partícipes den sus opiniones impidiendo las respuestas individuales. La información se registra con artefactos escritos y grabaciones en audio y video. Se presentan cuatro tareas por escrito a responder por los estudiantes con el fin de no direccionar respuestas. Para el desarrollo de la entrevista se construyen modelos en materiales manipulativos. Podemos concluir que se manifiesta que el grupo entrevistado realiza una mirada parcial de los poliedros haciendo hincapié en los polígonos que forman los poliedros, aunque en algunas casos colocan el nombre de alguna familia conocida, no obstante para realizarlo no utilizan las definiciones trabajadas anteriormente en la carrera.

Un trabajo institucional: proyectos que apuestan a mejorar la formación inicial de profesores de matemática.

MARÍA ANGÉLICA ZURBRIGGEN

PATRICIA CAVATORTA

PATRICIA MARIONI

mazurbriggen@gmail.com / patricia.cavatorta@gmail.com / profpmarioni@gmail.com

Instituto Superior del Profesorado N° 6 "Dr. Leopoldo Chizzini Melo".

Resumen

Desde hace unos años algunos docentes de la carrera Profesorado de Secundaria en Matemática del Instituto Superior del Profesorado N° 6 "Dr. Leopoldo Chizzini Melo" comienza a pensar y gestar experiencias con la intención de enriquecer, en relación a lo disciplinar y a lo pedagógico, la formación inicial de los estudiantes de la misma, ensayando actividades de intervenciones en las escuelas secundarias por fuera de la práctica docente a través de proyectos, como así también en escenarios no formales de enseñanza y aprendizaje. Se sostiene la idea de que el acercamiento precoz y de intervención directa fortalece y enriquece la formación inicial de estudiantes del Profesorado en Matemática. En este trabajo se presentan los proyectos puestos en marcha, con diferentes grupos de estudiantes durante el año 2016, a saber: Proyecto Eratóstenes, Talleres con Geogebra y Muestra Itinerante Búsqueda DeMente.

Formación de profesores para enseñar geometría analítica. Estado de avance de una tesis doctoral.

VIRGINIA CICCIOLI

NATALIA SGRECCIA

cicciolivirginia@gmail.com / nataliasgreccia@gmail.com

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario.

Resumen

El siguiente trabajo se enmarca en un estudio que las autoras actualmente están llevando a cabo en el marco de una tesis de la carrera Doctorado en Enseñanza de las Ciencias con orientación en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. El interés por la temática surge a partir de ciertas problemáticas que se detectan en la enseñanza y los aprendizajes de la geometría analítica en el nivel secundario y que pueden asociarse a la falta de complementariedad entre los enfoques sintético y analítico en la enseñanza de la geometría, o bien, a la complejidad subyacente en las conversiones entre registros de representación. El estudio de caso que aquí se presenta, de enfoque cualitativo y alcance descriptivo, se propone caracterizar la configuración del conocimiento matemático para enseñar geometría analítica en estudiantes del Profesorado en Matemática (PM) de la Universidad Nacional de Rosario (UNR) y sugerir consecuentemente algunas líneas de acción específicas que propendan al fortalecimiento de la formación que se ofrece. Caracterizar esa configuración implicará analizar, por un lado, la influencia de la formación que se ofrece en la carrera (condiciones institucionales que sientan las bases de dicha construcción: disciplinares -donde se sientan las bases de la geometría analítica- y de la práctica docente en el PM -donde se problematizan peculiaridades de su enseñanza-) y, por otro lado, conocer de qué manera se moldea y se reconstruye ese conocimiento durante la práctica profesional en egresados del PM.

La ficción matemática y los mandalas como recurso didáctico.

NÉSTOR OSCAR KOMARNICKI

PATRICIA ALEJANDRA BUSSETTO

nkomarnicki@yahoo.com.ar

Instituto Superior de Formación Docente N° 100.

Resumen

El trabajo se basa en experiencias áulicas realizadas en el Profesorado de Matemática (ISFD N° 100 - Avellaneda) y en el Profesorado del Nivel Inicial (ISFDyT N° 24 – Quilmes). En estas prácticas, se efectuaron distintas actividades creativas relacionadas principalmente con diseños geométricos (en algunas de las cuales se trabajó con la ayuda del programa informático GeoGebra) La información obtenida se utilizó como base en la producción de un texto ficcional centrado en conocimientos matemáticos generales, desde una visión cultural de esta rama de la ciencia. El resultado de este proyecto fue incorporado (en parte) en el texto de ficción matemática: *Crónicas del Cielo Azul* publicado por Gran Aldea Editores, con el objetivo principal de motivar a estudiantes del nivel medio y superior, a estudiar y buscar información sobre la importancia cultural de esta ciencia.

Eje 5: La educación matemática en carreras no matemáticas

La enseñanza de la matemática con la redacción de casos como recurso didáctico.

BELQUIS ALANIZ
VIVIANA CÁMARA
DINA PERALTA
MARTA NARDONI
ERNESTO ZIANNI
balaniz@fce.unl.edu.ar / vcamara@fce.unl.edu.ar
Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

La presente ponencia pretende exponer las conclusiones del proyecto de investigación CAI+D 2011 titulado "*La redacción de casos como recurso didáctico, potenciado por las TIC, para la enseñanza de la matemática*". Sabiendo que la característica fundamental de la metodología del estudio de casos consiste en promover el examen de las ideas, la discusión y la comprensión profunda de los acontecimientos y problemas y que la escritura de casos orientados a la realidad local no abundan en nuestro país, se hace necesario por un lado, aprender a redactar casos, preparar a los docentes para la redacción de casos y uso de la metodología. El objetivo del proyecto consistió en desarrollar propuestas educativas mediante la redacción de casos como metodología didáctica, para contribuir a mejorar la calidad de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en la Facultad de Ciencias Económicas de la UNL. En este sentido, se desarrollaron dos casos, los cuales fueron evaluados mediante la aplicación a un grupo testigo conformado por estudiantes de cuarto y primer año de las carreras de grado de la Institución. El primero abordó contenidos de Matemática Financiera mientras que el segundo integró dos áreas disciplinares, Análisis Matemático y Administración General. El análisis de las producciones presentadas por los estudiantes, reveló, sobre todo en los estudiantes de 1er año, dificultades en la presentación del informe escrito, en el aprendizaje autónomo y en las fundamentaciones matemáticas necesarias para la resolución del caso. Sin embargo los estudiantes que participaron otorgaron una valoración alta a la metodología.

Una experiencia de cátedra: uso de la plataforma Moodle como herramienta para la evaluación continua de aprendizajes en cálculo de una variable en la universidad.

MARIO GARELIK
MARÍA ANGÉLICA ZURBRIGGEN
MARÍA FLORENCIA ACOSTA
SEBASTIÁN BERGAGNO
LUCÍA MANELLI
mgarelik@gmail.com / mazurbriggen@gmail.com / ma.flor.acosta@gmail.com
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

Resumen. En este trabajo se presenta una experiencia de cátedra relacionada con el diseño e implementación de cuestionarios online en un espacio virtual de aprendizaje para los alumnos de la asignatura Cálculo I correspondiente al primer año de carreras de ingeniería de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas. La propuesta pretende contribuir a la mejora de los indicadores de rendimiento académico de los alumnos teniendo en cuenta la posición primaria de la mencionada materia en los currículos de las carreras de Ingeniería Ambiental, Ingeniería en Informática e Ingeniería en Recursos Hídricos de la facultad y, por tanto, que un magro desempeño en la misma suele ocasionar repitencias de cursado, rezago y hasta abandono de estudios. La actividad, complementaria a la enseñanza y evaluación presenciales tradicionales, se apoya en la tecnología proporcionada por la plataforma Moodle y resulta una importante herramienta de autoevaluación para los estudiantes. Se presentan los lineamientos generales que guiaron la propuesta, diseño y desarrollo de la experiencia, los aspectos metodológicos y los principales resultados obtenidos.

Prácticas de enseñanza de Análisis Matemático Ien ingeniería.

SILVINA SUAU
ROMINA FERRANDO
silvinasuau@yahoo.com.ar / romivfh@gmail.com
Facultad Regional Santa Fe. Universidad Tecnológica Nacional.

Resumen
En este trabajo presentamos algunas prácticas de enseñanza que venimos implementando para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en la asignatura "Análisis Matemático I" del primer nivel de las carreras de Ingeniería de la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Santa Fe. Estas propuestas surgen a partir de detectar una fuerte tendencia en los alumnos a resolver problemas y ejercicios en forma mecánica y algorítmicamente, mostrando dificultades para abordar situaciones problemáticas nuevas. Ante esto, nuestras prácticas docentes apuntan a una enseñanza para la comprensión y a la formación de habilidades y competencias que permitan a los alumnos resolver problemas en el contexto de las carreras de Ingeniería. Dentro de esto, consideramos muy importante la incorporación de las tecnologías como parte del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Impacto de una intervención pedagógica en un curso de ambientación a la vida universitaria en el área matemática.

Sandra Ponce
Magalí Soldini
Adriana Marichal
Gabriela Martinez
R. Darío Ponce
adrimarichal@gmail.com
Facultad de Ciencias Agropecuarias. Universidad Nacional de Entre Ríos.

Resumen

Pensar la práctica docente en la educación superior implica reconocer las características de los alumnos, precisar los contenidos que se desarrollarán y cuáles serán las formas de intervención didáctica que se seleccionarán para mediar entre el proceso de enseñanza y el de aprendizaje.

Desde hace algunos años, como equipo de cátedra reflexionamos sobre cómo se producen estas situaciones de aprendizaje, en particular en el escenario del Curso de Ambientación a la Vida Universitaria - Módulo Matemática, haciendo hincapié en la posibilidad de incorporar estrategias en el proceso de enseñanza que mejoren las tasas de aprobación y la motivación de los estudiantes.

De experiencias pasadas pudimos determinar que la mayoría de los alumnos ingresantes, durante los procesos de escolarización, han acuñado métodos de aprendizaje que se basan principalmente en la aplicación de técnicas de resolución de ejercicios directos relacionados a cada noción matemática desarrollada. Entonces, comenzamos a preguntarnos si no sería posible, aún desde las primeras clases, enseñarles a relacionar estos conceptos con su futura práctica profesional, interviniendo didácticamente en el aprovechamiento del tiempo efectivo de clase y del extra-áulico.

Entendimos que las nuevas tecnologías podían ayudarnos y decidimos que el modelo Flipped Classroom o Aula Invertida era el marco metodológico adecuado para encuadrar nuestra propuesta.

En este trabajo presentamos algunas reflexiones sobre la intervención realizada y algunas conclusiones sobre el impacto logrado.

La evaluación de conceptos estadísticos en carreras de ciencias sociales.

LILIANA MABEL TAUBER
SILVANA MARÍA SANTELLÁN
MARIELA CRAVERO
estadisticamatematicafhuc@gmail.com / santellansilvana@gmail.com /
marielacravero@hotmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

En el presente trabajo describimos las características generales de una propuesta de evaluación continua de Estadística para alumnos universitarios del área de las Ciencias Sociales, que se implementa en la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional del Litoral. Describimos el marco de referencia en el que se desarrolla la experiencia, las características particulares de los alumnos y los propósitos perseguidos por las docentes de la cátedra, teniendo como premisa lograr formar estudiantes estadísticamente cultos. Asimismo, comentamos sobre las características de los materiales de referencia y de los asistentes didácticos y tecnológicos que utilizamos en las distintas instancias de evaluación. Por último, discutimos alcances y limitaciones de la propuesta.

El proceso de investigación-acción como protagonista del cambio en el plan de evaluación de un curso de matemática para ingeniería.

L. Carolina Carrere
Marisol Perassi
Leandro Escher
Emiliano Ravera
Iván Lapyckyj
Alberto Miyara
Gustavo Pita
Solange Milesi
Diana Waigandt
carrerecarolina@ingenieria.uner.edu.ar
Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Entre Ríos.

Resumen

La evaluación de los aprendizajes en los cursos de matemática de carreras de ingeniería aparece como un tema controversial y sobre el cual se plantea la necesidad de debatir y repensar. Este trabajo describe los cambios realizados en el plan de evaluación de las asignaturas Cálculo Vectorial y Ecuaciones diferenciales de la carrera bioingeniería de la Facultad de Ingeniería en la Universidad Nacional de Entre Ríos. La Investigación-Acción (I-A) se convirtió en la protagonista del proceso investigativo a través del cual los docentes reflexionaron sobre su propia práctica con el objetivo de comprender las dificultades que la atraviesan y generar acciones para mejorarla. Los resultados de la I-A han generado cambios, tanto en la práctica docente como en el comportamiento de los estudiantes, así como también han impactado positivamente en el rendimiento académico.

Modelado paramétrico: herramienta para la articulación interdisciplinar.

MARÍA SOLEDAD FRITZ
PAULA GONZÁLEZ MUÉS
MARÍA GRACIELA IMBACH
SANDRA KERNOT
CECILIALASPINA
PAULA RICARDI
HURÍ SPERATTI
MARÍA VICTORIA VUIZOT
graciela.imbach@gmail.com
Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

En el marco del proyecto de investigación CAI+D2011 "Construcción de articulaciones didácticas en el ciclo básico de la carrera de Arquitectura y Urbanismo a partir de las competencias específicas para el estudiante de Sistemas Estructurales I", se propuso diseñar propuestas de enseñanza en los talleres de proyecto, en las asignaturas de Estructuras y de Matemática, de la carrera de Arquitectura de la Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo de la Universidad Nacional del Litoral, tendientes a profundizar la reflexión de los estudiantes sobre la relación entre forma arquitectónica y diseño estructural. Puntualmente en la cátedra de Matemática, se inició la investigación del modelado paramétrico y la utilización de software de diseño paramétrico, propios de las disciplinas proyectuales.

"El modelado paramétrico es un método matemático que permite alterar determinadas características del modelo, en cualquier instancia del proceso, sin tener que volver a calcular otras características que se verían afectadas frente al cambio realizado. Esta situación lo convierte en una herramienta de gran potencial, constituyendo y definiendo un nuevo marco teórico, que permite introducir una racionalidad constructiva desde el inicio del proyecto." (Fraile, 2012:5).

En el presente trabajo se detallan dos experiencias didácticas, utilizando el software de diseño paramétrico Grasshopper. En el 2014, se realizó una experiencia intercátedra con estudiantes de intercambio que cursaban el Taller de Proyecto Arquitectónico I (TPAI). En el 2015, en la asignatura Matemática Básica, se implementó una propuesta

curricular de modelado paramétrico, que se volvió a aplicar en el 2016 con las adecuaciones pertinentes.

Propuesta para estudiantes de carreras no matemáticas que desestabilizan sus imágenes conceptuales.

Ana María Mántica

Marcela Götte

ana.mantica@gmail.com / marcelagotte@gmail.com

Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen

Distintas investigaciones sostienen que los estudiantes tienen grandes dificultades en el trabajo y representación de lo tridimensional y en especial en la resolución de problemas en esta temática. En esta propuesta se presentan algunas de las tareas para el estudio de propiedades de figuras geométricas tanto del plano como del espacio diseñadas para un curso para estudiantes de las carreras de Comunicación y de Diseño de la Universidad de Medellín. En estas tareas nos centramos particularmente en el concepto de regularidad de polígonos y poliedros. A partir del análisis de los modos de resolución de los estudiantes vislumbramos que ciertas imágenes conceptuales de los estudiantes son distorsionadas, como por ejemplo, asocian la regularidad de un polígono cualquiera sólo a la igualdad de lados. Consideramos provechoso plantear en las tareas imágenes de lo extra académico para a partir de ello focalizar en el concepto, especialmente por las carreras elegidas por los estudiantes destinatarios de los mismos. Sin embargo, no encontramos a los estudiantes habituados para mirar al mundo que los rodea con “lentes geométricas” o bien utilizando un término de los estudiantes colombianos, no se “empeliculan” con la geometría, lo que para ellos significa mirar lo que nos rodea con ojos de geómetra.

Propuesta didáctica activa para la enseñanza teniendo en cuenta las características de los jóvenes.

María Itatí Gandulfo
María Alicia Gemignani
Maricel Vanesa De Zan
Melina Belén Zapata
mariagandulfo@gmail.com / alicia.gemignani@gmail.com / maricelvdezan@yahoo.com.ar / zapatamelina@hotmail.com
Universidad Tecnológica Nacional (UTN).

Resumen

La Universidad actual atraviesa una época signada por el avance de las tecnologías de información y comunicación, lo que ha generado nuevas formas de enseñanza y aprendizaje y nuevos desafíos al rol docente. Esta situación se ve fuertemente potenciada por la presencia de estudiantes con características propias que traen las nuevas generaciones en cuanto a su forma de acceder y apropiarse el conocimiento.

En el presente trabajo se presenta un proyecto de propuesta didáctica para la enseñanza de la asignatura Análisis Matemático I que se dicta en la Facultad Regional Paraná de la Universidad Tecnológica Nacional, centrada en el estudiante, sus características y la potencialidad que ofrecen hoy los apoyos digitales.

Eje 6: Educación y Estadística

Caracterización de un dispositivo didáctico para cursos de introducción a la estadística en carreras universitarias.

GABRIELA CABRERA
gabriela.pilar.cabrera@gmail.com
Universidad Nacional de Villa María.

Resumen

En el presente documento se describe un dispositivo didáctico dinámico, colaborativo, interactivo e hipertextual y situado en el contexto de las Ciencias Veterinarias; desarrollado e implementado en el curso introductorio de Bioestadística de la carrera de Medicina Veterinaria. Con la puesta en marcha de este dispositivo, se logró un incremento significativo en el porcentaje de estudiantes que alcanzaron la regularización de la asignatura en 2016 (74% de 101 estudiantes), en relación a lo ocurrido en 2015 (46% de 134 estudiantes) y 2014 (48% de 124 estudiantes). Atentos a este indicadorpositivo, la investigación pretende continuar con aplicación de los criterios de idoneidad didáctica con sus seis componentes -epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica- definidos en el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición Matemática (EOS). Con ello, se pretende un dispositivo replicable en cursos introductorios de estadística en carreras que no disponen de una fuerte presencia de la matemática en sus planes de estudio.

Conceptos de estadística en carreras universitarias no matemáticas. Su impacto en el rendimiento académico de la asignatura.

María Florencia Walz
Olga Beatriz Ávila
Liliana Ester Contini
olga.beatriz.avila@gmail.com
Departamento de Matemática, Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas. Universidad Nacional de Litoral.

Resumen

La necesidad de generar una cultura estadística en la sociedad toma auge desde hace unas tres décadas, aproximadamente. La Estadística como asignatura, se ha insertado en casi todas las currículas de las carreras universitarias cualquiera sea su orientación. Esta incorporación de la disciplina plantea un desafío didáctico porque su enseñanza tiene como objetivo generar no sólo conocimientos de conceptos estadísticos sino también la cultura estadística necesarios para ser empleados correctamente en un futuro contexto profesional de los estudiantes.Los docentes afectados al dictado de las asignaturas estadísticas de diferentes carreras de la Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas (FBCB)-Universidad Nacional del Litoral (UNL) han reestructurado el programa de las mismas incorporando el tema Pruebas de Hipótesis que no estaba en los programas de estas asignaturas con anterioridad al año 2012 como así también se ha reestructurado la metodología de las actividades prácticas. Tras estas reformas se realizó un estudio comparativo del rendimiento académico en Estadística de los alumnos que cursaron antes y después de los cambios, para evaluar si los mismos impactaron positivamente en este aspecto.

En base a lo observado se puede concluir que la reestructuración en el dictado de las asignaturas involucradas en este estudio permitió una mejor comprensión de los conceptos vinculados a la Estadística Inferencial. Esto se ve reflejado en la mejora en los porcentajes de aprobación de los alumnos durante el cursado (promoción) y en la aprobación en el primer intento de rendir la asignatura en un turno de examen final.

Enseñando Estadística con humor.

MÓNICA GUITART CORIA
mguitart@fing.uncu.edu.ar
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo.

BETIANA LATORRE
Escuela 4001 José Vicente Zapata, Mendoza.

Resumen

Educar desde el humor y con humor requiere un arduo trabajo por parte del docente, ya que es necesario conocer lo que el humor provoca en los procesos educativos.

La propuesta de introducir risas en el aula de Estadística va más allá de ser un profesor simpático, supone la búsqueda de situaciones humorísticas que incluyan el concepto a trabajar y que sirvan de disparador, de hilo conductor o como cierre de una clase.

La inserción del humor debe estar controlada, en primera instancia, a través del profundo conocimiento de nuestros alumnos.

Además, el uso del humor exige un gran dominio de los tiempos y las circunstancias que lo rodean para que sea un elemento motivador que permita cumplir el objetivo para el área, nivel y circunstancia en los que se implementa.

Eje 7: Investigación en Educación Matemática y en Educación Estadística

Análisis de un proyecto estadístico basado en un sistema de indicadores de razonamiento y pensamiento estadístico.

MARIEL LOVATTO
LILIANA TAUBER
ma.lvtto@gmail.com / estadisticamatematicafhuc@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen
En el presente trabajo describimos el significado de cada uno de los indicadores que consideramosdentro de un sistema que nos permite analizar las relaciones entre conceptos estocásticos, quepueden ponerse en práctica cuando se elabora una propuesta didáctica basada en el trabajo porproyectos. Tomando como fundamento el sistema de indicadores mencionado antes, describimosel análisis de contenido realizado sobre un proyecto para el aula de Estadística, elaborado por undocente que ejerce actualmente en el Nivel Secundario. Por último, realizamos una discusión delos resultados obtenidos a partir del análisis de contenido, problematizando sobre los conflictos que encontramos en nuestro caso de estudio en relación con el razonamiento y pensamientoestadísticos.

Análisis onto-semiótico de una tarea que promueve la puesta en funcionamiento del razonamiento conjetural.

SONIA GALLO
soniagallo_@hotmail.com
Universidad Nacional del Litoral.

SILVIA ETCHEGARAY
MARÍA E. MARKIEWICZ
Universidad Nacional de Río Cuarto.

Resumen

Este trabajo se enmarca en una tesis de Maestría en Didácticas Específicas que se desarrollaen la Universidad Nacional del Litoral. Dado que el objetivo general de dicha tesis es el análisisde los procesos argumentativos para elaborar y contrastar conjeturas en la clase dematemática de 4to. año de la escuela secundaria, fueron necesarios la selección y el análisisde situaciones-problemas que promuevan el funcionamiento del razonamiento conjetural en losalumnos.

El objetivo de este trabajo es presentar una de las situaciones seleccionadas y un análisis apriori de dicha situación. Como marco teórico didáctico para realizar nuestro análisis hemostomado el Enfoque onto-semiótico de la cognición e instrucción matemáticos (EOS), el cual nosbrinda herramientas para realizar un minucioso análisis de las prácticas matemáticas ligadas ala situación seleccionada que permite explicitar la compleja trama de relaciones que se pone enjuego al elaborar conjeturas, los procesos duales que cada momento del trabajo conlleva y losconflictos semióticos potenciales que se pueden generar. También tomamos como marcoteórico para el análisis algunas investigaciones que abordan cuestiones específicas ytransversales acerca del razonamiento conjetural.

Este análisis a priori nos servirá de “significado de referencia pretendido” para un análisisposterior de los significados personales de los alumnos al momento de enfrentarse a estasituación.

Empoderamiento en educación matemática: estudio de un caso.

ADRIANA MAGALLANES
adriana.n.magallanes@gmail.com
Universidad Nacional de Río Cuarto.

CRISTINA ESTELEY
Universidad Nacional de Córdoba.

Resumen
Con este trabajo se busca dar cuenta de resultados parciales producidos en el marco de una tesis de doctorado que toma como principal objeto de indagación una experiencia educativa centrada en la enseñanza de la estadística. Tal experiencia se crea y desarrolla desde una perspectiva vinculada a la Educación Matemática Crítica. En ese marco de trabajo, nos concentraremos en la noción empoderamiento para la selección y análisis de los resultados que se informan.

Un estudio ontosemiótico de la integral definida a partir del análisis de un libro de texto.

José Gómez

jgomez@unse.edu.ar

Facultad de Agronomía y Agroindustrias. Universidad Nacional de Santiago del Estero.

Elsa Ibarra

egomez@unse.edu.ar

Facultad de Ciencias Forestales. Universidad Nacional de Santiago del Estero.

Resumen

Este trabajo se inscribe en la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) y tiene como objetivo principalrealizar un análisis microscópico de la definición de integral definida de un libro de texto. Este análisispermite identificar las funciones semióticas que se establecen entre las diferentes entidades y facetasduales a cargo de los distintos sujetos y contribuye a identificar también los potenciales conflictossemióticos que pueden surgir en torno a las sumas de Riemann, cuyo límite da lugar a la integraldefinida. Se expone además el tipo de enfoque más habitual en libros de texto de Cálculo queenuncian el significado institucional pretendido de la integral definida.

Para este análisis se toma en cuenta un libro empleado en la enseñanza de Cálculo en primer año deingeniería de la Facultad de Agronomía y Agroindustrias de la Universidad Nacional de Santiago delEstero.

Configuraciones de clases de matemática en el nivel superior.

MARCEL DAVID POCHULU
RAQUEL SUSANA ABRATE
marcelpochulu@hotmail.com
Universidad Nacional de Villa María.

Resumen

El trabajo se enmarcó en una metodología cualitativa de investigación y tuvo por objetivo analizar y categorizar las prácticas docentes de Matemática en el nivel superior. En particular, se analizaron prácticas de Matemática que se implementaron en dos universidades públicas y un instituto de educación superior de la ciudad de Villa María (Argentina). El análisis estuvo centrado en dimensiones que surgieron del propio proceso de investigación, basadas en: (a) categorías que presentan trabajos realizados sobre las prácticas de profesores de Matemática, y (b) categorías que proponen algunas líneas y enfoques teóricos de Educación Matemática.

Para ello, se videograbaron clases, se analizaron carpetas de estudiantes e instrumentos de evaluación y se realizaron entrevistas no estructuradas. Las características exclusivas y particulares halladas en las clases de cada profesor permitieron la construcción de diferentes configuraciones de clases de Matemática en el nivel superior.

Un estudio exploratorio sobre concepciones iniciales de la probabilidad en futuros profesores de matemática.

MARIO ALVAREZ
mariogalvarez@gmail.com
Instituto Profesorado Concordia D-54.

MARCEL POCHULU
GABRIELA CABRERA
Universidad Nacional de Villa María.

Resumen

Se presenta un trabajo exploratorio acerca de las concepciones iniciales que tienen futurosprofesores de Matemática sobre la probabilidad al aplicar el enfoque clásico o laplaciano. Para ellose estudiaron las prácticas operativas y discursivas de 19 estudiantes del profesorado enMatemática al resolver tres tareas que implicaron la asignación de probabilidades a espaciosmuestrales equiprobables. El análisis se efectuó empleando las herramientas configuraciónepistémica y configuración cognitiva del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la InstrucciónMatemática. Los resultados evidencian falencias para reconocer espacios equiprobables y parainterpretar el resultado obtenido según el tamaño de la muestra, lo cual guarda correspondenciacon los estudios realizados por diferentes investigadores sobre Educación Estadística.

Análisis desde la educación matemática crítica de una experiencia inserta en un proyecto escolar interdisciplinario.

IGNACIO MARTÍNEZ
FABIANA KIENER
SARA SCAGLIA
ia.martinez1990@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Resumen
Desde la Educación Matemática Crítica (EMC) se considera esencial contextualizar las actividades matemáticas para que resulten significativas para los estudiantes, de modo que puedan discutir elsignificado de las tareas que llevan a cabo. Asimismo, esta teoría propone una tipología de lasclases de matemática a partir de la consideración de dos aspectos: el tipo de referencia(puramente matemáticas, semirrealidad y realidad) y la forma de organización de las tareas enclase (paradigma del ejercicio vs escenarios de investigación).

Desde un enfoque metodológico cualitativo planteamos un experimento de enseñanza pensado enel marco de un proyecto escolar interdisciplinario de la escuela primaria de la UNL. En la presenteponencia analizamos, desde la perspectiva de la EMC, la implementación y los resultados de unade las tareas diseñadas, que tiene por objetivo abordar algunas magnitudes del SiMeLA, envinculación con la novela infantil “El Muro” de Klaus Gordon y con el soporte de la aplicaciónGoogleMaps.

Con respecto a la organización de la clase, situamos la experiencia en una posición intermediaentre el paradigma del ejercicio y los escenarios de investigación. De acuerdo al tipo de referencia,la tarea se enmarca claramente en un ambiente de semirrealidad, donde la temática del proyectointerdisciplinario, la cercanía con los personajes de la novela y el interés generado por el uso de laaplicación web confluyó en la configuración de un contexto propicio para la construcción designificado.

Trabajos en extenso

Eje 1: La Educación Matemática en el nivel inicial y en el nivel primario

Matematizar y resolver problemas en el nivel inicial. Otro abordaje de una salida tradicional.

PATRICIA CAVATORTA
patricia.cavatorta@gmail.com
Instituto Superior de Profesorado Nº 6.
Instituto Superior de Profesorado Nº 8.
Facultad de Humanidades y Ciencias.Universidad Nacional del Litoral.

MARINA ACOSTA
avmarina022@gmail.com
Jardín de Infantes Nº4 "Coronel Pringles".

"Diego no conocía la mar. El padre, Santiago Kovadloff, lo llevó a descubrirla. Viajaron al sur. Ella, la mar, estaba más allá de los altos médanos, esperando. Cuando el niño y su padre alcanzaron por fin aquellas dunas de arena, después de mucho caminar, la mar estallo ante sus ojos. Y fue tanta la inmensidad de la mar, y tanto su fulgor que el niño quedo mudo de hermosura. Y cuando por fin consiguió hablar, temblando, tartamudeando, pidió a su padre; - ¡Ayúdame a mirar!"

(Eduardo Galeano, 1993).

Introducción

En este trabajo se presenta la descripción y análisis de una propuesta de enseñanza para una sección de 5 años de Nivel Inicial denominada: "Mirar y descubrir la cotidianeidad de los alrededores del Jardín". La misma surge como una propuesta de indagación del entorno cercano al niño para el abordaje de lo formulado por el Programa Provincial de Educación Vial, pero al mismo tiempo el trabajo sobre este escenario de la realidad habilita el abordaje de contenidos de distintas disciplinas, particularmente las Ciencias Sociales y la Matemática.

Se pretende mostrar una forma de trabajar contenidos prescriptos para el área de Matemática en el Nivel Inicial a partir de la resolución de problemas de la realidad del grupo de niño involucrados. En el marco de referencia explicitamos los núcleos de aprendizajes prioritarios que son abordados a partir de la propuesta y conceptos e ideas de diferentes corrientes de la Educación Matemática que permiten fundamentar la importancia de trabajar de esta manera, si lo que se pretende es que los niños construyan conocimientos activamente, particularmente conocimientos matemáticos.

Marco referencial

En el Nivel Inicial generalmente se planifica a partir de estructuras didácticas interdisciplinares, como unidades didácticas y proyectos, con la intencionalidad de que los niños lean, organicen, interactúen y comprendan el ambiente, el entorno más cercano, el contexto. Esta lectura e intervención de la realidad involucra o necesita de los aportes de distintas disciplinas.

Los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP) formulados para el Nivel Inicial plantean que se debe, entre otras cosas, asegurar la enseñanza de conocimientos significativos que amplíen los saberes de los niños y aumenten el placer por conocer. Establecen que se deben ofrecer situaciones de enseñanza que promuevan la indagación del ambiente natural, social y tecnológico. Asimismo plantean que desde la enseñanza de la matemática se debe abordar:

> El reconocimiento y uso en forma oral y escrita de una porción significativa de la sucesión de números naturales, para resolver y plantear problemas en sus diferentes funciones. El uso, comunicación y representación de relaciones espaciales describiendo posiciones relativas entre los objetos, desplazamientos, formas geométricas y la exploración de la función y uso social de la medida convencional y no convencional. (p. 22)

Como plantean Kaufmann y Serulnicoff (2000) el ambiente es un entramado socionatural: es lo natural imbricado en lo social y lo social enraizado en lo natural. Lo social y lo natural están en permanente interacción modelándose mutuamente.

> El ambiente es un complejo entramado y en su totalidad resulta inabarcable. Esto se acentúa aún más si recordamos que nuestros destinatarios son los alumnos del jardín de infantes. Por lo tanto, es necesario seleccionar *contextos* específicos a partir de los cuales organizar proyectos de trabajo en la sala. (Kaufmann y Serulnicoff, 2000, p.33)

La indagación del ambiente se realiza mediante la selección de un sector de éste que será analizado teniendo en cuenta su complejidad. Este análisis problematiza la realidad, plantea interrogantes cuyas respuestas requieren del aporte de distintas disciplinas que, en forma articulada, ofrecen una mirada completa del contexto.

> […] permite a los niños utilizar sus saberes previos en la indagación del contexto para luego ampliarlos y complejizarlos. La búsqueda de respuestas posibilita ir más allá de lo observado y comenzar a establecer relaciones entre los diferentes aspectos del ambiente. (González y Weinstein, 2010, p.191)

Zolkower y Bressan (2012) citan a Freudenthal (1973), referente de la Educación Matemática Realista (EMR), quien sostiene que transmitir a los alumnos una matemática pre-fabricada, resultado de la actividad de los matemáticos o de los autores de libros de textos es una inversión anti-didáctica. Él propone enseñarles a los alumnos a matematizar.

Treffers (1987) distingue dos dimensiones en la matematización: horizontal y vertical. Matematizar horizontalmente consiste en convertir un problema de la realidad en un problema matemático haciendo uso del sentido común, la intuición, la observación, la aproximación empírica y la experimentación inductiva. Matematizar verticalmente consiste en moverse dentro de la realidad matemática haciendo uso de la esquematización, la generalización, la prueba, el rigor y la simbolización" (Zolkower y Bressan, 2012, p.178).

Zolkower y Bressan (2012) sostienen que para enseñar a los alumnos a matematizar la realidad es necesario involucrarlos en situaciones problemáticas realistas, y para esto es necesario organizarlas a través de actividades que generen reinvenciones guiadas.

Freudenthal (1991) dice: "Entendemos por realidad aquello que el sentido común experimenta como real dentro de un cierto escenario" (p. 17). El sentido común debe ser sistematizado y organizado, para poder transformarse en matemática genuina y poder progresar. Las experiencias desde el sentido común se materializan en reglas y estas a su vez se transforman en sentido común a un nivel más alto, siendo la base de una matemática de mayor orden.

Indagar el ambiente no supone inventar una realidad infantil para ser conocida por los niños, sino que esta indagación tiene sentido para el niño si se aborda desde situaciones reales en escenarios reales, cotidianos o no tan cotidianos. Necesariamente se debe hacer un recorte de esa realidad, es decir seleccionar un contexto en el que se trabajará.

Kaufmann y Serulnicoff (2000) consideran que se le debe ofrecer a los niños la posibilidad de conocer aspectos del contexto seleccionado que no conocían o que conocían parcialmente. “En algunos casos se trata de "mirar" algo que nunca habían "mirado". En otros, de "mirar con otros ojos" aquello que resulta familiar.” (p. 40)

Rodríguez (2012) plantea que en la línea de la didáctica de la matemática denominada Resolución de problemas “el enfoque está puesto en que los estudiantes se conviertan en buenos resolutores de problemas” (p. 154). El interés radica en que adquieran herramientas y construyan estrategias para abordar problemas, el foco no está puesto en enseñar un contenido matemático específico, lo cual no significa que en la resolución de problemas no haya matemática. Por el contrario, lo que se pretende es que, en un contexto de resolución de problemas que abordan contenidos matemáticos los niños se comporten como matemáticos: exploren, experimenten, conjeturen, analicen sus avances, modifiquen su rumbo, reflexionen sobre lo que se hizo, dijo o pensó, etc.

El trabajo con la resolución de problemas no se agota en encontrar la respuesta a una situación planteada, es mucho más que eso. Como propone Saiz (1996), “hacer matemática es buscar soluciones a problemas, pero también ponerse de acuerdo sobre esas soluciones y para eso es necesario probar, argumentar, discutir, verificar y hacer verificar, tratar de convencer, involucrarse en la búsqueda de la verdad de las afirmaciones que se realizan [...]”. Cuando hay acuerdos, estos pasan a ser parte del sentido común del que habla la EMR.

Por otro lado Skovsmose (2000) (referente de la Educación Matemática Crítica) describe seis ambientes de aprendizaje (expresados en el cuadro 1) para la clase de matemática, cruzando dos dimensiones:

Las formas de organización de la actividad de los estudiantes en la clase de matemática: por un lado el paradigma del ejercicio y por otro el enfoque investigativo.

Los tipos de referencia que sirven de base para el significado: la Matemática pura, la semirrealidad o situaciones de la vida real.

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Cuadro 1. Ambientes de aprendizajes

> "Según muchas observaciones, la educación matemática tradicional sigue el paradigma del ejercicio. Este paradigma contrasta con varios posibles escenarios de investigación que invitan a los estudiantes a involucrarse en un proceso de exploración y explicación." (Skovsmose, 2000, p.3)

> Moverse del paradigma del ejercicio hacia los escenarios de investigación puede contribuir a relegar a las autoridades del salón de clase de matemáticas tradicional y, en cambio, resaltar el papel de los estudiantes como sujetos activos de su propio proceso de aprendizaje. Moverse de la referencia a las matemáticas per se hacia la referencia a la vida real puede contribuir a ofrecer recursos para la reflexión sobre las matemáticas y sus aplicaciones. (Skovsmose, 2000, p. 3)

Un proyecto característico del ambiente (6) exige trabajo interdisciplinario, donde el docente de matemática planifique junto a docentes de otras disciplinas generando situaciones de aprendizaje que sean adecuadas para cada grupo, atendiendo los intereses de los alumnos, la realidad circundante y las oportunidades que pueden presentarse en determinados momentos.

La propuesta: "Mirar y descubrir la cotidianeidad de los alrededores del Jardín"

La propuesta que se describe y analiza en este trabajo está enmarcada en el Proyecto Anual de una sección de 5 años del Nivel Inicial denominado "Los edificios significativos presentes en el Barrio del Jardín y sus cercanías". El mismo tiene como propósito transitar e indagar la ciudad como espacio pedagógico, recuperando la riqueza del patrimonio cultural de los santafesinos.

Por otro lado la provincia de Santa Fe cuenta con un Programa de Formación en Educación vial. El mismo apuesta a la construcción de una nueva cultura vial, donde la convivencia en el espacio público sea el papel en cual se dibujan los primeros trazos de la sociedad que queremos. Considera que la transformación ciudadana en el plano vial sólo puede lograrse a través del abordaje integral de políticas orientadas a la educación de los santafesinos. La educación del transeúnte es entendida como una formación transversal, contando con las herramientas de las diferentes áreas curriculares, en articulación con la diversidad social y geográfica de cada institución.

Se trabaja la educación vial desde el comportamiento social que tienen los ciudadanos en la vida cotidiana, no se focaliza sólo en describir señales de tránsito, se profundiza en entenderlas en contexto, problematizando la realidad.

Esta propuesta de enseñanza tiene como objetivo principal la exploración e indagación del ambiente, de la realidad tal cual se presenta, más precisamente la indagación de la realidad desde un recorrido de la manzana del jardín, con la intencionalidad de construir saberes a partir de la problematización desde diferentes disciplinas, “mirándola” desde distintos ángulos, si bien se gesta en primera instancia a partir de lo propuesto por Programa de Educación Vial de la provincia de Santa Fe. No solo cuenta con el trabajo interdisciplinar durante el recorrido, sino también con actividades previas y posteriores que enriquecen las formas de mirar, problematizar, cuestionar y leer el entorno. Algunos relatos de fragmentos de la experiencia vivida dan cuenta de la aparición de resolución de problemas matemáticos por parte de los niños en forma grupal y colaborativa, a partir de la matematización de la realidad.

Se describen a continuación actividades, diálogos y situaciones experimentadas que dan cuenta del abordaje desde el área Matemática, y se especifica el contenido disciplinar trabajado.

Previo a la salida

Diálogo sobre los edificios significativos de la manzana del jardín, como la escuela Moreno y la biblioteca Moreno y sobre las maneras de desplazamiento de los vehículos y de transeúntes en la misma, intentando establecer relaciones que se van dando en un espacio y tiempo determinado de la vida cotidiana de los ciudadanos que transitan el Barrio.

Se aborda la comunicación del espacio físico a partir de los saberes y vivencias diarias que poseen los niños, se identifican mojones, se comunican desplazamientos.

Localización de la manzana del jardín a partir de la proyección del google maps y realización de recorridos virtuales.

Se trabaja, desde la oralidad, la interpretación y la comunicación del espacio físico a partir de una representación que usa al espacio geométrico como modelizador. Anticipación del espacio.

Anticipación y descripción de posibles recorridos a partir de la construcción de escenarios utilizando diversos objetos como sillas y cajas (simulando edificios emblemáticos del barrio). En esta producción se ponen en juego conocimientos referidos al espacio sensible y al espacio geométrico: construcción de representaciones del espacio a partir de material concreto, donde aparecen puntos de referencia introducidos por los niños, la anticipación y la comunicación del espacio desde la descripción del recorrido y desde el dictado a la docente de todo lo que encontrarán en el recorrido real, la interpretación de la comunicación del espacio por parte de los compañeros que no participaron en la construcción de un determinado recorrido. Asimismo se abordan ciertas propiedades de las formas geométricas que aparecen a partir del contacto con el material concreto.

Inicio de la construcción de una maqueta colectiva donde se representa la manzana del jardín con forma de cuadrado y se pega una caja que representa el edificio del jardín.

Representación del espacio físico. Ubicación del punto de partida

Diálogo y acuerdos sobre las formas y modos de registrar el recorrido, haciendo uso de la maqueta. Designación colectiva de alumnos que irán registrando, acuerdo sobre horario de salida e hipótesis sobre posible hora de regreso. Escritura de horarios en las hojas de registro.

Representación del espacio físico y anticipación del recorrido del mismo. Escritura de números.

Organización para la salida. Se expresa parte del diálogo entre docente y alumnos.

D: ¿Estamos todos? Los niños cuentan mientras la docente va tocando las cabezas, cuentan 24. La docente dice: son 26 niños en la sala ¿cuántos faltan? Los niños responden: -“faltan dos” -“Iara y Tadeo no vinieron” -“El 25 es Tadeo y el 26 Iara”

En este diálogo se manifiesta el trabajo sobre dos funciones del número, el número para contar y el número para operar.

Durante el recorrido

Los niños/as se enfrentan a diversas situaciones que implican tener en cuenta la direccionalidad, ya que deben recorrer la manzana de acuerdo a lo acordado. Se parte del Jardín y van relatando por qué calle transitan y hacia cuál se dirigen. En las esquinas interpretan el cartel considerando que tienen los nombres de las calles que se cruzan, las flechas de dirección de circulación de vehículos y números.

Se aborda direccionalidad y los números en la vida cotidiana. Relaciones espaciales.

En una esquina se observa un semáforo, la docente indaga sobre las funciones del mismo y los niños dicen: -“para que no se choquen los autos” -“Para ordenar el tránsito”. D: ¿cuánto tiempo se habilita para cada calle? Los niños proponen contar. Los resultados de los 3 conteos son: 32, 28 y 33. D: ¿cómo hacemos para saber el tiempo exacto? Niños: -“lo medimos con una brújula” -“No, con un reloj” -“ya sé…con el teléfono de la mamá de Agustín”. Se cronometra y se miden 30 segundos. Se dialoga sobre los instrumentos para medir el tiempo.(1)

Aquí aparece claramente el conteo, el abordaje de la magnitud tiempo y el reconocimiento de instrumentos que sirven para medir dicha magnitud. La exploración de la función y uso social de la medida convencional y no convencional de la magnitud tiempo.

Imagen 1. Observando el semáforo

Imagen 2. Ubicación del semáforo

Se continúa el recorrido observando situaciones en cuanto a autos mal estacionados según lo que indican los carteles. Identifican una notificación de una infracción hecha por un inspector sobre el parabrisas de un auto, deducen que está estacionado donde el cordón está pintado de amarillo. Identifican la fecha y la hora en la que fue confeccionada.(2)

El uso del número en la vida cotidiana. Reconocimiento de números. Formas de registrar el tiempo.

Durante el recorrido se miran los números de las casas, de los colectivos, de las patentes de los vehículos, de los porteros eléctricos.

En la tercer cuadra la docente identifica que en el número de una casa de cuatro dígitos falta uno de los dígitos, el de la decena, entonces se indaga al grupo sobre qué número se podría haber despegado. Los niños construyen hipótesis sobre cuál es el número que falta.(3)

Resuelven un problema de la realidad, tiene relación con el contenido número para ordenar y con el sistema de numeración decimal. En relación al portero eléctrico se indaga sobre la función de los números que aparecen en el mismo.

Posterior a la salida

Producción individual de un plano de la manzana incorporando los puntos de referencia que consideren necesarios para que quien lea ese plano pueda ubicarse sin problemas. Algunos solo dibujan edificios, objetos, artefactos o lugares de la manzana, otros incorporan vehículos y flechas (indicando el sentido de circulación) al gráfico.

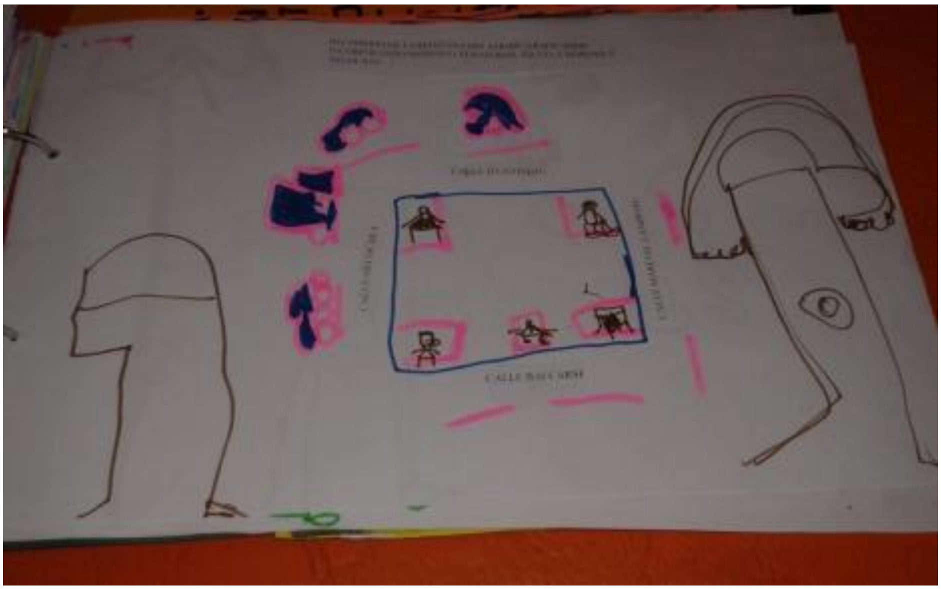


Imagen 3. Plano de un alumno

Continuación de la construcción de la maqueta a partir de los aportes de cada niño teniendo en cuenta sus planos individuales y los registros tomados. Esta maqueta se enriquece por cada nueva mirada del entorno y pasa a formar parte de un rincón de la sala para seguir enriqueciéndola y para resolver situaciones problemáticas durante el año.

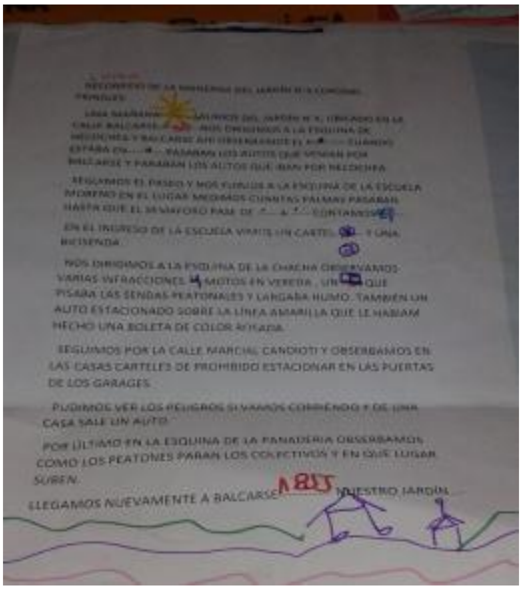
En estas dos actividades se trabaja la representación del espacio, la comunicación del espacio, la interpretación de la comunicación y representación del espacio, la anticipación del espacio (cuando se resuelven situaciones futuras usando la maqueta). Se utilizan representaciones de objetos geométricos para modelizar el espacio físico.

Trabajo sobre el registro fotográfico (las fotos fueron tomadas por las madres acompañantes), puntualizando sobre las funciones del número en la vida cotidiana.

Se considera la importancia del número en la vida cotidiana, se trabajan desde la oralidad las tres funciones del número a abordarse en el nivel.

Construcción colectiva de la narración del recorrido.

Aparecen contenidos matemáticos, a saber, la comunicación del espacio físico, las funciones del número para contar y para ordenar, la medida de la magnitud tiempo.


PISABA LAS SENDAS PEATONALES Y LARGABA HUMO. TAMBIÉN UN AUTO ESTACIONADO SOBRE LA LÍNEA AMARILLA QUE LE HABIAM HECHO UNA BOLETA DE COLOR ROSADA.

SEGUIMOS POR LA CALLE MARCIAL CANDIOTI Y OBSERBAMOS EN LAS CASAS CARTELES DE PROHIBIDO ESTACIONAR EN LAS PUERTAS DE LOS GARAGES.

PUDIMOS VER LOS PELIGROS SI VAMOS CORRIENDO Y DE UNA CASA SALE UN AUTO.

POR ÚLTIMO EN LA ESQUINA DE LA PANADERÍA OBSERBAMOS COMO LOS PEATONES PARAN LOS COLECTIVOS Y EN QUE LUGAR SUBEN.

LLEGAMOS NUEVAMENTE A BALCARSE 1855 NUESTRO JARDÍN.

Imagen 4. Narración del recorrido

Lo matemático aportando a lo interdisciplinar

Como ya se expuso, esta experiencia surge como una propuesta de indagación del entorno cercano al niño para el abordaje de lo formulado por el Programa Provincial de Educación Vial, pero al mismo tiempo el trabajo sobre este escenario real permite el abordaje de contenidos de distintas disciplinas, particularmente las Ciencias Sociales y la Matemática. Se explicita a continuación el trabajo desde las Ciencias Sociales en relación con algunos episodios mencionados en el apartado anterior, donde se comentó el abordaje matemático.

La situación (1), sobre el conteo de los tiempos del semáforo, habilitó un abordaje interdisciplinar desde la problematización de la realidad. Se trabajó mediante el diálogo y el debate el uso social de este instrumento cultural, el sentido que tiene para los transeúntes y los automovilistas, para la organización de la ciudad. Los niños al debatir a partir de la observación de este artefacto tecnológico y lo que sucede a partir de su uso consideran que, entre otras cosas que, es uno de los que permite organizar el tránsito, que existen reglas y normas que como ciudadanos debemos respetar. Ellos también evocan otras normas sociales como: no estacionar sobre la parte amarilla del cordón, ni en el sector donde debe parar el transporte escolar.

Asimismo en la situación donde se encuentra la multa en el vehículo (2) se vivencia no solo una situación de una problematización desde la matemática, sino reflexionando por qué el propietario del vehículo recibió esa multa, qué significa ese documento encontrado, que ese documento comunica al propietario del auto un no cumplimiento de una norma de la ciudad. Hipotetizan sobre la importancia de que haya un ente regulador, en este caso el gobierno de la ciudad.

En el diálogo donde discuten sobre qué número se le cayó a la casa (3), no sólo resuelven un problema matemático, sino que la docente hace intervenciones para indagar sobre el uso social de este número. D: "¿Para qué sirve que esta casa tenga un número?". Lo niños responden: "porque si no lo tiene no se sabe cómo llegar", "para que el cartero sepa donde dejar las cartas" D: "¿esta es la única casa de la ciudad con este número?". Algunos dicen: "Sí". Otros dicen: "No, porque también en la carta te ponen la calle" D: "No hay dos casas que tengan el mismo número si están en la misma calle, esto permite que podamos organizarnos en la ciudad para poder llegar a la casa de alguien que no conocemos"

Se observa un trabajo desde las ciencias sociales, reconociendo las funciones que cumplen los objetos culturales (semáforo, multa, número de casas) en la organización de la ciudad.

Reflexiones finales

Esta propuesta permite el abordaje de distintas disciplinas, no en forma aislada, sino desde un trabajo interdisciplinar donde a partir de una situación de la realidad cotidiana, se hipotetiza, conjetura, argumenta, se toma posición y se dialoga sobre las normas y convenciones sociales, los artefactos (carteles, semáforos, numeración de casas, senda peatonal, marcación en cordones) diseñados para la organización social.

Se ve como la matematización de aspectos de estas situaciones ayudan a comprender ese entramado social (tiempos del semáforo, la multa, numeración de casas, etc.).

Se trabaja la Matemática desde la resolución de problemas en un contexto, un recorte de la realidad, se privilegia la construcción de saberes por parte de los niños, donde estos tienen un rol activo en la resolución de las situaciones que se van planteando. Ellos proponen, discuten, afirman, argumentan, contraargumentan una afirmación de un compañero, etc. El docente no desarrolla una teoría previa para ser aplicada luego en contextos reales, por el contrario, a partir de la exploración del entorno, de la realidad, se presentan problemas (algunos previstos en la planificación y otros no) que los niños deben abordar desde sus saberes previos y deben construir colaborativamente con argumentos las estrategias de resolución.

Como se explicitó en el apartado anterior, se abordan diferentes tópicos de Matemática que corresponden a los tres ejes que deben ser trabajados en el Nivel Inicial: Números y Operaciones, Geometría-Espacio y Magnitudes y Medidas.

No sólo es interesante la propuesta porque se trabajan muchos contenidos en forma integrada y porque se resuelven problemas colaborativamente, sino por el cómo se abordan. Se muestra que los niños no trabajan sobre una realidad prefabricada, sino que construyen saberes a partir de sus miradas sobre el entorno. Matematizan las distintas situaciones que se presentan, y entre todos resuelven los problemas que se plantean, generando así una sistematización y organización del sentido común, haciendo progresar sus saberes. Los problemas surgen como una necesidad.

Asimismo es de destacar que los niños trabajan generalmente en un ambiente de aprendizaje del tipo (6) de los que describe Skovsmose, ya que resuelven problemas de situaciones de la vida real desde un escenario de investigación, matematizando la realidad como propone la EMR.

Cuando se trabaja sobre la maqueta, se resuelven actividades desde escenarios de investigación pero desde una semirrealidad. Esta semirrealidad es construida por los niños, no es impuesta.

Asimismo, se lee en el relato que hay matematización horizontal y vertical. Se matematiza horizontalmente cuando por ejemplo, durante el recorrido se convierten problemas de la realidad en problemas matemáticos (número de casa, tiempos del semáforo) haciendo uso de la intuición, del sentido común, de la aproximación empírica. Matematizan verticalmente en las actividades posteriores a la salida, ya que en ellas hacen uso de la esquematización y la generalización a partir de la experiencia, los registros y las fotografías, abordando problemas dentro de la propia matemática.

Por todo lo expuesto, esta propuesta de enseñanza recupera tanto los aportes de la Educación Matemática Realista como los de Educación Matemática Crítica y en ella se piensa a los niños como verdaderos resolutores de problemas de la realidad. Ellos experimentan, conjeturan, proponen soluciones, plantean argumentos, acuerdan, etc. Esto los convierte en productores de conocimiento matematizando la realidad.

Bibliografía

Freudenthal, H. (1991).Revisiting Mathematics Education: The China Lectures. Dordrecht: Kluwer.

Galeano, E. (1993). El libro de los abrazos. Uruguay: SIGLO XXI.

González, A. y Weinstein, E. (2010). La enseñanza de la Matemática en el jardín de infantes a través de secuencias didácticas. Rosario, Argentina: Homo Sapiens ediciones.

Kaufmann, V.y Serulnicoff, A. (2000). Conocer el ambiente. Una propuesta para las ciencias sociales y naturales en el nivel inicial. En Malajovich, A. (comp.). Recorridos didácticos en el nivel inicial. Buenos Aires: Ed. Paidós.

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (2004). Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Nivel Inicial. Buenos Aires.

Rodriguez Mabel (2012). Resolución de Problemas. En Pochulu, M. y Rodríguez, M. (comps.) Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Villa María, Córdoba: EDUVIM.

Saiz, Irma (1996). Resolución de problemas. En Fuentes para la transformación curricular. Matemática. Buenos Aires: Ministerio de Cultura y Educación de la Nación.

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. Ema 6(1), 3-26.

Zolkower, B. y Bressan, A. (2012). Educación Matemática Realista. En Pochulu, M. y Rodríguez, M. (comps.) Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Villa María, Córdoba: EDUVIM.

Matemática y viajeros.

ARNALDO GABRIEL ARIAS
MARÍA LORENA MATTALIA
arnaldogabrielarias@gmail.com / lorenamattalia@gmail.com
Escuela Primaria de la Universidad Nacional del Litoral.

Introducción

Desarrollamos el presente trabajo en el segundo cuatrimestre del año 2016 en segundo grado, ambas secciones, de la Escuela Primaria de la Universidad Nacional del Litoral. Trabajamos en pareja pedagógica combinando dos modelosde planificación: el Proyecto Pedagógico y el Guión Conjetural.

El Proyecto Pedagógico, según el diseño curricular de la Escuela Primaria de la Universidad Nacional del Litoral, busca que el docente identifique "(...) temas relevantes del currículum, seleccionando las ideas importantes, conceptos y principios que se pretenden enseñar relacionándolos con las problemáticas actuales." (Escuela Primaria UNL, 2012 p. 5). En tal sentido seleccionamos los contenidos correspondientes a segundo grado de las siguientes áreas curriculares: matemática, lengua y ciencias sociales.

El Guión Conjetural, por su parte, definido como:

> "(...) un mapa posible de acción para la práctica, es también un instrumento para reflexionar sobre ella, para pensar acerca de ella y pensarse en ella. La narración aparece en el guión como el género de escritura para dar cuenta de ciertas circunstancias, de maneras de argumentar y de construir las prácticas de modo más amplio que la planificación tradicional que, en un procedimiento de "abstracción", obtura la visión de qué es lo que el practicante imagina que pasará en el tiempo real que transcurra su estar en el aula. (Bibbó y Labeur, 2012, p. 82).

¿Por qué contar para contar? Decidimos utilizar relatos ficcionales para relacionar el camino de los números con las historias que entretejieron los viajeros por la ruta de la seda ya que: "Los números no viajaron solos. Por la misma ruta y al mismo tiempo transitaron tanto entes intangibles -lenguas, dioses, tradiciones literarias- como materiales -sederías chinas, perlas de los mares de Oriente, perfumes de la Arabia, especias, esclavos…" (Durán, 2012, p. 10).

El hilo conductor de este proyecto es la matemática cruzada por la literatura y las ciencias sociales. Utilizamos como relatos principales los que presenta Malba Tahan en su libro EL hombre que calculaba (Tahan, 1978). El mismo trata de Beremiz Samir, el Hombre que Calculaba, quien se encuentra a un lado del camino que lleva a la ciudad de Bagdad. Allí lo encuentra el narrador de la historia. Los dos personajes emprenden juntos el viaje. Les presentamos entonces estos relatos a los estudiantes como desafíos ya que, en cada capítulo, el personaje principal, se enfrenta con problemas de la vida real (contexto no matemático) para resolverlos mediante el uso de estrategias matemáticas. Nuestra intención fue la de valernos de estos ejercicios para construir actividades en contextos matemáticos permitiendo a los niños resolverlos de diferentes maneras y poder explicar cómo llegaron a dichas soluciones y compararlas entre los estudiantes del curso. Si bien leímos los capítulos del libro en cuestión, decidimos proponer los ejercicios que estuvieran relacionados con los contenidos curriculares de matemática de segundo grado. A continuación expondremos el Proyecto Pedagógico que denominamos "Matemática y viajeros" el cual consta de cuatro Guiones Conjeturales.

Desarrollo

Proyecto: Matemática y viajeros.

Contenidos a abordar y desarrollar (mencionaremos sólo los de matemática). Asimismo deseamos aclarar que presentaremos los guiones tal como fueron pensados en la etapa de planificación (tiempo verbal futuro), registrando además algunas de las respuestas de los alumnos en tiempo pasado.

MATEMÁTICA:
ESPACIO Y FORMAS GEOMÉTRICAS.

Ubicación en el espacio utilizando las nociones correspondientes a las relaciones espaciales. Códigos para comunicar desplazamientos. Formas geométricas: descripción según características observables. Cuerpos geométricos a partir de las figuras de sus caras. Simetría. Identificación de formas simétricas en el entorno. Construcción de figuras simétricas respecto de un eje.

OPERACIONES.

Algoritmos de adición, sustracción y multiplicación. Simbología convencional. Cálculo mental de combinaciones de formas (a+b= 100, 100+a). Descomposiciones aditivas de los números para resolver cálculos mentales y escritos. Búsqueda mental de mitad y doble de números. Números pares e impares. Identificación de datos e incógnitas en la resolución de problemas. Reconocimiento y explicación de distintos procedimientos y estrategias posibles.

NÚMEROS Y SISTEMAS DE NUMERACIÓN.

Relaciones aritméticas entre números. Mitad de, doble que, 10 más que... Patrones numéricos: escalas del 2, 5 y 10. Escrituras aditivas de un número. Iniciación del análisis de números a partir del valor posicional de las cifras. Lectura y escritura de números al menos hasta 1000.

MEDIDA.

Longitud-Distancia: medición con unidades convencionales (metro, 1⁄2 m.) Uso de la regla graduada.

ESTADÍSTICA.

Nociones elementales de probabilidad.

Guion 1: El hombre que calculaba.

Primer momento.

Comenzaremos este proyecto presentando el libro “El hombre que calculaba” del autor Malba Tahan ubicando en el planisferio los lugares en los cuales tiene lugar la narración. Leeremos los capítulos I, II y III para, posteriormente, trabajar con el problema de los 35 camellos que deben ser repartidos entre 3 hermanos (ver anexo).

Luego, les propondremos resolver el problema intentando repartir los 35 camellos en 2, en 3, y en 9 partes, sucesivamente. Posiblemente se den cuenta que no es factible dividir en dos partes iguales sin que sobre algún camello. Les preguntaremos cómo podríamos hacer. Quizás, los estudiantes propongan repartir 36 o 34 camellos para que la división sea exacta. Luego de que los estudiantes expongan las posibles soluciones leeremos la solución de Beremíz.

Autorregistro de la clase: aquí Luciano, uno de los estudiantes de 2° "Juan José Saer", dijo que no era posible porque el 35 es un número impar. Benjamín, Malena y Eugenio, asintieron. En el otro segundo grado, "José Pedroni", un estudiante dijo que había que matar un camello y otro que debían cortar uno por la mitad.

Finalmente, les propondremos intentar dividir los 35 camellos en 4, 5, 6, 7, 8, y 10 partes para ver qué sucede.

Autorregistro de la clase:Candelaria y Olivia distribuyeron los 35 camellos en 7 grupos de 5 cada uno. Lo mismo hizo Benjamín. Casi todos concluyeron que: no es posible dividir 35 en 4 sin que sobre algún camello, ni hacerlo por 6, 8 ó 10. Pero sí es posible dividir por 5 y por 7. Aquí encontramos una regularidad: pudimos concluir que, siempre que un número termine en 5 puede ser dividido por 5 (división exacta).

Segundo momento.

Leeremos el capítulo VIII en donde Beremiz resuelve el problema de las 21 vasijas (ver anexo).

Luego, les propondremos dibujar las 21 vasijas (7 llenas, 7 por la mitad y 7 vacías) para intentar dividirlas entre los 3 amigos. Posiblemente la dificultad radique en la cantidad de vino a repartir ya que no puede haber trasvaso de líquido de un recipiente a otro. Posteriormente, leeremos la parte del texto en la que el calculista resuelve el problema.

Autorregistro de la clase: la mayoría de los niños intentó solucionar el problema trasvasando el líquido (algo que el enunciado no permitía.

Tercer momento.

Propondremos a los alumnos leer el texto correspondiente al capítulo XII en el cual se presenta el problema de los 60 melones.

Beremiz fue informado minuciosamente del caso. Uno de los mercaderes explicó: -Los dos hermanos, Harim y Hamed, me encargaron que vendiera en el mercado dos partidas de melones. Harim me entregó 30 melones que debían ser vendidos al precio de 3 por 1 dinar; Hamed me entregó también 30 melones para los que estipuló un precio más caro: 2 melones por 1 dinar. (Tahan, 1978, p. 65).

Aquí, les pediremos que calculen: ¿Cuánto dinero recibirá cada hermano si se vendiera el total de los melones? Luego continuaremos leyendo:

Lógicamente, una vez efectuada la venta Harim tendría que recibir 10 dinares, y su hermano 15. El total de la venta sería pues 25 dinares. Sin embargo, al llegar a la feria, apareció una duda ante mi espíritu. Si empezaba la venta por los melones más caros, pensé, iba a perder la clientela. Si empezaba la venta por los más baratos, luego iba a verme en dificultades para vender los otros treinta. Lo mejor, única solución para el caso, era vender las dos partidas al mismo tiempo. Llegado a esta conclusión, reuní los sesenta melones y empecé a venderlos en lotes de 5 por 2 dinares. El negocio se justificaba mediante un raciocinio muy simple. Si tenía que vender 3 por 1 y luego 2 por 1, sería más sencillo vender 5 por 2 dinares. (Tahan, 1978, p. 66).

Autorregistro de la clase: ordenamos los 30 melones de Harim para agruparlos de a 3. Esto no presentó dificultad alguna. Luego hicimos lo propio con los 30 de Hamed, sin problemas.

Entonces preguntaremos: ¿Cuántos lotes de 5 melones cada uno, se pueden formar con los 60 melones? ¿Cuánto dinero deberá darles el vendedor al final de la venta?

Autorregistro de la clase: aquí, utilizamos los palitos de helado y agrupamos de a 5. Todos pudieron resolver el problema logrando 12 grupos de 5 palitos cada uno. Finalmente, observamos que resultó difícil llegar a la solución de Beremíz.

Cuarto momento

Leeremos el capítulo XV de El hombre que calculaba en el cual Beremiz encuentra un cuadrado mágico y un tablero de ajedrez en la pieza de una persona que era calígrafo y que por razones desconocidas había huído de la ciudad (ver anexo).

Luego de la lectura de dicho capítulo les propondremos construir un cuadrado mágico de 3x3, colocando los números naturales del 1 al 9 de manera que al sumarlos en forma horizontal, vertical y diagonal, den siempre 15.

Autorregistro de la clase: en 2° Juan José Saer fuimos agrupando de a tres números que sumaran 15. Luego de muchas pruebas logramos armar el cuadrado mágico. Al finalizar les propuse ordenar en una recta numérica los nueve números para observar algunas regularidades, tales como: el 5 va siempre en el centro del cuadrado al cual hay que sumarle otros dos números que están equidistantes respecto del 5. Esto nos remitió a una actividad planteada a principio de año: la historia de Gauss y de cómo resolvió la suma de los primeros cien números naturales.

A continuación, leeremos el capítulo XVI donde se cuenta la famosa leyenda sobre el origen del juego del ajedrez (ver anexo).

Luego de la lectura les presentaremos una hoja cuadriculada para construir un tablero de ajedrez. Les propondremos contar la cantidad de casillas, observar la forma del tablero, la forma de cada casilla, calcular cuántas blancas y cuántas negras hay, etc. Seguidamente invitaremos a los niños a doblar el cuadrado por uno de los ejes de simetría y observar qué figuras se formaron, cuántos lados tienen y cómo son. También doblaremos por los vértices opuestos, en forma diagonal y observaremos los triángulos que se forman. A continuación les leeremos el pasaje en el cual el Soberano intenta recompensar a Lahur Sessa, el inventor del juego, quien no acepta el regalo consistente en oro y joyas y que, ante la insistencia del rey cambia de idea proponiéndole lo siguiente: recibir 1 grano de trigo por la primera casilla, el doble de trigo por la casilla siguiente, el doble por la tercera, y así doblando sucesivamente hasta llegar a la sexagésima y última casilla del tablero.

Entonces, les propondremos hacer la mayor cantidad de "duplicaciones" posibles recorriendo cada casilla según la explicación anterior. Por ejemplo: 1 - 2 - 4 - 8 - 16 - 32…

Por último, leeremos leeremos el final del capítulo.

Quinto momento

Tomaremos las cantidades de cada cuadradito del tablero de ajedrez para proponerles pensar otra manera de representar la suma de un mismo número, dos veces. Nuestra intención será la de incorporar el concepto de la multiplicación como la suma sucesiva de un mismo número. Por ejemplo:

Casilla uno: 1
Casilla dos: 1 + 1 = 2; equivale a 2 x 1 = 2 (el número 1 sumado dos veces)
Casilla tres: 2 + 2 = 4; equivale a 2 x 2 = 4 (el número 2 sumado dos veces)
Casilla cuatro: 4 + 4 = 8; equivale a 2 x 4 = 8 (el número 4 sumado dos veces)…

Les propondremos construir la tabla pitagórica comenzando por la tabla del dos. Luego, con el mismo criterio de duplicación, pensaremos la tabla del cuatro como “el doble de...” la tabla del dos, y la del ocho como “el doble de...” la tabla del cuatro. Seguidamente, les preguntaremos: ¿Qué pasaría si sumamos los resultados de la tabla del dos más los de la tabla del cuatro? ¿Qué tabla obtendremos?

Luego de obtener la tabla del seis les preguntaremos ¿Qué tabla obtendremos si calculamos la mitad de cada uno de los resultados de la tabla del seis? Luego, si sumamos cada uno de los resultados de las tablas del dos y del tres, respectivamente, ¿Qué tabla obtendremos? ¿Y si duplicamos la tabla del cinco...? Finalmente les propondremos construir la tabla del nueve preguntándoles: ¿Cómo podríamos construir las tablas del nueve y del siete, respectivamente?

Para obtener las tablas del uno y cero les preguntaremos de qué manera se podría construir. Autorregistro de la clase: nos quedaban estas dos tablas para lo cual las pensamos como la suma de otras dos tablas. Pusimos en el cuaderno: La tabla del 7 puede construirse sumando: la del 1 más ladel 6, la del 2 más la del 5, la del 3 más la del 4. En el caso de la del 9: tabla del 1 más la del 8, tabla del 2 más la del 7, tablas del 3 más la del 6 y, tabla del 4 más la del 5.

Luego de construir toda la tabla les pregunté cuántos números pares había en total (sacando la tabla del cero). Comenzamos a encerrar cada número par con tiza, en el pizarrón para organizarnos mejor. Benjamín, Malena, Luciano, Facundo, Fausto, Cora, Juanse, Ignacio y Candelaria contaban de a uno. Eugenio dijo: "si son 100 números y, si cada un número impar hay uno que es par, debería haber 50 pares en total. Posteriormente, les propuse contar la cantidad de números pares que había en la tabla del 1, en la del 2, en la del 3, etc. Pudimos ver que, en las tablas del 1; 3; 5; 7 y 9 había 5 pares y 5 impares mientras que, en las tablas del 2; 4; 6; 8 y 10, todos los resultados eran pares. Al sumarlos obtendremos un total de 75 números pares y 25 números impares.

Concluimos que en la tabla del cero todos los resultados son cero y que, en la tabla del 1 todos los resultados son igual al mismo número.

Sexto momento

Continuaremos trabajando con la tabla de Pitágoras proponiéndoles encontrar regularidades. Por ejemplo: la tabla del dos va de dos en dos; hay resultados que se repiten; en la tabla del cero todos los productos son cero; etc. Luego, les preguntaremos qué resultados se repiten más veces y cuáles, menos veces. Finalmente, les pediremos trazar una recta en forma diagonal que recorra la "diagonal principal" del cuadro (de izquierda a derecha, de arriba hacia abajo) para encontrar los resultados que correspondan a los números cuadrados (1 - 4 - 9 - 16 - 25 - 36 - 49 - 64 - 81 - 100). Invitaremos a expresar estos números en forma geométrica trazando cuadrados en papel cuadriculado. Autorregistro de la clase: luego de esta actividad, se nos ocurrió preguntarles cuáles números, entre el 1 y el 100 no figuran en la tabla. Entonces, fuimos recorriendo todas las tablas encontrándonos con algunas intervenciones para destacar. Por ejemplo: cuando buscamos el número 17 lo hicimos pensando que, al ser impar no era necesario buscarlo en las tablas del 2, 4, 6, 8 ni 10 pues, todos los productos de estas tablas son pares. Tampoco era necesario buscarlo en la del 1 porque ésta terminaba en 10 y el 17 era mayor (aclaramos que la tabla del 1, así como las demás tablas, son infinitas y que, si la extendiéramos llegaríamos al "uno por diecisiete" y entonces sí, figuraría en la tabla del 1).

Luego vimos que a medida que avanzábamos en la búsqueda, nos dirigíamos en forma diagonal, desde el 1 hacia el 100 encontrando, al final de la tabla más números faltantes que al principio de la misma.

Séptimo momento

Les presentaremos hojas cuadriculadas de 10 x 10 para que encuentren y marquen cuadrados de:

1 x 1; 2 x 2; 3 x 3; 4 x 4; 5 x 5; 6 x 6; 7 x 7; 8 x 8; 9 x 9; 10 x 10 y respondan cuántos encontraron. Seguidamente buscaremos relaciones de proporción entre los cuadrados. Por ejemplo: en un cuadrado de 4 x 4 entran cuatro de 2 x 2; en uno de 10 x 10 entran cuatro de 5 x 5, etc.

Guion 2: De números y formas.

Comenzaremos este segundo guión tomando dos pasajes del libro de Adrián Paenza Matemática... ¿Estás ahí? (Paenza, 2005) referido a la historia de la matemática para fundamentar nuestra decisión pedagógica. El primero dice:

Durante el período que abarcó desde los 500 años antes de Cristo hasta los 300 después de Cristo, aproximadamente 800 años, los matemáticos griegos demostraron preocupación e interés por el estudio de la geometría. Tanto que pensaron a los números en forma geométrica. (p. 186).

De aquí nos surge la idea de articular la aritmética con la geometría mediante un proceso continuado y tomamos la última actividad del guión anterior, en la que estábamos trabajando la tabla de Pitágoras, identificando regularidades. Volveremos a recordar la importancia que tiene en la matemática el estudio y la investigación que realizaron los griegos en la antigüedad, en el período citado: "El interés de los griegos por los números como herramientas y su énfasis en la geometría elevaron a la matemática al estudio de los números y también de las formas." (Paenza, 2005, p. 186).

Primer momento

Les propondremos trazar una diagonal en la tabla pitagórica desde el vértice izquierdo superior hasta el vértice opuesto recorriendo los números cuadrados para luego plegar dicha tabla por la diagonal anteriormente mencionada. Podremos ver que se forman dos triángulos iguales y en cada uno de ellos aparecen los mismos números enfrentados como si fuera en un espejo, es decir, simétricamente distribuidos. Esta idea de formar un cuadrado a partir de dos triángulos nos remite a los ejercicios que presenta el TANGRAM.

Comenzaremos hablando acerca del origen del juego para luego proponerles los siguientes desafíos:

Construir un cuadrado utilizando 2 piezas. Construir paralelogramo utilizando 2 piezas. Construir un triángulo utilizando 2 piezas. Construir un trapecio utilizando 2 piezas. Construir un triángulo utilizando 3 piezas. Construir un triángulo utilizando 4 piezas. Construir un rectángulo utilizando 4 piezas. Construir un paralelogramo utilizando 4 piezas. Construir un cuadrado utilizando 4 piezas. Construir un cuadrado utilizando 5 piezas.

A medida que presentemos los ejercicios, dibujaremos las figuras en el pizarrón pues no todas son conocidas por los estudiantes.

Segundo momento

Seguidamente compararemos las figuras del tangram para identificar, en un cuadro comparativo, sus elementos (figura, lados, vértices y ángulos). Autorregistro de la clase: aquí, Eugenio de segundo grado "Juan José Saer", dijo: "el paralelogramo es igual a un rectángulo que lo sopló el viento". Inmediatamente, Luciano lo corrigió: "¡Nó! Porque si al rectángulo lo soplara el viento, haría así" (y mostró cómo un rectángulo de cartón rodaba por el aire sin perder la ortogonalidad de sus ángulos).

Tercer momento

Retomamos los números cuadrados de la diagonal principal de la tabla de Pitágoras (1 - 4 - 9 - 16 - 25 - 36 - 49 - 64 - 81 - 100) para proponerles realizar sumas de números cuadrados intentando buscar un número cuadrado que surja de la suma de otros dos números cuadrados. Por ejemplo:

1+4=5 (el 5 no es cuadrado)

1+9=10 (el 10 no es cuadrado)

1+16=17 (el 17 no es cuadrado)

1+25=26 (el 26 no es cuadrado)... Y así, ningún número cuadrado sumado al 1 da por resultado otro número cuadrado. Luego de sumar todos los números cuadrados (de a dos por vez) encontramos que sólo dos sumas dan como resultado otro número cuadrado:

9 + 16 = 25 (es cuadrado) y 36 + 64 = 100 (es cuadrado).

Cuarto momento

Tomando las dos sumas anteriores leeremos el capítulo XVIII de "El hombre que calculaba" de Malba Tahan (ver anexo).

Luego de la lectura, les propondremos construir un triángulo rectángulo uniendo los cuadrados según la relación que habíamos encontrado al sumar los números cuadrados en el momento anterior. Seguidamente les preguntaremos: "¿Cuál será el próximo número cuadrado, luego del 100, que resulte de sumar otros dos números cuadrados?

Quinto momento

Con la respuesta de la pregunta anterior comenzaremos este momento proponiéndoles escribir la sucesión de números cuadrados de la diagonal principal del cuadro pitagórico desde el 1 hasta el 100. Luego encontraremos la siguiente regularidad:

1 - 4 - 9 - 16 - 25 - 36 - 49 - 64 - 81 - 100 - 121 - 144 - 169

+3 +5 +7 +9 +11 +13 +15 +17 +19 +21 +23 +25

Vimos, entonces que podemos obtener un número cuadrado sumando al anterior número cuadrado un número impar según la serie anterior. Entonces, los tres siguientes números cuadrados, luego del 100 serán 121, 144 y 169. Con este último número cuadrado encontraremos otra relación:

169 = 144 + 25

Guion 3: Las ciudades geométricas.

Para comenzar este guión leeremos el último capítulo de El hombre que calculaba, de Malba Tahan, el cual dice:

En la tercera luna del mes de Rhegeb del año 1258, una horda de tártaros y mongoles atacaron la ciudad de Bagdad. Los invasores eran dirigidos por Genghis Khan. El sheik Iezid (Alah lo tenga en su gloria), murió combatiendo junto al puente de Solimán; el califa Al Motacen, se entregó prisionero y fue degollado por los mongoles. La ciudad fue saqueada y duramente arrasada. La gloriosa Bagdad, que durante quinientos años fuera el centro de la ciencia, las letras y las artes, quedó reducida a un montón de ruinas (p.188).

Luego les mostraremos imágenes del plano de la ciudad de Bagdad antes de ser arrasada y el de la ciudad de Mileto (Grecia) para compararlos. Los colocaremos en el piso para observarlos desde arriba y compararlos ya que Bagdad es circular y Mileto es cuadriculada.

Segundo momento

Les pediremos recortar el plano de la ciudad de Bagdad por su contorno circular. Luego, doblar por la mitad haciendo coincidir dos entradas opuestas quedando, de esta manera, dos semicírculos. Finalmente, haremos un nuevo pliegue, por la mitad, para obtener 4/4 de círculos. Al desplegarlo pediremos remarcar los ejes de simetría con distintos colores. Identificaremos en la intersección de los dos ejes de simetría, el centro del círculo. Luego, plegaremos una vez más para obtener 8 partes del círculo. Pediremos remarcar los ejes de simetría. Nombraremos e identificaremos las rectas perpendiculares y oblicuas. Finalmente les propondremos encontrar y trazar otras figuras, tales como: cuadrados, rectángulos, triángulos, etc. Identificaremos lados paralelos de las figuras identificadas.

Solicitaremos recortar el contorno del cuadrado inscripto en el círculo y las ocho partes iguales en que quedó dividido el mismo (8 triángulos). Pediremos construir con los 8 triángulos iguales, otras figuras. Es probable que construyan cuadrados, triángulos, rectángulos, trapecios, trapezoides, etc, de distintos tamaños. A continuación pediremos trazarlos en el cuaderno.

Tercer momento

Presentaremos el plano de la ciudad de Santa Fe de Granada (España) como trazado predecesor de las colonias americanas fundadas por los españoles. Para esto leeremos la historia de su construcción la cual indica que la misma se debe a los buenos resultados obtenidos por los españoles al momento de reconquistar los territorios perdidos en manos de los pueblos musulmanes.

Interpretaremos el plano antiguo de Santa Fe de Granada. Identificaremos las murallas, cuatro entradas principales, dos calles rectas perpendiculares, plaza de armas, viviendas, etc. Observaremos detenidamente las formas geométricas que tenían las viviendas.

Preguntaremos si encuentran similitudes con el trazado la maqueta de Santa Fe "La Vieja" observado en el Museo del Parque Arqueológico homónimo. Probablemente recordarán lo observado y podrán decir que el trazado de la misma era en damero. Quizás no. Presentaremos planos antiguos de Santa Fe La Vieja. Preguntaremos qué observan en los mismos. Es posible que respondan que es una cuadrícula, que tiene forma de tablero de ajedrez o de damas, cuántas manzanas había, que en algunas manzanas había construcciones, otras estaban divididas en solares (cuarto de manzana), etc.

Retomaremos lo explicado por la guía del Museo de Santa Fe "La vieja" acerca del lugar elegido por Juan de Garay para fundar la ciudad, fecha, personas presentes, solares destinados a la Plaza de Armas, Cabildo, Iglesia Matriz o Principal, casa del fundador, otras iglesias, terrenos para los pobladores, río cercano, sociedades aborígenes que poblaban los alrededores, etc.

Cuarto momento.

Les propondremos jugar a "La batalla naval" para adentrarnos en el sistema cartesiano de coordenadas y, poder trabajar luego, en la identificación de cuadrículas en un plano. Primero, les presentaremos el tablero con los ejes "X" e "Y" combinando letras y números para, posteriormente, quedarnos con el par ordenado sólo con números. Por ejemplo: el par ordenado (3,A) en la batalla naval cambiará, luego, por el par ordenado (3,1), reemplazando la letra "A" por el número "1". Con esta actividad proponemos iniciarnos en la lectura de planos.

Seguidamente, jugaremos a la búsqueda del tesoro para lo cual les presentaremos un plano con coordenadas en el cual incluiremos objetos relacionados con la mitología griega y leyendas de las sociedades prehispánicas.

En una tercera instancia, les propondremos construir en el geoplano, figuras planas a partir de las coordenadas dadas. Por ejemplo: “Construir un triángulo cuyos vértices sean (1,1); (1,3) y (3,3).

Como cierre de este momento, propondremos realizar en el geoplano, desplazamientos de figuras para lo cual utilizaremos las construidas en el tercer paso de este momento.

Guion 4: Las ciudades visibles.

Primer momento

Comenzaremos este guion con la lectura de “Las ciudades invisibles”, de Ítalo Calvino (Calvino, 1999). Para esto, organizaremos la lectura de la siguiente manera: Las ciudades y la memoria 1, 2, 3 y 4, respectivamente. En otra instancia leeremos: Las ciudades y el deseo 1, 2 y 3. Finalmente, Las ciudades y los signos 1 y 2, y Las ciudades sutiles 1. De esta manera, leeremos el capítulo I en forma completa.

Cierre

El guión conjetural número cuatro, cuya extensión excede lo expuesto, culminó con la socialización del producto de este proyecto el cual consistió en una presentación de diversas actividades relacionadas con este trabajo en el Salón de Usos múltiples “Edith Litwin” de la Escuela Primaria de la Universidad Nacional del Litoral. Para la misma fueron invitados los familiares de los estudiantes de segundo grado estando, estos últimos, a cargo de la exposición y coordinación de cada espacio.

Esta modalidad de trabajo, la de planificar en pareja pedagógica, nos permitió comparar lo sucedido en clases luego de cada propuesta de enseñanza. La versatilidad del guión conjetural para considerar situaciones no planificadas e incorporarlas a las futuras clases fue importante a la hora de equilibrar contenidos curriculares con las impresiones y deseos de los niños. Finalmente, el proyecto pedagógico como matriz articuladora de contenidos, otorgó interdisciplinaridad.

Para concluir, expresamos que nuestra intención como docentes de Nivel Primario al planificar y llevar a cabo este Proyecto ha sido la de acercar a los estudiantes de segundo grado a conocer que los saberes matemáticos “viajaron” desde lugares y tiempos muy distantes a los nuestros, que fueron apropiados y expandidos por diversas culturas y que tuvo un papel preponderante e importante la Ruta de la Seda y las Matemáticas Árabes respectivamente en dicho desarrollo y expansión. Propusimos pensar la matemática como una construcción humana, histórica y contextualizada.

Bibliografía

Bibbó, M. y Labeur, P. (2012). Escribir la metamorfosis: saberes disciplinares y escritura en el pasaje de alumno a profesor en Letras. En Bombini, G. (El Hacedor), *Escribir la metamorfosis. Escritura y formación docente (pp. 67-98).* Buenos Aires, Argentina: EL Hacedor.

Calvino, I. (1999). *Las ciudades invisibles*. Madrid, España: El mundo-Millenium.

Durán, A. (2012). *El ojo de Shiva, el sueño de Mahoma, Simbad... y los números*. Barcelona, España: Destino.

Paenza, A. (2005). *Matemática... ¿Estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades*. Buenos Aires, Argentina: XXI.

Lundy, M. (2014). El número sagrado. En *Quadrivium. Las cuatro artes liberales clásicas: aritmética, geometría, música y astronomía* (pp. 9-56).Madrid, España: Librero.

Tahan, M. (1978). *El hombre que calculaba*. Barcelona, España: Club de lectores de Puerto Rico.

Universidad Nacional del Litoral (2006). *Diseño Curricular de la Escuela Primaria de la Universidad Nacional del Litoral.* Resolución Honorable Consejo Superior UNL Nº272/06. Santa Fe, Argentina.

Una historia para contar.

María Emilia Valls
mariaemiliavalls@hotmail.com
Escuela de Nivel Inicial y Primario de la Universidad Nacional del Litoral (ENIP).

Introducción

El presente trabajo constituye una propuesta de enseñanza para 6° grado de la Escuela de NivelInicial y Primario de la UNL. Se inscribe en una metodología por proyectos siendo en este caso,Matemática, el eje del abordaje.

Tal como sostiene Alicia Camilloni, la enseñanza no tiene su inicio en el aula sino que vadefiniéndose a partir de un marco más amplio, teniendo en cuenta el contexto social y político enel que tiene lugar, la institución escolar y, por supuesto, el salón de clases (Camilloni, 2016). Eldiseño de "Una historia para contar" fue pensado y realizado en el ámbito de la ENIP cuyasconsideraciones respecto del currículum y del trabajo docente favorecen el desenvolvimiento dedesempeños particulares de enseñanza en los cuales los maestros, en un clima de ayuda mutua y
de trabajo colectivo, cuentan con una plataforma amplia para la deliberación y la toma dedecisiones respecto de sus propuestas pedagógicas.

"(...) la Escuela Primaria de la UNL adopta como opción metodológica una estrategia decurrículum integrado, apoyada en la evidencia de que la idea de integración está en labase de los estudios psicológicos que remiten a cómo se aprende, qué es el aprendizajesignificativo y cómo se integra lo que se sabe con lo nuevo por aprender.

Esto implica que el docente diseñe proyectos pedagógicos identificando temas relevantesdel currículum, seleccionando las ideas importantes, conceptos y principios que sepretenden enseñar relacionándolos con las problemáticas actuales." (Escuela PrimariaUNL, 2012, p. 5)

Pensar las propuestas de enseñanza en términos de proyectos, con un eje temático o conceptualque funcione como vertebrador de un trabajo interdisciplinar, no se trata siempre de un procesolineal de deducción lógica. En la mayor parte de los casos, el proceso comienza con una ideainicial que se desarrolla y poco a poco se diversifica en nuevos y hasta inesperados caminos.

Transitarlos supone animarse a probar y ensayar estrategias, en las cuales cuestiones dedidáctica general y didácticas específicas se ponen en debate, conduciendo al colectivo docente areflexionar y/o ampliar cada vez más sus marcos pedagógicos.

En esta propuesta se plantea el estudio del Sistema de Numeración Decimal, de sus orígenes ycómo es que su uso se fue extendiendo desde países como India y Arabia hasta EuropaOccidental, hacia el año 1.202, de la mano de Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci.

A través de su obra Liber Abaci, el Libro del ábaco, Fibonacci se propuso demostrar la eficacia yrapidez del sistema indoarábigo, sobre el sistema romano usado en aquella época en su Italianatal y el resto de Europa para realizar cálculos matemáticos. La existencia del cero y la sencillezque propiciaba el carácter posicional del sistema decimal, fueron claves para su reconocimientofuncional y posterior expansión.

La discusión entre los llamados “abacistas” o partidarios de calcular con el ábaco y utilizar la viejanotación romana, y los “algoristas”, entusiastas partidarios del nuevo y revolucionario método, constituye un debate interesante que propicia la identificación de características de sistemasposicionales y no posicionales, y fomenta el desarrollo de la habilidad de argumentación, parasostener ideas a favor de una u otra postura.

El recorrido de toda la propuesta está pensado para ser llevado a cabo a través de una WebQuest, alternando espacios y tiempos en el aula y especialmente en el Taller Experimental deTecnologías Digitales.

El proyecto aún no ha sido puesto en práctica, ya que constituyó la propuesta pedagógicapresentada para el Concurso de Titularización de cargos docentes de la ENIP. No obstante, estáprevista su incorporación al trabajo con el grado para el que fuera destinado.

Desarrollo

El interés por introducir una perspectiva histórica en la enseñanza de la matemática no es unatendencia nueva:

“(...) la historia le puede proporcionar una visión verdaderamente humana de la ciencia yde la matemática, de lo cual suele estar también el matemático muy necesitado. La visiónhistórica transforma meros hechos y destrezas sin alma en porciones de conocimientobuscadas ansiosamente y en muchas ocasiones con genuina pasión por hombres decarne y hueso que se alegraron inmensamente cuando por primera vez dieron con ellas.

(...) La perspectiva histórica nos acerca a la matemática como ciencia humana, noendiosada, a veces penosamente reptante y en ocasiones falible, pero capaz también decorregir sus errores. Nos aproxima a las interesantes personalidades de los hombres quehan ayudado a impulsarlas a lo largo de muchos siglos, por motivaciones muy distintas."(de Guzmán, 1992, p.15)

Desde luego que la eficacia de este enfoque depende de la conexión entre lo narrado y el temaque se esté tratando. Las anécdotas, las biografías, deben iluminar el contenido matemático, elproblema a resolver. Deben, en suma, ser útiles. De lo contrario estamos privando de sentido a lahistoria de la Matemática.

Los saberes en torno a lo histórico se entienden como un componente más de la enseñanza, perono como único recurso: según los conceptos o procedimientos seleccionados para enseñar enMatemática, se puede partir de diferentes situaciones o problemas, pero estos no necesariamentedeben ser siempre históricos.

En el marco de su trabajo de investigación acerca de las buenas prácticas de enseñanza, EdithLitwin (2008, p.52) destaca el papel del contexto para enriquecer la comprensión de un tema oproblema:

"Los contextos suelen explicar razones y dan nuevo sentido a ese tema o problema. Citarun personaje o un hecho del pasado es promover la comprensión de la vida de unpersonaje o hecho en el marco de un territorio, de las circunstancias económicas ypolíticas en las que se inscribe (...) Los contextos explican, justifican, dotan de sentido, reconceptualizan o agregan una nueva dimensión, según los casos."

Aprender quién era Fibonacci, cómo fue que conoció el sistema de numeración indoarábigo, quéfue lo que lo cautivó de esa numeración, qué motivos lo llevan a querer comunicar susconocimientos a sus compatriotas que utilizaban la numeración romana; todo esto contribuye aestudiar contenidos propiamente matemáticos pero en relación sustancial con otros contenidosprovenientes de la historia, la geografía, la economía, la lengua, la literatura e incluso las nuevastecnologías en tanto su uso posibilite acceder a la información, analizarla y comunicar susaprendizajes a través de recursos informáticos y multimediales, adquiriendo en el procesoconocimientos propios de ese campo tecnológico.

Así, un buen tema o problema puede ofrecer una gran cobertura curricular, además de dotar designificatividad al proceso de aprender.

El hecho de presentar la discusión histórica sostenida entre "abacistas" y "algoristas", plantea lanecesidad de precisar los puntos de conflicto, las posturas defendidas por unos y otros, losaspectos que se criticaban mutuamente:

"No hay nada más alentador para la calidad del pensamiento que el aprendizaje de-perspectivas diferentes para el estudio de un mismo fenómeno. Descubrir distintas-miradas, explicaciones y razones en torno a un mismo suceso que justifiquen puntos devista opuestos ayuda a entender la complejidad de los hechos y favorece el respeto porlas diferencias. (...) Por otra parte, ponerse en el lugar del otro para sostener una ciertaperspectiva o apreciarla, recuperar un punto de vista o buscar opiniones divergentespuede transformarse en una actividad de trabajo en el aula que no solamente asegure lacomprensión más compleja y el reconocimiento del carácter provisional del conocimientocientífico sino también favorezca la convivencia." (Litwin, 2008, p.54)

A través de esa mencionada controversia, se analizan características de cada sistema denumeración (romano y decimal), se profundiza en cuestiones matemáticas, pero también sepromueve la lectura de las relaciones sociales de ese entonces, los intereses económicos ypolíticos de cada grupo, la ubicación espacial del recorrido de este conocimiento matemático(India, Arabia, países europeos, resto del mundo), la lectura e interpretación de mapas y algunasconvenciones cartográficas, la lectura de distintos tipos de textos (literarios, expositivos,narrativos).

Para vehiculizar gran parte de la presente propuesta pedagógica, se propone trabajar con unaWebQuest, que es sitio web desarrollado por el docente que se vale de recursos de Internet (online u offline) para preparar un trabajo de investigación en el cual los alumnos encuentran una serie de consignas y una lista de enlaces a páginas web de las que pueden extraer o inferir lasrespuestas.

La intención es que cada sesión de trabajo con la WebQuest vaya abriendo camino paraabordajes y desarrollos necesariamente más específicos de las diferentes áreas en el aula, paraluego volver e integrar nuevamente lo aprendido en el uso de la PC.

Objetivos

Conocer la historia del Sistema de Numeración Decimal Indoarábigo, desde su invención hasta suuso extendido en todo el mundo, reconociendo la participación de determinados hombres queposibilitaron su difusión y uso.

Construir significativa y funcionalmente procedimientos, conceptos y formas de representaciónacerca de los números naturales y su operatoria.

Reconocer el carácter decimal y posicional del Sistema Decimal, pudiendo establecer diferenciascon el Sistema de Numeración Romano, no posicional.

Afianzar la comprensión del tiempo y el espacio social en pos de la construcción de procesoshistóricos.

Reconocer la organización social de pueblos de la antigüedad, sus características y los conflictosque generan intereses opuestos entre grupos.

Valorar la divulgación del conocimiento como actividad de transmisión cultural.

Leer e interpretar mapas y convenciones cartográficas.

Participar en intercambios comunicativos orales interviniendo en forma pertinente a la situacióncomunicativa.

Leer y comprender textos reparando además en indicadores paratextuales para construir elsignificado del mismo.

Elaborar textos en función de los propósitos, reparando en formatos textuales y aspectosmorfosintácticos. Sistematizar la normativa básica de puntación, tildación y ortografía.

Reconocer la literatura como un código cultural.

Desarrollar habilidades vinculadas al uso de tecnologías digitales y a la producción de materialdigital.

Trabajar cooperativamente, aceptando responsabilidades y respetando las normas acordadas.

Contenidos

Matemática

Sistema de numeración decimal. Reconocimiento de base y regla. Ubicación en la recta numérica.

Comparación con el Sistema de numeración romano. Números naturales (hasta mil de millón).

Lectura y escritura de números naturales, encuadramiento, aproximación por redondeo. Utilizaciónde la comprensión del sistema decimal para desarrollar técnicas operatorias. Dominio delalgoritmo de la multiplicación y de la división. Reconocimiento de algunas propiedades utilizadasen la adición y multiplicación. Resolución de ecuaciones en las que intervengan las operacionesconocidas. Utilización de los criterios de divisibilidad. Resolución de cálculos con calculadora sinanotar resultados parciales.

Lengua

Narración de hechos, situaciones reales o imaginarias. Tipos de textos: expositivos sencillos sobreun tema de estudio, argumentativos, biografías, resúmenes, narraciones. Textos literarios.

Estrategias de escritura (búsqueda, selección y organización de la información, elaboración deborradores, revisión y corrección de su escrito). Unidades básicas del lenguaje escrito: texto,párrafo, oración. Empleo de conectores. Normativa ortográfica: Acentuación, signos depuntuación, reglas ortográficas).

Ciencias Sociales

Espacio geográfico: (continentes y océanos. Cartografía: Planisferio. Convenciones cartográficas.

Localización de espacios. Elaboración de mapa histórico. Representación gráfica y secuenciadade de acontecimientos históricos. Establecimiento de relaciones entre los sujetos y su aconteceren contexto. Comparación de argumentos diferentes sobre un mismo acontecimiento. Distinciónde roles y funciones en organizaciones sociales de la antigüedad.

Tecnologías digitales

Uso básico de procesador de texto y editor de imagen, grabadora de sonido y animación.

Administración de archivos y su circulación en equipos en red. Utilización de dispositivos dealmacenamiento de datos: pendrive. Acceso a diferentes producciones audiovisuales.

A continuación, se organiza el desarrollo del proyecto en momentos, cada uno de los cuales seocupa de un aspecto o idea a trabajar.

1º momento:

La lectura del capítulo “Las matemáticas no sirven para nada”, del libro Malditas matemáticas.

Alicia en el País de los Números, (Carlo Frabetti, Alfaguara, Madrid), instala la conversación en elaula al respecto de dos cuestiones:

Por un lado, ¿El personaje de Alicia les recuerda a otra historia?. ¿Estará escrita por el mismoautor? ¿Alguien leyó o conoce algo de aquella Alicia de Carrol? ¿Por qué este autor se inspiraríaen aquella historia? ¿Ustedes cuentan con alguna historia cuya lectura les resulte memorable?

¿En qué personaje de la literatura se inspirarían para escribir un relato? ¿Esta Alicia, era inquietay se hacía tantas preguntas como la de Carrol?

Por otro lado, comentado el contenido mismo del capítulo, se pregunta a los alumnos acerca desus propias opiniones respecto de la matemática y los números y se disparan actividades queestán orientadas a descubrir el modo en el que los números impregnan nuestra vida y lanecesidad que tenemos de usarlos para medir, contar, ordenar, etc.

Trabajo de escritura: Reproduciendo uno de los tantos interrogantes que le hacen a Alicia, seinvita a pensar ¿Cómo sería el mundo si no tuviéramos números? Trabajo con Relato ficcional y convenciones de la escritura.

2º momento

Torbellino de ideas: ¿Alguien conoce esa historia de los números de la que habla el personaje quese encontró con Alicia? ¿Desde cuándo se usan los números que conocemos? ¿Quién losinventó? Y los que conocemos, ¿son los que se usan en todo el mundo?

Se invita a un docente o investigador de la Universidad para contar al respecto de cómo eran lasprimeras cuentas que realizaban los hombres, cómo las efectuaban (e inclusive introducir elconcepto de base). Registro de lo aprendido.

3º momento

¿Cómo sigue la historia? ¡Vamos a investigar!

Para ello, el docente a cargo del Taller de Tecnologías Digitales cuenta qué es una WebQuest, cuáles son sus potencialidades para el trabajo, con qué recursos cuenta y cómo se utiliza.

Se organizan los grupos de trabajo para la investigación en el Taller de Tecnologías digitales.

4º momento

WebQuest: Consignas de análisis de información y producción de texto. Recursos: Textos,imágenes, videos sobre Leonardo de Pisa, Fibonacci.

Aula: Se realizan actividades sobre los números romanos y los números naturales, introduciendoel mil de millón.

5º momento

WQ: Consignas referidas a localizar los lugares por donde anduvo Fibonacci conociendo elsistema decimal y difundiéndolo. Se trabaja con editor de imagen para marcar ubicaciones en unmapa digital. Recurso: Mapas digitales, imágenes satelitales. Animación sobre proyección delglobo terráqueo a planisferio.

A: Cartografía- Ubicación de continentes y océanos. Convenciones cartográficas. Se continúa conactividades relacionadas con el carácter decimal y posicional de nuestro sistema de numeración.

6º momento

WQ: Consignas para indagar los orígenes de la cifra 0. Recursos: textos e imágenes sobre lainvención del cero en diferentes pueblos.

A: Operaciones básicas en situaciones problemáticas cuyo procedimiento de resolución invita areflexionar acerca del valor posicional de nuestra numeración. Juegos numéricos (con calculadora) para realizar transformaciones.

7º momento

WQ: Consignas sobre qué motivó a Fibonacci a escribir su Líber Abacci, cómo se difundía el saberen ese momento, con qué velocidad circulaban los conocimientos, quiénes eran los destinatariosde los textos.

Recursos: texto sobre el Líber Abacci, fragmento de la película El nombre de la rosa(basada en la novela homónima escrita por Umberto Eco). Relato El Señor del cero (Introduccióndel libro de Ma. Isabel Molina, Alfaguara. Madrid, 2002)

Organización de Simposio: "Historia de la difusión del conocimiento". Se puede organizar con oinvitar a: 4º grado (que realiza como producto de uno de sus proyectos la revista EsCiencia dedivulgación científica), a 5º grado (que realiza su proyecto sobre historia argentina “Historia entrebambalinas” y lo comparte en la web), a 7º grado (que desarrolla un proyecto sobre laComunicación).

Posible especialidad de los invitados y puntos a tratar:

Editor / Divulgador - ¿Qué es divulgar? ¿Para qué? ¿Cómo?

Especialista en Lengua – Historia de la comunicación (desde el códice hasta la actualidad)

Sociología – Importancia de la democratización del conocimiento.

A: Se propone escribir un artículo para contar las conclusiones del simposio. Texto argumentativoy expositivo. Convenciones de la escritura.

8º momento

WQ: Consignas para pensar los números desde la sensibilidad que provoca el arte. ¿Qué nossignifican los números? Recurso: Conociendo la obra de Jasper Johns, quien se inspiró en losnúmeros para una de sus series.

A: Se realiza un trabajo con el área de Plástica. Se conversa al respecto del movimiento artísticoque ayuda a interpretar la obra de Johns.

9º momento

WQ: Consigna: Cuadro comparativo entre abacistas y algoristas. Recursos: Textos y videos sobredicha controversia histórica.

A: Trabajo sobre la caracterización de los grupos enfrentados y sus intereses.

Propuesta de cierre y producto final:

Elaboración de un Mural digital “Una historia para contar”, que reúna lo producido durante eltrabajo en la WebQuest.

Para terminar…

Si bien esta propuesta se encuentra aún pendiente de realización práctica, su planificación suponeel reconocimiento de su potencial para ser desarrollada en el marco institucional previsto y en lascondiciones generales en las que está organizada. Seguramente, su puesta en marcha dejarápaso a paso sus propias marcas, abriendo camino para la confección de un próximo trabajo, quepueda ampliar lo contemplado hasta el momento, en esta instancia de elaboración teórica.

Bibliografía

Camilloni, A. (2016). El saber didáctico. Paidós. Buenos Aires.

De Guzmán, M. (1992): Tendencias innovadoras en Educación Matemática. Olimpiadas Matemáticas Argentinas. Buenos Aires.

Frabetti, C. (2000). Malditas matemáticas. Alicia en el País de los Números. Alfaguara, Madrid.

Ifrah, G. (1987): Las cifras. Historia de una invención. Alianza. Madrid.

Litwin, E. (2008): El oficio de enseñar. Condiciones y contextos. Paidós. Buenos Aires.

Litwin, E., Maggio, M. & Lipsman, M. (2005): Tecnologías en las aulas: las nuevas tecnologías enlas prácticas de la enseñanza: casos para el análisis. Amorrortu. Buenos Aires.

Molina, M. I. (2000) El Señor del cero. Alfaguara. Madrid.

Universidad Nacional del Litoral (2006). Diseño Curricular de la Escuela Primaria de la UniversidadNacional del Litoral. Resolución del Consejo Superior UNL Nº272/06. Santa Fe, Argentina.

Eje 2: La Educación Matemática en el nivel secundario

Un espacio diferente, las tutorías entre pares.

María Alejandra Santarrone
María Eugenia Maumary
santarrone@gmail.com
Escuela Industrial Superior Anexa a la Facultad de Ingeniería Química. Universidad Nacional del Litoral.

Como profesoras de primer año de la Escuela Industrial Superior, nos hemos encontrado que durante el primer trimestre del año escolar debemos retrabajar con nuestros alumnos no solo contenidos conceptuales sino actitudinales y procedimentales que retrasan el desarrollo de los contenidos previstos en el nivel e impactan luego en los niveles superiores.

Sabiendo que en el año 2015 más de la mitad de los ingresantes no se eximieron del examen regular en Matemática I y menos del 15% logró aprobar la materia en la mesa de examen del mes de diciembre nos propusimos varias intervenciones, entre ellas, implementar un Programa de Tutoría Entre Pares (TEP).

El mismo fue presentado y avalado por las autoridades de la institución y se encuadró la actividad de los alumnos tutores dentro del espacio de materias optativas.

El programa

El objetivo básico del programa fue el de acompañar y guiar en el cursado de Matemática I a los ingresantes, potenciando sus trayectorias educativas futuras tanto en Matemática como en otras áreas del conocimiento, promoviendo la construcción de la identidad del "estudiante en una escuela técnica".Citando a Charlot (2008), debe quedar claro que el sujeto al cual nos referimos aquí tiene una historia y vive en un mundo humano, esto es, tiene acceso al orden de lo simbólico, al de la ley, al del lenguaje; se construye a través de procesos de identificación y de desidentificación con el otro y tiene una actividad en el mundo y sobre el mundo.

Es en base a ello que se previeron las siguientes tareas para el tutor:

• Facilitar la integración del ingresante a la institución educativa a la cual pertenece, estimulando la participación en diversos ámbitos y en lo que hace a la apropiación del propio proceso de aprendizaje, así como brindando orientación en relación al cursado de Matemática: organización de carpeta, registros de clases, momentos de estudios, etc.

• Acompañar el proceso de construcción del "ser estudiante", promoviendo que esto se realice de un modo activo, reconociendo al sujeto como partícipe y actor principal de su proceso de aprendizaje.

• Visualizar e identificar recursos personales, lo que contribuirá a promover y potenciar el desarrollo de habilidades y destrezas tanto en el tutorado como en el tutor, necesarias para un mejor desempeño en lo que hace a su proceso de aprendizaje.

• Disminuir algunos efectos de la masificación a través de la atención personal pero dentro del marco del colectivo institucional.

• Evaluar en todo momento los aspectos éticos del quehacer o de las diversas situaciones que aborda.

Es importante resaltar que la tutoría así concebida no implica una actividad de enseñanza. Si bien incorpora funciones relacionadas a la docencia en su sentido más amplio, toma y reafirma las que en la práctica educativa secundaria están más alejadas del proceso usual de enseñanza y aprendizaje disciplinar.

> "El tutor aprende en el esfuerzo por trasmitir, compartir y organizar lo que el tutorado demanda. Es relevante que el tutor no se sienta, ni que se coloque tampoco, en el lugar de "supuesto saber". Esta situación tiene consecuencias negativas en dos direcciones, respecto al tutorado, porque en ese caso se homologa al rol docente, por lo tanto el potencial diferencial de "entre pares" queda de lado. Secorre el riesgo también, de situarse en una actitud de "enseñante"". (Mosca, A. Santiviago, C. 2012:19)

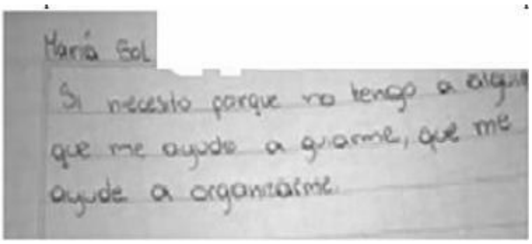
Es así como la tutoría complementa la actividad docente con el fin de explorar y explotar las potencialidades del estudiante, procurando facilitar su inserción en la educación y fomentar sus capacidades de aprendizaje más allá de los espacios habituales de enseñanza.

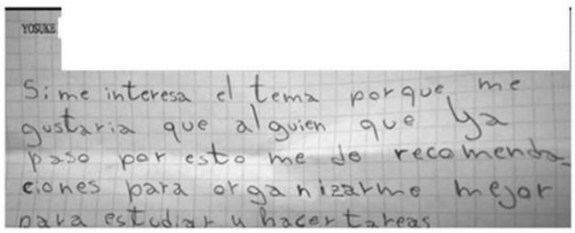
Momentos del programa

Selección de tutorados

En un principio nos propusimos que la selección de los tutorados sea a partir de indicadores como son la calificación en el área de matemática del examen de ingreso y la observación de actitudes hacia el aprendizaje en el curso introductorio (de carácter obligatorio para los ingresantes) . Pero debido al interés que despertó la propuesta en la mayoría de los estudiantes, se les preguntó por escrito acerca de su motivación en participar y posteriormente con ello se seleccionaron cinco alumnos de cada curso.

Dos respuestas significativas se exponen a continuación (para respetar la individualidad fueron borrados los apellidos):





Fotografías de las respuestas de los tutorados.

Selección de tutores

En el mes de marzo se dio a conocer la fundamentación del programa y las tareas del tutor. La condición básica para la inscripción al programa, encuadrado en una materia optativa, fue que ya hayan cursado el segundo año y en el mismo se hayan eximido del examen regular de Matemática II. La selección de tutores se realizó en ese mismo mes, luego de leer sus fichas de inscripción, en base a cumplir los requisitos solicitados y las respuestas dadas a:

¿Por qué le interesaría ser tutor del programa?

A continuación se exponen algunas respuestas significativas:

“Para ayudar a los más chicos, que tengan la posibilidad de un tutor la cual nosotros no tuvimos, y poder enseñarle desde el otro lado, siendo un alumno que ya cursó la materia y tiene experiencia y puede decirle en que cosas puede prestar más atención o técnicas que me sirvieron para aprobar la materia”.

“Hay varios motivos. Siempre me gustó enseñar y trasmitir lo que sé o lo que puedo a los demás, pero también me gusta aprender cosas nuevas de otras personas. Pienso, a su vez, en que si hubiera tenido la posibilidad de que alguien me ayude o me guíe en primer año, me hubiera sentido más contenida y quizá el paso entre lo que era la escuela primaria y lo es la escuela secundaria hubiera sido menos apabullante. En los años posteriores, en general, he intentado ayudar, dentro de mis posibilidades, a mis compañeros en su estudio y tareas”.

Luego de las selecciones se formaron las parejas de tutorías, teniendo en cuenta indicadores como el sexo, y el conocimiento superfluo de las personalidades de aquellos alumnos que las encargadas de la tutoría ya teníamos. Se les comunicó vía nota por cuaderno de comunicaciones, a los padres de los tutorados para que dieran su consentimiento en la participación, explicándoles los objetivos de la tutoría. La tutoría comenzó a desarrollarse con 29 parejas.

Encuentros entre tutores y docentes (parciales y generales)

Los encuentros parciales, entre una de las docentes de la tutoría y un tutor, se propusieron con periodicidad quincenal y se establecieron dos objetivos: por un lado guiar al tutor en su tarea y por otro lado compartir los avances del tutorado desde ambas miradas.

Los encuentros generales fueron entre ambas docentes y todos los tutores, con periodicidad bimensual y tuvieron por objetivo el compartir experiencias para fortalecer las futuras con los demás y la evaluación parcial del programa.

El primer encuentro con los tutores se llevó a cabo antes de darles a conocer su tutorado. En el mismo se trabajó en los siguientes puntos:

- Presentación de docentes y tutores.
- Presentación del proyecto.
- Creación de un grupo de Facebook, para comentar las experiencias y como vía de comunicación oficial entre docentes y tutores.
- Espacio institucional y horarios de reuniones con los tutorados.
- Bibliografía sugerida para lecturas.
- Presentación del formato correspondiente al diario del tutor

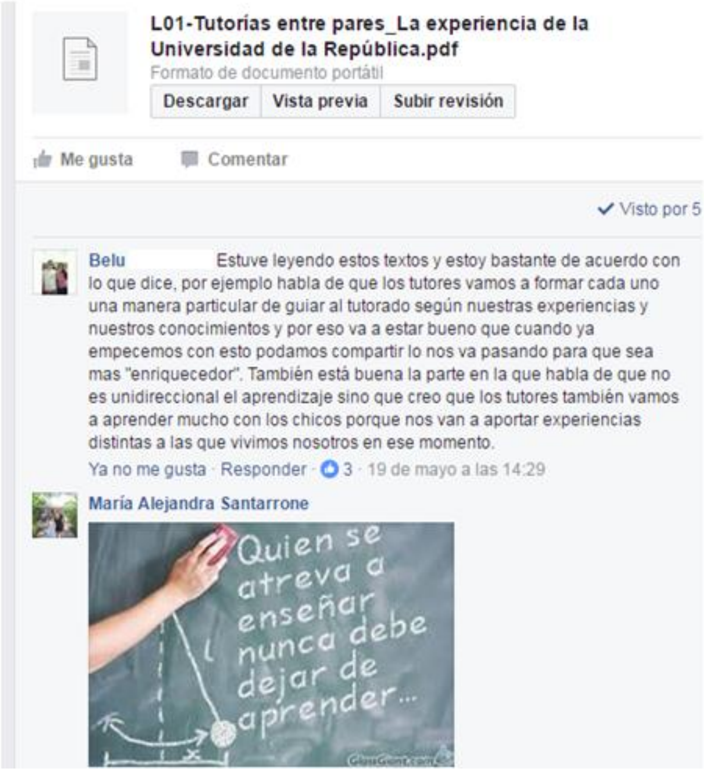
Para concluir el encuentro se pidió que se reúnan en grupo y bajo la consigna: “Construir el tutor ideal” realizaron un collage.

A continuación se pueden apreciar uno de estos collages:

Fotografías de los collages de los tutores.

Desde el programa se pretendió que el tutor siempre esté atento a que su actitud sea la de promover la reflexión, generar preguntas dirigidas principalmente a cuestionar supuestos, que desde la implicancia personal puedan darse por verdades incuestionables y transformarlas en instrumentos de análisis y trabajo.

El segundo encuentro consistió en el intercambio de experiencias y reflexiones sobre las lecturas sugeridas. En el Facebook quedaron registros de los intercambios realizados con anterioridad a la misma.



Captura de pantalla de la página de Facebook.

En el mes de julio se realizó la entrega parcial de los diarios, vía mail. Se evidenció que algunas parejas de la tutoría aún no habían podido crear el vínculo y organización necesaria para cumplir con los objetivos. Se realizaron devoluciones individuales y se conversó con aquellos tutorados que no estaban demostrando interés.

En el tercer encuentro se trabajaron consejos generales para la corrección de los diarios entregados, entre ellos: revisar la narración y ortografía, y describir los problemas presentados, las estrategias de solución brindadas y cómo fue el desenlace.

Además se trabajó grupalmente con la copia del diario de una tutora, con las siguientes consignas:

- Enumeren las estrategias empleadas y/o brindada por la tutora ante las dificultades planteadas por la tutorada.

- ¿Cuáles son las problemáticas planteadas y qué resolución han tenido hasta el momento?

- Elijan una oración del diario que más les resulte significativa.

Ya en la segunda etapa del año varias parejas de tutores tuvieron inconvenientes en reunirse y pese a las conversaciones que se tuvo con los tutorados, varios dejaron la optativa.

Como una manera de reforzar los vínculos se organizó un encuentro recreativo en el predio donde los alumnos hacen deportes. Hubo muy poca respuesta por parte de los tutorados y sólo asistieron tres. Sí los tutores más comprometidos, pese a eso asistieron al encuentro.

En el mismo se desarrollaron juegos de interacción grupal, se invitó además a las profesoras de primer año, pensando en un encuentro diferente con los tutorados.

Algunas actividades se reflejan en las fotos que se pueden a continuación:

Fotografías de la reunión de tutorados, tutores y profesoras de 1er año.

Pese a que se organizó un quinto encuentro, ya muchos tutores no asistieron por diversos motivos, los diarios finales fueron entregados sólo por 10 de ellos que son los que aprobaron la optativa.

A continuación se exponen algunos extractos significativos de los diarios finales:

“Si bien no arrancó de la mejor manera la EIS, porque le costaba organizarse, repartir sus tiempos entre rugby, la escuela y el estudio; pudo acomodar sus horarios y remontar sus notas en el segundo y tercer trimestre. A su vez, con el paso de los encuentros, nuestro vínculo iba creciendo cada vez un poquito más y yo la iba conociendo no sólo en el ámbito de la escuela sino también como persona.

A lo largo de todo el año, Juli la peleó con varias asignaturas, al principio con Biología y Matemática, luego con esta última, sumada a Historia e Informática; pero a pesar de sus inconvenientes y dificultades jamás bajo los brazos, le puso la mejor onda a cada materia y así fue como logró aprobar todas las materias”.

“…es interesante tener a una persona que tenga una edad cercana a la tuya y ya haya pasado por ello para aconsejarte y guiarte” "cada vez que me juntaba con él me sentía como un escultor de hielo, trabajaba despacio y con cuidado tratando de que Facundo este cómodo".

"ellos al estar hace poco tiempo en la institución, a veces no saben con qué se encontrarán, por eso siempre es bueno que tengan una referencia"

"Aunque se llevó algunas materias espero haberlo ayudado en el transcurso de primer año ya que sé que la adaptación puede ser difícil, y espero que los consejos que le di le sirvan para más adelante".

"Álvaro me contó que no quería estar en esta escuela ...pensé que yo había fallado pero al final me di cuenta de que yo lo ayude a tomar esa decisión y creo que eso forma parte de ser un buen tutor, ayudar a tu tutorado en cualquier decisión que tome."

"Aunque no se hayan dados los resultados que esperaba en cuanto al diálogo y compromiso de mi tutorado, me llevo que nunca me tengo que dar por vencido, porque aunque quiera o no quiera mi ayuda, va a ser para el bien no solo de él, sino de ambos."

"Nos dejó volver a primero por un rato y pensar en todo lo que ya pasamos, que es un montón, y a veces cuando uno está desganado y quiere dejar todo, pensar en eso te levanta el ánimo".

"Es un aprendizaje mutuo donde la escuela se enriquece de valores, que muchas veces por producto del individualismo (...) se pierden en el camino."

"...estamos tan centrados en lo técnico que muchas veces nos olvidamos de cómo tratar con otras personas, y esta optativa te enseña a cómo hablar y como expresarte, además que te enseña a ayudar al otro."

Evaluación del programa

En cada etapa del programa se realizó una autoevaluación por parte de los actores. La visión de los tutores respecto de la optativa, se pudo apreciar en los diarios. La evaluación de los tutorados se pretendió analizar a través de una encuesta realizada de manera on line, enviándoles una nota a los padres para que ayuden a los tutorados a reflexionar sobre el proyecto. Lamentablemente sólo 7 tutorados contestaron. De las contestaciones se destaca la buena relación entre tutor y tutorado y que éstos últimos esperaban una ayuda en los contenidos de la materia, evidenciando falta de entendimiento de los objetivos de la tutoría.

Antes de la lectura de los diarios, como profesoras a cargo de la optativa pensábamos en no continuar el próximo año con el proyecto, dado los resultados cuantitativos (cantidad de aprobados en la optativa y tutorados que continuaron durante el año). Pero luego de leerlos, éstos nos brindaron otra lectura más allá de los fríos número, dando evidencia de que el espíritu con que fue pensado el programa realmente les llegó a cada uno de los tutores.

Para el presente año se replanteará el espacio, ajustando en una primera instancia la cantidad de parejas, el seguimiento y compromiso de los tutorados y la incorporación de dos extutores como pasantes (de forma tal que contribuyan desde su experiencia).

Consideración final

Creemos que se ha generado a través de este proyecto un espacio diferente dentro de la institución, el cual permite establecer fuertes vínculos académicos y afectivos entre alumnos y docentes de distintos niveles, fortaleciendo el grado de pertenencia y participación.

Bibliografía

Castillo Arredondo, S. y Polanco Gonzáles, L. (2005).*Enseña a estudiar… Aprende a aprender*. Madrid: Pearson Educación, S. A.

Charlot, B. (2008). *La relación con el saber, formación de maestros y profesores, educación y globalización. Cuestiones para la educación de hoy.* Montevideo: Ediciones Trilce.

Manuale, M., Bolsi, M., Barbach, N. y Garramuño de Galuzzi, S. (2010).*La formación de los alumnos tutores: un aporte para mejorar el ingreso y la permanencia en la UNL.* “1° Congreso Argentino de Sistemas de Tutorías en carreras de Ingeniería, Ciencias Exactas y Nautrales, Ciencias Económicas, Informáticas y afines”. Oberá.

Mosca, A. Santiviago, C. (2012).*Tutorías entre pares. La experiencia de la Universidad de la República*. Montevideo: Comisión Sectorial de Enseñanza.

Secretaría de Educación Pública (2013).*Yo no abandono.Manual para ser un mejor tutor*. México: Progreso, S.A.

Matemática + Topografía.

CARINA MAUMARY
MARÍA EUGENIA MAUMARY
RICARDO PUJATO
carimaumary@gmail.com
Escuela Industrial Superior Anexa a la Facultad de Ingeniería Química. Universidad Nacional del Litoral.

Desde el Dpto. de Matemática de la Escuela Industrial Superiorcreemos, entre otras cosas, que "la enseñanza de la matemática debe ser concebida, como una disciplina que debe colaborar con todas las otras, y que debe hacer aptos a los estudiantes para que puedan determinar cuándo un problema amerita ser tratado matemáticamente" (Rodríguez:2011).En base a esto se producen diálogos constantes con docentes de las distintas especialidades, y también con materias del ciclo básico, para indagar sus necesidades y de este modo mejorar nuestras prácticas de enseñanza generando nuevos soportes didácticos, estrategias y espacios en los cuales puedan llevarse a cabo proyectos multidisciplinarios, interdisciplinarios o transdisciplinarios.

Consideramos que para no atomizar el conocimiento, producido por la superespecialización, generar equipos interdisciplinarios dentro de la institución tiende a facilitar la construcción del conocimiento desde un enfoque holístico colaborando con el logro de un objetivo principal que es la formación de técnicosprofesionales de jerarquía. Entendemos que un equipo interdisciplinar es aquel que intenta romper las barreras entre las diferentes disciplinas que dificultan la comunicación, y en consecuencia la comprensión integral de una situación problemática. "El trabajo en equipo requiere de profesionales, que tengan una actitud de apertura y permeabilidad en relación con las otras disciplinas. Aún más, exige el abandono de vanidades profesionales, esquemas rígidos de su quehacer particular, y la disposición de recibir lo que las otras disciplinas le pueden brindar. Esto significa que estamos hablando de un tipo de profesional con características de personalidad apropiadas para el trabajo interdisciplinario; un profesional capaz de '"desarrollar aptitudes y comunicar conocimientos" [Pichón -Riviere, 1983,3]." (Valverde, Ayala, Pascua, Fandiño: 2010).

La Semana del Técnico del año 2016 fue un espacio propicio para concretar la realización de un proyecto interdisciplinar: Clase abierta "Matemática+Topografía". La misma se gestó luego de varias charlas, con el docente de la materia Topografía, acerca de los errores frecuentes que tienen los alumnos cuando llegan a 5to año y de analizar las diferencias en el abordaje de contenidos transversales, vocabulario entre otras cosas. Este trabajo colaborativo nos instó a pensar en actividades en donde no solo se integren contenidos de ambas materias, sino que también en instancias de enseñanza más dinámicas y contextualizadas combinando esfuerzos desde distintas miradas para favorecer un aprendizaje más significativo.

Las estrategias metodológicas utilizadas pueden identificarse con algunas de las que el autor Crawford (2004) define como "estrategias de enseñanza contextual", las cuales ayudan a los estudiantes a construir, elaborar y usar conocimientos en matemáticas y ciencias. Las palabras que identifican estas estrategias de enseñanza son las siguientes:

Relación: consiste en aprender en el contexto de las experiencias de la vida o conocimiento preexistente.

Experimentación: consiste en aprender en el contexto de exploración, descubrimiento e invención. Concretamente es aprender haciendo.

Aplicación: consiste en aprender conceptos en el contexto de su puesta en práctica.

Cooperación: consiste en aprender en el contexto de compartir e interactuar.

Transferencia: consiste en aprender en el contexto de la aplicación del conocimiento en nuevos contextos o en nuevas situaciones (no abordadas en clases).

A continuación presentaremos las actividades de la Clase Abierta, las expectativas de logros en general, las estrategias que creemos haber utilizado y finalmente cómo se llevaron a cabo las actividades. Cabe aclarar que la Clase Abierta se llevó a cabo en dos oportunidades (martes y jueves) con un cupo de 20 alumnos cada una.

Actividad 1:

Verifica si la pendiente de la rampa exterior de la E.I.S. cumple lo resuelto en la Ley N° 24.314 de Accesibilidad de personas con movilidad reducida(Imagen 1).

A.1.4.2.2.2. Pendientes de rampas exteriores

Relación h/l	Porcentaje	Altura a salvar (m)	Observaciones
1:8	12,50 %	< 0,075	sin descanso
1:10	10,00 %	≥ 0,075 < 0,200	sin descanso
1:12	8,33 %	≥ 0,200 < 0,300	sin descanso
1:12,5	8,00 %	≥ 0,300 < 0,500	sin descanso
1:16	6;25 %	≥ 0,500 < 0,750	con descanso
1:16,6	6,00 %	≥ 0,750 < 1,000	con descanso
1:20	5,00 %	≥ 1,000 < 1,400	con descanso
1:25	4,00 %	≥ 1,400	con descanso

Imagen 1.

Actividad 2:

Calcula la altura del mástil desde la referencia X en el patio norte de la escuela, sabiendo que se puede realizar la medición directa (distancia D) desde X al mástil (Imagen 2).

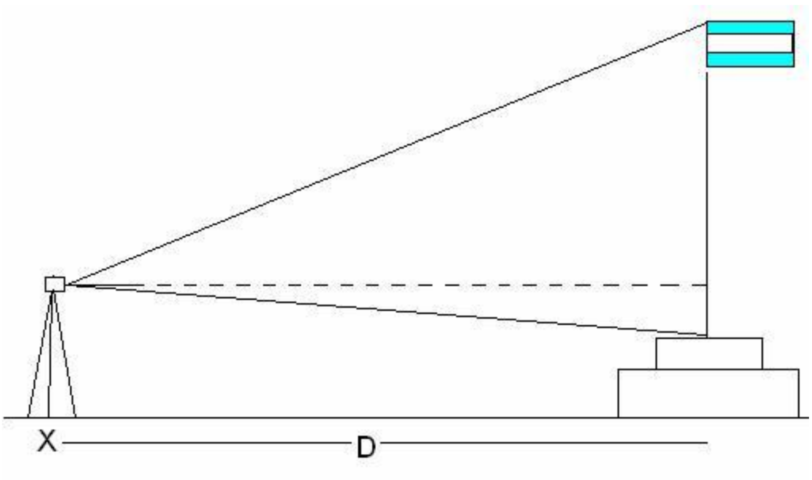


Imagen 2.

Actividad 3:

Calcula la altura del mástil considerando que el pie del mismo es un lugar inaccesible.

Se analizaran dos métodos diferentes para resolverla.

a) Teniendo en cuenta que los puntos de referencias A y B, junto con el mástil están en un mismo plano vertical (Imagen 3).

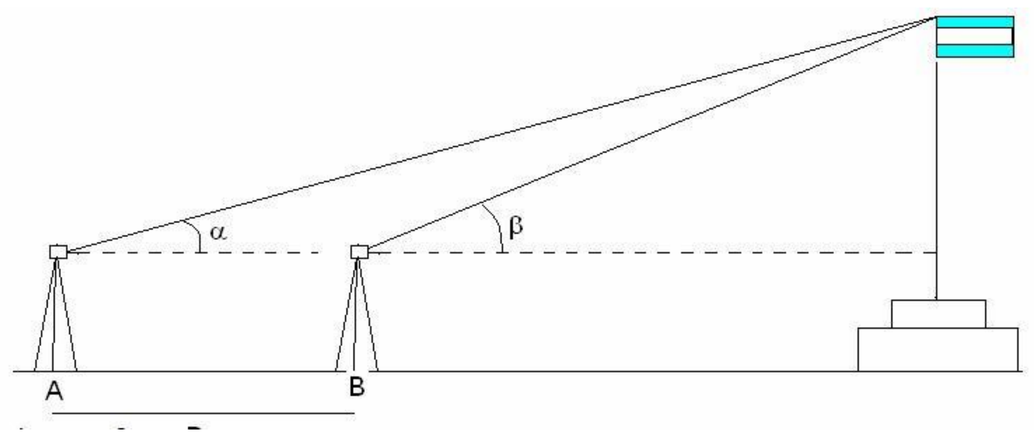


Imagen 3.

b) Teniendo en cuenta un punto A al norte del mástil y otro punto B al este del mismo (Imagen 4).

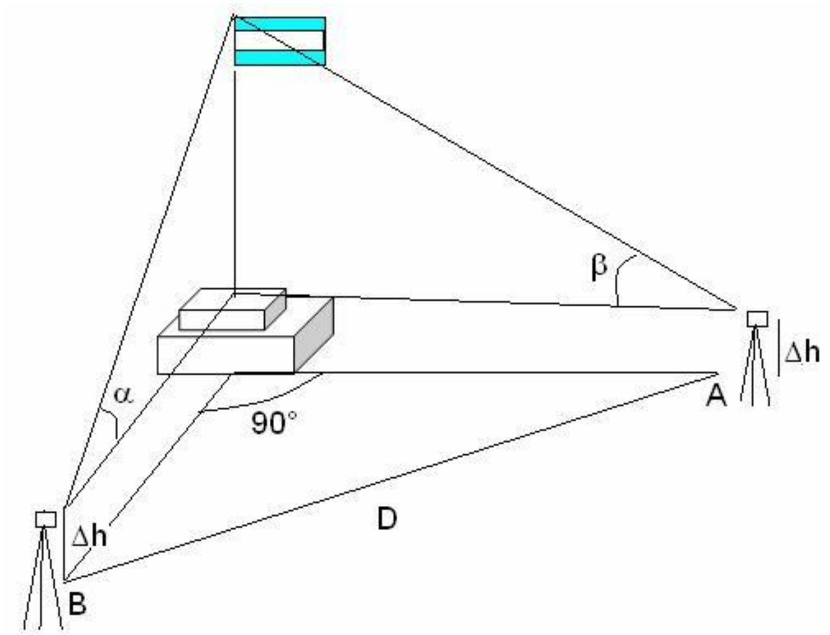


Imagen 4.

Las expectativas de logro fueron las siguientes:

- Relacionar, mediante procedimiento empírico, contenidos y vocabulario de la materia Topografía (métodos de medición, descripción y uso de los accesorios de medición) con los dados en Matemática I, II y III (pendiente, triángulos semejantes, trigonometría, sistemas de ecuaciones, teorema de Pitágoras, etc.).

- Generar un espacio de aprendizaje entre pares, colaborando en la resolución de las actividades; alumnos del ciclo superior colaborando con estudiantes del ciclo básico en el uso de los instrumentos de medición.

Las herramientas que usamos fueron las siguientes: Niveles, cintas, miras, teodolito, papel, birome ycalculadora.

Consideramos que en las actividades anteriores se usó la estrategia de Relación dado que se buscó motivar a los alumnos dándole a las situaciones un contexto conocido por ellos (la rampa en la entrada y el mástil de la institución). Como dice el autor Crawford (2004) “Todo currículo que intente poner el aprendizaje en el contexto de las experiencias de la vida, debe, primero, llamar la atención del alumno hacia los eventos, situaciones y percepciones diarias. El alumno debe entonces relacionar esas situaciones diarias con la información nueva a ser “absorbida” o con un problema a resolver”.

También se planificó pensando en la estrategia de Aplicación, la cual consiste en elaborar actividades, desarrollar conceptos en un contexto útil el cual puede ayudar al alumno (sobre todo a los de tercer año) a proyectarse imaginariamente hacia su futuro ya sea eligiendo o no la especialidad de Construcciones que ofrece la escuela, o pensando en una carrera fuera de la institución o en un trabajo.Esta estrategia pretende establecer una correspondencia entre el trabajo escolar y las actividades laborales de la vida real presentando a los alumnos actividades contextualizadas.

La clase abierta se pensó para alumnos de 2do y 3er año porque ya saben algunos conceptos y de este modo pueden compartir, interactuar y comunicarse ideas entre ellos y también con alumnos de niveles superiores que ayudaron con los instrumentos de medición. Esto lo relacionamos con la estrategia de Cooperación. Existen razones válidas para motivar a los alumnos a desarrollar estas habilidades de trabajo cooperativo cuando todavía están en la escuela. Creemos que formar técnicos que saben y valoran trabajar en equipo, comparten información libremente y pueden comunicarse de manera efectiva puede mejorar cualquier ambiente laboral.

Todas las actividades exigieron tener conocimientos previos y transferirlos a las nuevas situaciones. Esto se vincula a la estrategia de Transferencia. Consideramos que como docentes debemos generar experiencias nuevas para el alumno vaya ganando confianza en la resolución de situaciones problemáticas.

Al desarrollar la Clase Abierta, la Actividad 1 pudo concretarse como estaba prevista y las expectativas de logros se cumplieron en su totalidad (Imagen 5).

Imagen 5.

La Actividad 2 no pudo llevarse a cabo como estaba diseñada por las inclemencias del tiempo. El día martes llovió por lo que tuvimos que reformular el contexto de la misma, en lugar de medir el mástil se midió una columna de la galería este.

Imagen 6

Imagen 7

En las imágenes 6 y 7 puede apreciarse el momento donde el docente de Topografía explica el uso de los accesorios de medición (algunos usados en la actividad 1) explayándose más en cómo mide el teodolito. Se hizo mención a los ángulos cenitales que no son comunes en el vocabulario usado en las clases de matemática. Ese día de lluvia no pudo llevarse a cabo la Actividad 3.

El día jueves, acompañados de un buen clima, después de la Actividad 1 decidimos llevar a los alumnos a medir el mástil de la Plaza Constituyentes dado que contábamos con más espacio para mover los aparatos de medición.

Imagen 8

Imagen 9

El cambio de contexto fue que en el patio de la escuela el espacio no permitió realizar la medición adecuada de los ángulos con los elementos disponibles ese día.

Lo anterior es un ejemplo de que ciertas actividades "ideales" que trabajamos en la clase de matemática, al llevarse a un contexto real, deberían reformularse o replantearse por el espacio donde se llevan a cabo teniendo en cuenta los equipos disponibles.

Para concluir este trabajo queremos destacar que los estudiantes que asistieron a la Clase participaron activamente y expresaron que las actividades propuestas fueron interesantes; para algunos significó reafirmar su decisión a elegir la especialidad Construcciones. Y para los docentes significó una experiencia enriquecedora porque además de ampliar nuestro conocimiento acerca de la otra disciplina también se vieron fortalecidos los lazos como colegas.

Bibliografía

Crawford, M. (2004). Enseñanza Contextual. Investigación, Fundamentos y Técnicas para Mejorar la Motivación y el Logro de los Estudiantes en Matemática y Ciencias. CORD. Consultado el 15de agosto de 2015 en http://www.cord.org/uploadedfiles/Teaching%20Contextually%20Spanish.pdf.

Rodriguez, M. (2011). Elementos epistémicos de la triada: matemática, cotidianidad y pedagogía integral. Revista de formación e innovación Educativa Universitaria, volumen (4), N° 3: 177 – 191. Venezuela. Consultado el 8 de abril de 2017 en http://refiedu.webs.uvigo.es/Refiedu/Vol4_3/REFIEDU_4_3_3.pdf

Valverde, L., Ayala, N., Pascua, M., Fandiño, D. (2010). El trabajo en equipo y su operatividad. Costa Rica. Consultado el 8 de abril de 2017 en
http://www.ts.ucr.ac.cr/binarios/pela/pl-000381.pdf

El uso de un sistema de geometría dinámica para favorecer el aprendizaje de las nociones de área y volumen en el nivel secundario.

MICAELA MAZZOLA
MARÍA FLORENCIA CRUZ
MARÍA EUGENIA CAMMISI
MARCELA GÖTTE
micamazzola@gmail.com / ma.florenciacruz@gmail.com / meugeniacammisi@gmail.com / marcelagotte@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Introducción

Las razones por las cuales enseñar geometría en los niveles obligatorios son varias y van desde las instrumentales y preparatorias hasta las personales y de valor formativo intrínseco. Sin embargo, diferentes autores y documentos (NCTM (1991); ICMI (1998)) revelan la pérdida de peso de la geometría en la enseñanza obligatoria, más aún de la geometría tridimensional. Esta realidad se contrapone con lo prescripto en los actuales diseños curriculares de los distintos niveles educativos.

Por su parte, la medida cumple un rol importante en la interpretación del mundo que nos rodea y está relacionada directamente con la geometría. El aprendizaje de un concepto aparece inscripto en una red de conceptos vinculados unos con otros, los cuales se van adquiriendo simultáneamente, por ejemplo la distinción entre las figuras tridimensionales, sus áreas y sus volúmenes.

Considerando esta red de conceptos, presentamos tareas planteadas para una posible secuencia didáctica en la cual se pretende utilizar un material didáctico diseñado para trabajar con poliedros regulares, y particularmente la independencia entre área y volumen. La misma se diseña para implementar en primer año de nivel secundario en una escuela de la provincia de Santa Fe. El material didáctico es un puzle espacial. Los puzles que se van a utilizar aquí corresponden a descomposiciones del cubo los cuales reflejan relaciones entre otros poliedros y el cubo.

Siguiendo la clasificación establecida por Corbalán (1994), los puzles espaciales son juegos tanto de *conocimiento*, como *estratégicos*. En este sentido, ayudan a desarrollar el currículo de Matemáticas de la enseñanza obligatoria –en este caso los contenidos de área y volumen- como a desarrollar habilidades habituales de pensamiento matemático –en este caso, espaciales y de visualización.

De este modo, no es a partir del tratamiento de los contenidos de geometría tradicionales como pretendemos favorecer el desarrollo de la habilidad espacial; sino mediante actividades de visión espacial genuinas, por medio de la manipulación y estudio de formas, en las cuales van apareciendo contenidos geométricos ya conocidos que con frecuencia se tratan de forma aislada.

Asimismo, concordando con Itzcovich (2005), la geometría es "un muy buen lugarpara que los alumnos puedan vincularse con un modo específico de producir y validar relaciones". En este sentido, presentamos tareas en las que los estudiantes deben conjeturar relaciones y validar dichas conjeturas.En esta clase productora jugará un papel fundamental las interacciones sostenidas entre la clase en su conjunto.

Considerando y aprovechando las potencialidades del software de geometría dinámica (SGD) para la visualización de objetos geométricos tridimensionales, se propone la utilización del software Cabri 3D para el desarrollo de la propuesta. En la secuencia planteada se persiguen los siguientes objetivos:

- Promover la enseñanza y aprendizaje de la Geometría del Espacio en la escuela secundaria.
- Abordar la independencia de las nociones de área y volumen.
- Promover el uso del software Cabri 3D en los procesos de enseñanza y de aprendizaje.
- Promover el trabajo, la discusión y el intercambio entre pares, como así también la autonomía de los alumnos.

Aportes teóricos

La decisión de utilizar Cabri 3D durante la implementación de la propuesta radica en varios motivos, entre ellos: dispone de herramientas más potentes en comparación a otros software que se encuentran diseñados para el trabajo en geometría tridimensional; la propuesta que se presenta es una versión mejorada de un proyecto que recibió mención de honor en un concurso[1] que involucraba este software y a

1 Concurso de Actividades Cabri en Clases en el IV Congreso de CabriWorld y el VII Congreso IberoCabri 2014.

si bien Cabri 3D es un software de código no abierto, brinda una versión de evaluación válida 30 días a partir de su instalación.

En esta secuencia se pretende trabajar con un material didáctico: un puzle. Como apuntan Guillén y Puig (2006), generar sólidos juntando sólidos y trabajar con determinados puzles permite explorar, precisar y comprender propiedades de determinados sólidos y relaciones entre ellos o entre sus elementos. "Permiten que se relacionen los sólidos entre sí o con figuras planas (las que se obtienen como sección) y que se expresen estas relaciones de diferentes maneras y con mayor o menor precisión" (p. 76).

Freudenthal (1983) considera que para la construcción del objeto mental tanto del concepto de área como el de volumen deben presentarse tareas que apunten a trabajar las nociones de repartir equitativamente, comparar y reproducir y por último, medir. Del Olmo, Moreno y Gil (1993), siguiendo a Freudenthal (1983), propone comenzar con transformaciones de romper y rehacer, en particular:

> "realizando construcciones con cubos congruentes y reorganizando las piezas de una construcción para obtener otras diferentes, reflexionando sobre el volumen de cada una de ellas y la aditividad (o sustractividad) de juntar (o separar) construcciones, además de marcar la diferencia entre el volumen y el área superficial" (pp. 101).

La vinculación y relación entre los conceptos de volumen y área provee un marco estructurante de los contenidos, adecuado al objetivo que los alumnos incorporen conocimientos con niveles crecientes de organización (Laborde, 1995).

Del Olmo, Moreno y Gil (1993) resaltan que la obtención de fórmulas mediante transformaciones de romper y rehacer, procedimiento útil en el caso del área, tiene un campo de aplicación muy limitado en el volumen. Por lo que, los mismos proponen otra técnica, la cual consiste en descomponer un cuerpo regular o semiregular en pirámides uniendo los vértices con el centro y calculando el volumen de las pirámides que se forman.

Sadovsky (2005) reflexiona sobre el proceso de construcción de conocimientos por parte de los estudiantes. Para ello, analiza distintas producciones y episodios de clases en los que se observan debates en un aula de séptimo grado. Considera que el trabajo con otros es conveniente ya que da lugar a un intercambio que posibilita profundizar ideas, tomar posiciones, confrontar diferentes producciones que permiten a cada alumno rever su punto de vista y dar sentido al conocimiento en cuestión. Por otra parte, observa que, en ocasiones, los intercambios producidos proporcionan un contexto que da lugar a otro problema, diferente al planteado que resulta relevante en cuanto a las discusiones que genera.

Diseño de las tareas y algunos comentarios sobre las mismas

La propuesta se centra en la construcción y elaboración de puzles geométricos con SGD. Es necesaria para su implementación la disposición por parte de los alumnos de netbooks o computadoras con acceso al software. Se propone la implementación de la propuesta en grupos de dos estudiantes. Esta decisión se debe a que se considera que la interacción exige a los estudiantes descentrar su propio pensamiento, su propio punto de vista, pues, deben considerar lo planteado por su compañero, las sugerencias que realiza y justificar las elecciones personales (Quaranta y Wolman, 2003). El docente cumplirá el rol de coordinador, dando orientaciones, pero sin resolver las tareas propuestas. En este sentido, Chemello y Crippa (2011) sostienen que es necesario generar situaciones que devuelvan la responsabilidad matemática al alumno.

Posteriormente a que cada grupo determina una respuesta a las tareas 1 y 2 se propone una puesta en común. De modo análogo se procede al finalizar la tarea 3 y nuevamente una vez realizadas las tareas 4 y 5. En estos momentos de las clases se espera que se sociabilicen diferentes modos de resolución. Consideramos estas situaciones de intercambio como un momento de producción de nuevas ideas. Por un lado, permiten hacer públicas cuestiones que posiblemente eran privadas de cada binomio; y, por el otro, promueven a hacer explicitas las relaciones que han establecido en los procedimientos puestos en juego en el momento de la resolución de la tarea en cuestión.

Las actividades son planteadas para realizarlas con el cubo. La elección de este cuerpo se debe a que es un poliedro interesante para ser trabajado desde cualquier edad; resulta familiar a los alumnos desde una edad temprana, además de presentar una amplia diversidad de posibilidades de manipulación y permitir la investigación en el aula.

Los saberes previos mínimos con los que deben contar los alumnos para realizar este trabajo son:

Conocimiento de los elementos característicos del cubo: caras, vértices y aristas.

- Algunas propiedades elementales del cubo.
- Utilización de comando básicos de software Cabri 3D[1].

1Se planea una clase previa a la implementación de la propuesta a partir de la cual los estudiantes utilicen comandos básicos de Cabri 3D.

- Fórmulas para calcular áreas de polígonos.

Tarea 1:

a) Construir un cubo en un archivo de Cabri 3D sin utilizar el comando Cubo.
b) Cortar el cubo mediante un plano y describir los poliedros obtenidos.

El objetivo de esta tarea es recuperar conocimientos previos, explorar el software y mejorar la visualización espacial. Se presenta a continuación a modo de ejemplo una construcción posible del cubo.

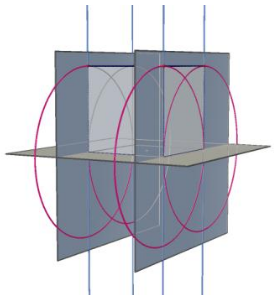


Fig. N° 1: Construcción del cubo sin el comando cubo.

En dicha construcción, se comienza realizando un cuadrado en el plano base. En cada vértice del mismo se trazan rectas perpendiculares a dicho plano. Se trazan dos planos perpendiculares a las rectas que contienen dos lados paralelos del cuadrado por los vértices del mismo. Estos planos contienen las rectas perpendiculares trazadas anteriormente. En cada uno de estos planos se construyen cuadrados con un lado coincidente con el del cuadrado del plano base utilizando las rectas perpendiculares y circunferencias. Por último, teniendo los 8 vértices, se traza el cubo.

La construcción del cubo realizada por los estudiantes dependerá de sus conocimientos, sus habilidades y destrezas con el SGD y de las propiedades que conozcan del cubo.

Tarea 2:

Construir un cubo en Cabri 3D (se permite la utilización del comando Cubo) y realizar las siguientes acciones:

a) Mediante las herramientas adecuadas, determinar el volumen y el área del cubo original.

b) Cortar el cubo con un plano de manera que queden determinados dos poliedros congruentes. Determinar la suma de los volúmenes y las áreas de cada poliedro. Comparar los resultados de dichas sumas con el volumen y el área del cubo original.
c) Cortar uno de los poliedros anteriormente obtenidosen dos poliedros. Determinar la suma de los volúmenes de los tres poliedros y la suma de sus áreas. Realizar una comparación de estos resultados con el volumen y área del cubo.

El objetivo de esta actividad es que mediante la utilización del software los estudiantes logren concluir que a través de los diferentes cortes del cubo, la suma de los volúmenes de los poliedros se mantiene igual a la del cubo original, mientras que la suma de sus áreas es mayor que el área del cubo.

Algunas anticipaciones respecto a las resoluciones de los estudiantes

Podrían cortar el cubo en dos poliedros congruentes a través de un plano paralelo a dos caras paralelas del cubo y que pasa por el punto medio de una arista no perteneciente a dichas caras. Quedan de esta forma dos ortoedros congruentes.

Otra forma de corte es a través de dos aristas paralelas que no pertenezcan a una misma cara. Quedan de esta forma dos prismas triangulares rectos.

Estos resultados de cortes son casos particulares de los que se obtienen al seccionar al cubo a través de cualquier plano que pasa por el centro del mismo. En este caso general los poliedros obtenidos no son siempre prismas pero utilizando las herramientas del software se puede mostrar que los poliedros obtenidos son congruentes. Estimamos que los estudiantes consideraran algunos de los dos tipos de cortes descriptos en primer término.

Respecto a la determinación de los volúmenes y áreas de los poliedros obtenidos y del cubo, conjeturamos que los estudiantes utilizarán las herramientas del software para realizarlo concluyendo que la suma de los volúmenes de los poliedros obtenidos es igual al volumen del cubo o que el volumen de cada poliedro obtenido es igual a la mitad del volumen del cubo. Respecto al área podrían utilizar las herramientas del software y concluir que las sumas de las áreas de los poliedros obtenidos es mayor que el área del cubo o también podrían concluir que es distinta. También podrían extender las mismas propiedades del volumen y establecer erróneamente que el área de cada poliedro obtenido es igual a la mitad del área del cubo, o que la suma de las áreas es igual.

Para realizar la consigna c) los estudiantes podrían, en caso de haber obtenido dos prismas al seccionar el cubo en primer término, seccionar uno de ellos con un plano paralelo a las bases por el punto medio de una arista lateral o a través de un plano perpendicular al plano de las bases y que divide a las mismas en dos polígonos congruentes. En caso de haber seccionado el cubo original por un plano que no determine dos prismas, la consigna de este inciso se complica bastante para resolverla y se podría realizar un estudio más exhaustivo aunque no en esta ponencia dado el límite de página que se permiten.

Respecto a los volúmenes especulamos que volverán a utilizar las herramientas del software para responder. También podrían alegar que la suma de los volúmenes es igual a la del cubo original en base a una generalización de lo estudiado en el inciso anterior. Lo mismo para las áreas tanto en forma correcta como incorrecta, es decir, concluir que la suma de las áreas de los poliedros es mayor que la del cubo o que es igual en el caso de extender el comportamiento del volumen.

El trabajo de esta tarea en binomios de estudiantes se considera un factor importante para lograr pluralidad de resoluciones. Cada estudiante del grupo podrá explicitar y validar junto a su par su propia producción. Lo mencionado permite un trabajo matemático fundamentado, cada estudiante debe descentrar su propio punto de vista para comprender qué y cómo pensó su compañero y así determinar una solución única a presentar en el momento del trabajo colectivo.

Tarea 3:

a) Con las piezas entregadas armar un cubo.
b) Realizar en Cabri 3D cortes en un cubo para obtener el puzle entregado en material concreto.
c) Describir las piezas del puzle de manera que con esa descripción se pueda reproducir la pieza sin utilizar el cubo que le da origen.

Se entregan cinco modelos diferentes con el fin de que los grupos trabajen con distintas situaciones. Los rompecabezas que entrega el docente, serán realizados utilizando el comando “desarrollo plano” de Cabri 3D y cartulina o acetato. Se describen a continuación los puzles que se utilizarán:

- Puzle A: Seis pirámides regulares congruentes de base cuadrada (caras del cubo) y de altura la mitad de la arista del cubo.

Fig. N° 2: Puzle A.

- Puzle B: Tres pirámides congruentes de base cuadrada (caras del cubo) y de altura igual a la arista del cubo.

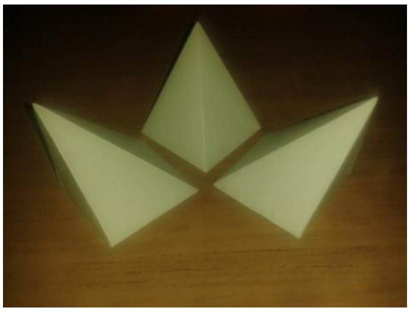


Fig. N° 3: Puzle B.

- Puzle C: Un tetraedro regular (cuya arista es la diagonal de una cara del cubo) y cuatro tetraedros congruentes de base triángulo isósceles rectángulo (mitad de la cara del cubo) y altura la arista del cubo.

Fig. N° 4: Puzle C.

- Puzle D: Cuatro pirámides congruentes de base cuadrada (cara del cubo) y de altura igual a un medio de la arista del cubo y una pirámide de base cuadrada (cara del cubo) y de altura igual a la arista del cubo.

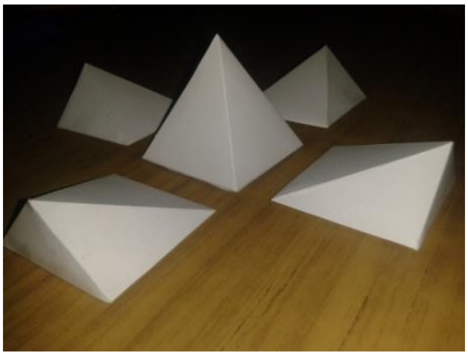


Fig. N° 5: Puzle D.

A partir del armado de los puzles se centra la atención en la ventaja de hacer observaciones sobre las características de las piezas que lo componen y cómo se colocan en el cubo para poder reproducir el puzle. Asimismo, el trabajo con puzles puede permitir que no se establezcan posiciones estereotipadas, superando la dependencia de la base y la horizontalidad, para generar imágenes dinámicas de los cuerpos en el espacio y mejorar el sentido espacial.

Al indagar en el modo en que los distintos poliedros forman el cubo, se explicitan cuáles son los poliedros que constituyen cada uno de los puzles, la manera en que se colocan, las relaciones que existen entre los elementos de los poliedros que intervienen. Estas relaciones son las que le permitirán a los alumnos determinar cómo construir el puzle en el SGD. Aquí entra en juego el potencial de la utilización del SGD para validar o invalidar conjeturas. En este sentido se espera que logren prever durante el trabajo con materiales manipulativos cómo se colocan las piezas para conformar el cubo original, determinando a partir de la construcción con el SGD si lo pensado es correcto o no. Al realizar construcciones dinámicas y pueden ser arrastradas o transformadas para poder visualizar mejor sus propiedades, el estudiante puede validar la conjetura inmediatamente, desecharla o reformularla según sus manipulaciones y observaciones.

Al momento de la puesta en común de esta tarea, los estudiantes podrán conocer los puzles que trabajaron sus demás compañeros. Se destaca también que esta instancia de trabajo permite una confrontación, acuerdo, explicación, justificación entre grupos que poseen el mismo puzle para que la totalidad del curso comprenda la resolución correspondiente al mismo.

Por último, esta actividad conlleva a que en las siguientes tareas, puedan determinar la relación de sus áreas y sus volúmenes.

Tarea 4:

a) A partir del puzle trabajado en la tarea 3, explicar qué relación existe entre el volumen de cada pieza y el volumen del cubo.

Cada grupo deberá responder la tarea en relación a la situación que se le presentó en la actividad anterior:

a) Para los puzles A y B deberán determinar cuál es volumen de la pirámide involucrada en relación con el volumen del cubo.
b) Para el puzle C, deberán determinar cuál es el volumen de la pirámide y el tetraedro que resultan en relación con el volumen del cubo.
c) Para el puzle D, deberán determinar cuál es el volumen de las distintas pirámides que resultan en relación con el volumen del cubo.

El objetivo de la tarea es obtener las relaciones entre los volúmenes de los distintos cuerpos. El interés de esta tarea reside en el hecho de que en la enseñanza secundaria se prioriza el aspecto del volumen como medida, quedando en segundo lugar la adquisición por parte de los estudiantes del concepto de volumen en su profundidad. Asimismo, hay que remarcar que la obtención de las relaciones entre los volúmenes de distintos cuerpos geométricos permite justificar las fórmulas, que se deberían exhibir como el final de un proceso. Los alumnos podrán deducir el volumen de diversos cuerpos a partir del volumen de un cuerpo que se supone conocido, en este caso, el cubo.

Se pretende que realicen esta actividad sin utilizar las fórmulas de volumen, sino estableciendo relaciones como por ejemplo, un tercio de cubo, un sexto, un cuarto, etc. Se propone cerrar la actividad a través de una puesta en común en la que cada grupo exponga las últimas dos actividades, con el fin de que la totalidad del aula tome conocimiento de los diversos puzles.

Tarea 5:

a) A partir del puzle trabajado en la tarea 3, obtener las áreas de las distintas piezas del mismo en función de la arista del cubo.
b) Indicar cómo deberías calcular el área de cada pieza sin el uso del software.

Se pretende aquí que utilicen las fórmulas del área de figuras planas y establezcan las relaciones entre los elementos de los poliedros que forman parte del puzle con la arista del cubo, para lo cual será indispensable el visualizar los poliedros en distintas posiciones con Cabri 3D. Aprovechando esta situación, el docente abrirá el debate acerca del cuestionamiento de las relaciones entre las áreas y los volúmenes de las piezas. Se pretende arribar a conclusiones referidas a su independencia.

Conclusiones

Consideramos de total relevancia brindar a los estudiantes las oportunidades suficientes para explorar, construir y deducir mediante experiencias concretas los conceptos de área y volumen de diferentes cuerpos, haciendo uso en dichas experiencias de conocimientos previos. Estas tareas permitirían a los estudiantes de manera intuitiva desvincular los conceptos de área y volumen, y adquirir una noción acerca de los mismos que les permita pensarlos en forma abstracta. La utilización del SGD durante la propuesta es fundamental para abordar el desarrollo de la visión espacial del estudiante, asimismo les permite una manipulación directa con los cuerpos geométricos que favorece la elaboración de conjeturas.

Serán nuestros siguientes pasos, analizar la propuesta a partir de la utilización de un Software de Geometría Dinámica de código abierto, como por ejemplo GeoGebra 5.0, ajustar las tareas en caso de ser necesario, implementar la secuencia en dos primeros años de escuela secundaria y realizar el análisis de lo implementado.

Bibliografía

Chemello, G.y Crippa, A. (2011). Enseñar a demostrar: ¿una tarea posible? En Diaz, A. (Coord.) Enseñar matemáticas en la escuela media. Buenos Aires: Biblos.

Corbalán, F. (1994). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato.* Madrid: Síntesis.

Del Olmo, M., Moreno, M. y Gil, F. (1993). *Superficie y volumen ¿algo más que un trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*.Boston: Reidel Publishing Company.

Guillén, G. y Puig, L. (2006). Construcción de un modelo de enseñanza de procesosmatemáticos en el contexto del estudio de las relaciones de inscripción y de dualidad entre poliedros. *Educación Matemática,* 18(3), 65-102.

Itzcovich, H. (2005) *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría.* Buenos Aires: Zorzal. Buenos Aires.

Laborde, C. (1995) Problemas en la enseñanza de la geometría en la escuela. Documento 2 del Programa de Transformación de la Formación Docente. Buenos Aires: Ministerio de Cultura y Educación.

Quaranta, M. & Wolman, S. (2003). Discusiones en las clases de matemática: qué, para qué y cómo se discute. En M, Panizza, (Comp), Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas. Buenos Aires: Paidós.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos.* Buenos Aires: Zorzal.

El juego: motivación en las clases de matemática de la escuela secundaria.

BELQUIS ALANIZ
AGUSTINA HUESPE
MARIEL LOVATTO
CRISTINA ROGGIANO
GABRIELA ROLDÁN
CLAUDIA ZANABRIA
belquisnalaniz@gmail.com / claudia.m.zanabria@gmail.com
Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional del Litoral.

Introducción

La realidad en la que transitan los estudiantes en la actualidad es difícil. En muchas de las escuelas secundarias de la ciudad de Santa Fe, sobre todo en las escuelas públicas, se advierten situaciones que dificultan la tarea en el aula, como las condiciones académicas (como carga horaria, exceso de alumnos repitentes en los cursos, sobre edad, obligatoriedad, etc.) o el ambiente sociocultural (ausencia de ámbitos adecuados para estudiar, falta de control parental, escasez de ayuda familiar, presencia de estudiantes que consumen drogas, aislamiento generado por excesivo estímulo tecnológico, falta de interés en adquirir logros académicos, bajas expectativas de futuro laboral, alto nivel de frustración, etc.) Estas condiciones determinan que la escuela se convierta en un espacio de contención más que de aprendizaje y se advierte que se transmutan en problemáticas que influyen en la motivación por el aprendizaje en general y por el aprendizaje de la matemática en particular.

Ante el problema de la falta de motivación como obstáculo en el aprendizaje de la Matemática en los estudiantes de la EESO, se presentó una propuesta de prácticas de extensión de educación experienciales, denominada "Juego, ingenio y emoción: otra forma de aprender Matemática".

La propuesta fue llevada a cabo primero en 2015 y luego se replicó en 2016, respondiendo a las convocatorias III y V de las mencionadas Prácticas.

Justificación

El eje temático para estas prácticas de educación experiencial fue el proceso de aprendizaje de la matemática y si bien es sabido que existen distintas puertas que permiten realizar múltiples miradas de esta temática, en este caso se abrió la puerta "motivación". Si la puerta "motivación" está cerrada no será posible acceder al aprendizaje, por lo que se presentaron estrategias que posibilitaran abrirla en las situaciones que fuera necesario.

Podemos recordar que motivación es el interés que tiene el alumno por su propio aprendizaje o por las actividades que le conducen a él. El interés se puede adquirir, mantener o aumentar en función de elementos intrínsecos y extrínsecos. Entre los aspectos que influyen en la motivación, se pueden mencionar el ambiente socio-cultural del alumno, la confianza en sí mismo, los intereses personales, las condiciones académicas, los estilos de enseñanza y aprendizaje.

En lo referente a los **estilos de enseñanza**, puede decirse que la enseñanza "tradicional" es la que prolifera en las aulas, con su forma "homogénea" y meramente transmisora. De esto resulta que las matemáticas que se aprenden en el sistema escolar no son las mismas que se utilizan en el hacer cotidiano o bien se aprenden de forma descontextualizada, sin relación con hechos o situaciones concretas.

En lo que respecta a los **estilos de aprendizaje**, el área de matemática de la FCE propicia, en los estudiantes de la FCE, el aprendizaje de la matemática como un lenguaje. Este estilo de aprendizaje trasciende al contenido y favorece la comprensión tanto de la realidad científica como de la cotidiana. Es el lenguaje matemático el que permite i**nterpretar** expresiones económicas, físicas, culturales, lúdicas, etc., facilitando el acceso a diferentes áreas del conocimiento.

En este sentido adherimos a los lineamientos de Alcalá (2002:28) quien expresa que el enfoque de la matemática como un lenguaje apunta a considerarla como un sistema simbólico complejo de rasgos peculiares, no de carácter idiomáticopuesto que no es usado meramente con fines comunicativos/expresivos, sino en la actividad sobre un ámbito específico. El autor enfatiza el hecho de que el rasgo semiótico del lenguaje de la matemática es distintivo pues integra las distintas tendencias sobre lo que significa enseñar y aprender matemática como: resolución de problemas, formación de conceptos, razonamiento, ejecución de algoritmos. En este sentido otros investigadores también resguardan esta idea de la matemática como lenguaje, al enunciar que "... La meta final de la enseñanza y aprendizaje de la matemática ha de ser que el alumno adquiera soltura en la interpretación y escritura del lenguaje simbólico". (Fernández (1994) citado por Alcalá 2002, p. 31).

A lo largo de la historia distintas investigaciones coinciden en considerar que la falta de motivación es un obstáculo en el aprendizaje de la matemática. En este sentido, Font (1994) afirmaba que cualquier análisis del aprendizaje de las matemáticas debe considerar la motivación: frente a una dificultadla actitud del estudiante será diferente, si su patrón motivacional es positivo, reaccionará analizándola, buscando nuevas estrategias, preguntado al profesor, pero si su patrón motivacional es negativo, su ansiedad aumentará y se angustiará pensando que la dificultad es debida a su incapacidad, adoptando como actitud defensiva por ejemplo el no hacer nada. (pp. 14)

El Informe PISA 2003 (OCDE, 2005) extrae datos importantes sobre las actitudes frente al estudio por parte de los alumnos de Secundaria y muestran cómo influye la motivación, sobre la adopción de estrategias de aprendizaje eficaces.

Por otra parte, la importancia del juego en el aprendizaje fue valorada por distintos autores y se ha demostrado en diversos estudios que un juego produce entusiasmo, interés, diversión, desbloqueo y gusto por estudiar matemáticas.

Salvador (2009) sostiene que "Un juego bien elegido puede servir para introducir un tema, ayudar a comprender mejor los conceptos o procesos, afianzar los ya adquiridos, adquirir destreza en algún algoritmo, o descubrir la importancia de una propiedad, reforzar automatismos y consolidar un contenido"

El juego en el aprendizaje de la matemática despierta en los alumnos la necesidad de hacer preguntas, elaborar estrategias, hacer deducciones y llevado a cabo en grupos, puede ser estimulante, intrigante, divertido y gratificante. Así mismo son inherentes a él: la pedagogía activa, el desarrollo de la expresión oral y escrita, la reflexión del trabajo para llegar a la solución. Los alumnos deben discutir, hablar, compartir, para después comprobar y explicar.

Entendido como una actividad recreativa, que puede ser tanto física como mental, tiene reglas que hay que interpretar y para llegar a buenos resultados requiere de métodos y herramientas que son similares, tanto en su exploración como en los procesos de pensamiento, al desarrollo de la matemática.

En este marco, los estudiantes de la FCE, involucrados en la propuesta, realizaron prácticas con diversos niveles de interacción e intervención en las instituciones educativas participantes. Emplearon la visión de la matemática como lenguaje, para generar y aplicar estrategias de aprendizaje de la matemática que despertaran la motivación en los estudiantes de las escuelas secundarias.Estas estrategias contemplaron la incorporación de herramientas tecnológicas y comunicativas y tuvieron fundamentalmente un corte lúdico.

Situación previa de la propuesta / Ámbito de aplicación

La Matemática es un área disciplinar obligatoria durante toda la EESO (Escuela de Enseñanza Secundaria Orientada) .Para el primer y segundo años, la materia cuenta con cinco horas semanales, cuatro en el tercer año, y cuarto y quinto años tienen, dependiendo de la orientación, tres o cuatro horas semanales.

El proyecto se aplicó por primera vez (2015) en las escuelas EESO N° 256 "General Juan Bautista Bustos", EESO N° 264. "Constituyentes" y EESO y Modalidad Técnica Particular Incorporada N° 2025 "Ceferino Namuncurá". La segunda aplicación del proyecto (2016) se realizó también en dos escuelas públicas y una escuela privada. Las instituciones fueron: EESO N° 264. "Constituyentes", en la que tuvimos muy buena experiencia el año anterior, EESO Nº 331"Alte. Guillermo Brown" y la Escuela de Enseñanza Media Particular Incorporada N°1377 Lasalle Jobson.

En ambas ocasiones las escuelas fueron elegidas teniendo en cuenta las necesidades y dificultades puestas de manifiesto por docentes que dictan clases en ellas, que por diferentes motivos tienen una relación cercana a esta Unidad académica y por tanto fueron nuestros referentes. Si bien es sabido que la problemática mencionada se verifica en todo ámbito y niveles, nuestra decisión de limitar el proyecto a solo 3 instituciones, en cada intervención, se fundó en cuestiones de organización, limitaciones del tiempo áulico para llevar a cabo las experiencias y posibilidades horarias de los estudiantes y del equipo docente.

Propósito del proyecto y objetivos de aprendizaje

Esta propuesta se enmarcó en el proyecto de Extensión de Prácticas de Educación Experiencial, la que comprende modalidades diversas, entre las que se encuentra el aprendizaje-servicio. Ésta es una estrategia de enseñanza en la que los estudiantes aplican sus habilidades y conocimientos para satisfacer necesidades sociales reales. Les facilita el conocimiento del contexto comunitario y social y les permite brindar servicios de valor positivo en respuesta a demandas de satisfacción de necesidades externas a la universidad.

Por ello la finalidad de la propuesta fue prestar un servicio de calidad que mitigara la problemática de la falta de motivación en el aprendizaje de la Matemática en estudiantes de EESO de la ciudad de Santa Fe.

En este sentido, se convocaron e integraron al mismo alumnos que estaban cursando las materias Matemática Básica, Matemática para Economistas y Matemática Financiera de las carreras que se dictan en la Facultad de Ciencias Económicas(FCE) interviniendo, como guías y responsables, docentes investigadoras de las mencionadas cátedras de la Facultad.

En consecuencia los objetivos de aprendizaje se distinguieron:

- De los estudiantes de la FCE se esperaba que logren: Valorar el aprendizaje de la matemática como lenguaje, transmitir la idea de que se puede jugar y aprender, favorecer, mediante estrategias que despierten su motivación, la comprensión de conceptos matemáticos , poner en evidencia la importancia de los procesos de pensamiento de la matemática, reflexionar sobre las actividades didácticas que desarrollan, para construir sus propias ideas matemáticas, aplicar lo “enseñado” en su propio aprendizaje. En este sentido, esperamos que los estudiantes de la FCE transfieran a sus aprendizajes lo enseñado a los alumnos de la EESO respecto del lenguaje matemático, a través de los juegos.
- De los estudiantes de la EESO se esperaba que logren:Lograr romper el bloqueo y sortear el rechazo que sienten muchos alumnos al aprender Matemática, experimentar placer al jugar y aprender, valorar el juego como metodología de aprendizaje, incorporar las técnicas de los juegos para resolver problemas matemáticos, analizando fases, estrategias heurísticas y buscando un modelo matemático, valorar el trabajo solidario y en cooperación para la búsqueda de mejores soluciones.

Desarrollo del proyecto

Las actividades se planificaron y desarrollaron en diferentes etapas: organización, coordinación, evaluación, ejecución y aplicación de la metodología. Algunas de ellas realizadas en la Facultad de Ciencias Económicas, otras en las Instituciones escolares ya mencionadas y otras en ambos ámbitos.

En la etapa de organización y coordinación se convocaron estudiantes para trabajar en el proyecto, quienes, una vez seleccionados, participaron en reuniones donde conocieron la propuesta de extensión, se dividieron en grupos, organizaron, seleccionaron y elaboraron los juegos vinculados a los contenidos curriculares que se abordarían. En esta etapa los estudiantes de la FCE revisaron los juegos propuestos por sus docentes, propusieron otros, los resolvieron para establecer el vínculo con los contenidos matemáticos, puesto que serían ellos quienes afrontarían esos contenidos, el lenguaje matemático implicado y la formalización de los conceptos surgidos de los juegos.

En la etapa de ejecución y aplicación, cada grupo de estudiantes asistió acompañado de un docente, tutor responsable y según los horarios y fechas acordados con los docentes de los mencionados Establecimientos Educativos donde se desarrollaron las actividades lúdicas planificadas. Cada grupo de estudiantes presentó el juego correspondiente a su Escuela destino, explicó las consignas, organizó la actividad lúdica, grupal o individual, para terminar cada clase con la puesta en común, el análisis de soluciones y resultados y culminando con las vinculaciones con los contenidos matemáticos.

La etapa de evaluación, se realizó desde dos miradas, la de alumnos y docentes de la FCE y la de los estudiantes y docentes de las Escuelas Secundarias. Tuvo, en primera instancia, funciones diagnósticas, para realizar el ajuste de las actividades planificadas y también, durante y al finalizar elproyecto permitió analizar los objetivos propuestos-cumplidos, como así también los aspectos positivos y/o negativos del servicio ofrecido.

Juegos utilizados y contenidos curriculares vinculados

	JUEGO-ACTIVIDAD	CONTENIDO VINCULADO
AÑO 2015	Juego del Gran DT	Resolución de juegos de ingenio
	Save the zogs	Introducción a la función lineal. Gráfico y expresión algebraica.
	Älgebra vs Cockroaches	Función lineal, gráficos y expresión algebraica
	Baraja de funciones. Trivia	Función lineal, gráficos y expresión algebraica.
	Evaluación final	Aplicación de cuestionario y papel de un minuto.
AÑO 2016	Juego del Gran DT	Resolución de juegos de ingenio
	Álgebra puzzles, 1,2 y3	Álgebra
	Tablero de ecuaciones La clave de la caja fuerte	Resolución de sistemas de ecuaciones
	Baraja de funciones. Trivia	Función exponencial y función logarítmica
	Origami	Trigonometría
	Tangram	Trigonometría

Evaluación

La evaluación posibilitó valorar tanto a los estudiantes que participaron como a la experiencia que se generó. La recolección de información se realizó, tanto en 2015 como en 2016, a partir de dos fuentes de registros que denominamos, **Registros 1,** y **Registros 2**.

La información de **Registros 1 se obtuvo a partir la Observación y la participación** en la experiencia, Entonces nos preguntamos ¿cómo mirar? Y en este sentido nos apoyamos en la narrativa de Eisner (1998), quien en su obra "El ojo ilustrado", expresa que los sujetos vamos creando modos de mirar-que no es ver- que dependen de la experiencia y de la persona. Por otra parte, como afirma Freire (1997), cuando profesores y alumnos aprenden o enseñan, lo hacen, con sus emociones, con sus miedos, con sus pasiones, con sus cuerpos enteros, por eso, la experiencia narrada de un docente o el accionar de un alumno en el aula puede constituir un instrumento privilegiado de reflexión. Motivo por el cual el conocimiento que se genera no es necesariamente transferible a otros entornos, pero sí, como afirma Gimeno Sacristán et al. (2002), debe provocar la reconstrucción de las formas de pensar, sentir y actuar de los que de alguna forma participan de una situación educacional.

La información de **Registros 2 se obtuvoa partir de la aplicación de Instrumentos y estrategias** de evaluación. La evaluación de los estudiantes involucrados en el proyecto se realizó desglosada en tres fases, teniendo en cuenta diferentes aspectos y se tornó un proceso de evaluación participativa que abarcó *autoevaluación*, *coevaluación* y *heteroevaluación*, en distintos momentos del PEE, como se describe en la siguiente tabla:

FASES	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN	APLICADA A
Diagnóstica	Cuestionarios cortos sobre uso del lenguaje matemático en distintos contextos e incorporación de reflexión sobre el aprendizaje logrado o no.	Alumnos de la FCE y de las EESO
Formativa	Diario de reflexión: incluyó lista de dudas, actividades que presentaron dificultad, acontecimientos destacados, lo aprendido o no, anécdotas, reflexiones sobre la práctica, aspectos claves. Papel de un minuto: producción de una frase u oración que, finalizada la clase, resuma el tema abordado. Lista de cotejos: registro de criterios o indicadores de logro, para establecer la presencia o ausencia del aprendizaje alcanzado por los estudiantes.	Alumnos de la FCE Alumnos de las EESO Profesores

Final:	El juego de Baraja de Funciones Una indagación escrita, a modo de cuestionario El papel del minuto.	Alumnos de las EESO.

Resultados de Registros 1:

La observación, participación y los registros realizados, permitieron percibir un aumento de la motivación en los alumnos de las EESO ante las propuestas de aprendizaje, en las que el juego se presentó como un dinamizador imprescindible tanto en la adquisición de habilidades afectivas como cognitivas. Una de las evidencias es la intervención y el compromiso mostrado por dichos estudiantes en las actividades propuestas. En este sentido se destaca que los alumnos que inicialmente se mostraron ajenos a la clase, se involucraron significativamente en ella, a la hora de resolver los juegos que se les planteaban, el interés por competir y ganar los hacía intervenir en forma directa en su aprendizaje. Otros aspectos fueron aquellos propios de los juegos en grupo: la cooperación, el desarrollo de la expresión oral y escrita, la reflexión del trabajo para llegar a la solución, la discusión, el compartir, para después comprobar y explicar.

Resultados de Registros 2:

Los alumnos de la FCE produjeron un diario en el cual realizaron una autoevaluación relacionada a su desempeño en el trabajo técnico-académico, diferenciando por actividad, cuestiones como organización del trabajo, gestión de información, registro de datos, ejecución de acciones planificadas, entre otras; y también realizaron una mirada en torno a su desarrollo personal en el proyecto donde expresaron su compromiso y actitud frente a las actividades propuestas, lugar de aplicación, relación con pares, intervención frente a imprevistos. En cuanto a sus aprendizajes destacan por un lado el fortalecimiento en sus aprendizajes de contenidos matemáticos reflejado en el correcto uso del lenguaje matemático que requerían las actividades propuestas y por otro la docencia como algo nuevo, que los interpela a rever la realidad educativa, en cuanto a los desafíos, responsabilidades y al compromiso que implica.

Finalmente se aplicó a los alumnos de la EESO,una indagación corta, individual y por escrito, respecto de la experiencia de aprender matemática jugando, los estudiantes de las EESO debían responder con frases cortas a las preguntas: P1:*¿Las actividades realizadas te ayudaron a aprender nuevos conceptos?P2.¿Te parece que se puede aprender matemática jugando? ¿De qué modo?P.3:¿Qué es lo que más te gustó de las actividades realizadas?P.4:¿Qué momentos de las actividades no te gustaron?P.5:¿Qué propondrías para un nuevo encuentro?*

Sintetizando podemos describir que todos los alumnos respondieron que las actividades lúdicas propuestas les ayudaron a aprender nuevos conceptos. Que es "una forma más didáctica de aprender", donde se despierta la atención y el interés, interactuando en grupos, con juegos que estimulan el razonamiento y facilitan la resolución de problemas. También reconocieron que aprendieron con esfuerzo, con diferentes estrategias y puntos de vista, compitiendo, donde "te divertís y aprendés a la vez". Disfrutaron de aprender jugando, trabajando en grupos y relacionando la Matemática con la vida diaria.Respondiendo la última pregunta, manifestaron su necesidad de aplicar juegos a otros temas y contenidos, a extender en el tiempo las actividades lúdicas y algunos hasta propusieron juegos diferentes a los organizados por el grupo extensionista.

Esto también se confirmó con las respuestas proporcionadas por las docentes de las EESO en una encuesta final que amablemente respondieron.Las preguntas de esa encuesta fueron abiertas y las enumeramos a continuación: P1: *¿Cree que las actividades realizadas favorecieron el aprendizaje de los conceptos implicados en los juegos? ¿De qué manera? P.2: ¿Adoptaría esta estrategia de aprendizaje para aplicarla a alguno de los temas del programa? ¿Para qué instancia, introducir un tema, desarrollarlo o evaluarlo? P.3: ¿Pudo advertir si se manifestaron cambios en la motivación de los estudiantes frente a situaciones de aprendizaje? P.4: ¿Observó en sus estudiantes cambios de actitud y participación en las actividades de clase? P.5: ¿Tiene sugerencias que puedan mejorar la propuesta? P.6: ¿Puede indicar algún aspecto negativo del proyecto?*

Sintetizando sus opiniones destacamos: que consideraron que las actividades favorecieron el aprendizaje, dado que sus estudiantes pudieron verificar, a través de los juegos, cómo los contenidos matemáticos se aplican a la vida diaria. También manifestaron que es una estrategia que van a trasladar a sus colegas, para aplicarla tanto para introducir temas como para desarrollarlos.Observaron cambios en la visión que sus alumnos tenían de la Matemática, un cambio "muy bueno" en el sentido de la disposición para aprender jugando. Asimismo les llamó la atención que los que más participaban de los juegos de aprendizaje eran aquellos estudiantes que en sus clases "tradicionales" se muestran callados y poco participativos, lo cual destacaron como una demostración de la motivación que se puso de manifiesto con la estrategia utilizada.Respecto de las últimas preguntas, no encontraron aspectos negativos en la misma ni propusieron sugerencias para mejorar la propuesta.

Comentarios a modo de conclusión

En general los alumnos, tanto de la EESO como los de la FCE, expresaron haber aprendido jugando, se interesaron en las actividades propuestas y pusieron en evidencia sus deseos de continuar con el aprendizaje- juego, de que la metodología se extienda tanto en cuanto a contenidos como en tiempo-áulico de aplicación.

Esto pone en evidencia la directa relación entre teoría y realidad, da cuenta de lo importante que es romper con la rutina, de pensar algo distinto, de poner al alumno en un lugar donde él sea el responsable de tomar las decisiones: eligiendo el juego con el cual va a trabajar o eligiendo la estrategia con la cual va a resolver el juego.

Los alumnos por su parte ven fortificados tanto su autoestima como su motivación para aprender, dado que el grupo los estimula y mejora los deseos de aprender "por" y "para" el grupo, enriqueciéndose también en forma individual. También se evidenció la presencia de valores como la solidaridad, el compromiso, el respeto, la tolerancia, la independencia, el pensamiento crítico, la honestidad, la generosidad, la humildad, el afán de superación y la laboriosidad, tanto de parte de los estudiantes de la FCE como de parte de los estudiantes de la EESO.

También se hace muy notoria la importancia de trabajar en equipos docentes. La conformación de grupos de trabajo e investigación estables favorece entre los ellos la renovación de ideas y estimula la creatividad al momento de repensar sus prácticas, pero esto lamentablemente no es tan fácil en las escuelas secundarias.

Finalmente, adherimos a las palabras de R.Anijovich (2014) quien afirma que todos los estudiantes pueden aprender y para ello necesitan recibir tareas desafiantes, potentes y estimulantes, que los impulsen a desarrollar sus capacidades individuales. El juego es la herramienta adecuada en el aprendizaje de la Matemática pues cumple con todos los requisitos que la autora menciona.

Bibliografía

Alcalá Hernández M. (2002*)." La construcción del lenguaje matemático".*Barcelona.Ed. Graó.

Alsina, C. (2007). *"Educación matemática e imaginación"*. Revista *UNIÓN* (11)9-17

Anijovich, R. (2014) *"Nuevas formas de evaluar"* En: *Gestionar una escuela con aulas heterogéneas*. Buenos Aires*:* Paidós.

Camilloni, A. (2013). *La inclusión de la educación experiencial en el currículo universitario.* En Menéndez G., *Integración docencia y extensión. Otra forma de enseñar y de aprender*. Santa Fe: Ediciones UNL.

Corbalán,F.(1996 utilizadas).*" Estrategias por los alumnos de secundaria en la resolución de juegos"*. En Revista *SUMA* (23),21-32

Eisner, E. W.(1998).*" El ojo Ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa."*(Trad. David Cifuentes y Laura López) (1ra.edición).Barcelona: Paidós.

Font, V. (1994). *"Motivación y dificultades de aprendizaje en matemáticas"*. En Revista *SUMA,*(17),10-16.

Freire, P. (2005)." *Cartas a quien pretende enseñar*".México.Siglo XXI editores

Gairín, J.y Muñoz, J.M.(2006). *"Moviendo fichas hacia el pensamiento matemático"*. En Revista *SUMA* (51),15-29

García Azcárate, A. (2016). Pasatiempos y juegos en clase de Matemáticas. Álgebra. Consultado el 10 de mayo de 2016 enhttps://anagarciaazcarate.wordpress.com/category/juego-de-tableros

Gimeno Sacristán, J., Pérez Gómez, A. (2002). *"Comprender y transformar la enseñanza"*. (Undécima Edición) Madrid: Ed. Morata.

Hernández, H., Kataoka,V.y Silva,M.(2010).*" El uso de los juegos para la promoción del razonamiento probabilístico"*. En Revista *UNIÓN* (24) ,69-83

Informe PISA 2003 (OCDE, 2005). Consultado el 16 de abril de 2016 enhttps://www.oecd.org/pisa/39732493.pdf

King, C. (2.002 a) Juego de Matemáticas. Consultado el 30 de abril de 2015 enhttp://www.mathplayground.com/SaveTheZogs/SaveTheZogs_IWB.html

King, C. (2.002 b) Juego de Matemáticas. Älgebra puzzles 3. Consultado el 26 de mayo de 2016 enhttp://www.mathplayground.com/algebra_puzzle.html

Muñiz-Rodríguez, L.; Alonso, P.; Rodríguez-Muñiz, L. J.(2014). *"El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora"*. En Revista *UNIÓN* (39),19-33

Salvador, A. (2013). *"El juego como recurso didáctico en el aula de Matemáticas"*. Consultado el 15 de abril de 2015 enhttp://es.slideshare.net/arilaynes/12juego

Construcción del sentido de los números negativos: una experiencia de aula.

EMANUEL ISSA NUÑEZ
JUAN ZAMBRANO
JOSÉ CUMÍN
ROSA MARTINEZ
Patricia Detzel
issaemanuel@gmail.com
Facultad de Economía y Administración, Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad Nacional del Comahue (UNCo).

Introducción

Este trabajo se enmarca en un proyecto de investigación[1] que pretende participar en el diseño, implementación y análisis de propuestas de enseñanza en relación a la iniciación al trabajo algebraico en primer y segundo año de la escuela media. El mismo se desarrolla en forma conjunta entre investigadores y docentes de nivel medio.

Desde el año 2013 se viene trabajando con la problemática de la manipulación de los signos y se tomó como material de estudio la propuesta de Cid, E. & Ruiz Munzón (2011), para introducir los números negativos en un contexto algebraico. Las actividades de estudio e investigación que presenta están divididas en sesiones y han sido adaptadas en forma colaborativa, entre docentes e investigadores, para ser implementadas en dos escuelas de la ciudad de Cipolletti: dos primeros años del Instituto Padre José María Brentana, y en otros dos primeros años del colegio CEM N° 15, ambos de la provincia de Río Negro.

El proceso de enseñanza de los números negativos en la escuela media, en muchos casos, se basa en la introducción de los mismos en un entorno aritmético. Una analogía con modelos concretos como deudas-haberes, pérdidas-ganancias, situaciones de temperaturas sobre cero-bajo cero, entre otros sustenta el trabajo en el

1 El grupo de trabajo está constituido por docentes de diferentes instituciones (universidad, institutos de formación docentes, colegio secundario), por estudiantes del profesorado en Matemática. Participaron del mismo P.Detzel, R. Martinez, E.Issa, A. Petich, E. Barrio, J. Zambrano. J. Cumín, L. Almeira, R. Morari, V. Inalef, L. Colipe, M. Porras, ME Ruiz y K. Merino.

aula de ese proceso. Las actividades que se proponen pueden ser resueltas usando números positivos; por ello, los números negativos no aparecen como un conocimiento necesario, lo que no favorece la construcción del sentido de estos números, incluso en ocasiones produce ideas erróneas sobre el funcionamiento de los mismos. En muchos casos, en esas dificultades están subyacentes distintos significados de los signos "+" y "–". Por ejemplo, un signo "–" en -2 es parte del número (significado predicativo), en $5-3$ indica una operación entre números, una resta (significado operativo binario) y en $-x$ indica el opuesto de x (significado operativo unario).

Es así que la autora considera introducir los números negativos con el álgebra dado que la razón de ser inicial de los números negativos viene dada por las necesidades del cálculo algebraico.

Desde esta perspectiva, pensar la enseñanza de los números negativos conlleva a considerar una ruptura con lo aritmético donde el trabajo en un entorno algebraico mejora las condiciones para darle sentido a los mismos.

Acerca de la propuesta

En los fundamentos de la propuesta seleccionada, los autores, apoyados en estudios epistemológicos de los números negativos, dan luz sobre la problemática de su enseñanza y justifican la introducción simultánea de los números negativos y del álgebra entendida como instrumento de *modelización algebraica* (Chevallard, 1989; Gascón, 1993-94; Bolea 2003).

Más precisamente se toma de Chevallard (1987) la idea de considerar el álgebra, no para generalizar la aritmética, sino como un instrumento de modelización de sistemas intramatemáticos o extramatemáticos. Se trata de dominar el álgebra como herramienta funcional a partir de que se constituya como herramienta útil para dar respuesta a ciertos problemas que permite modelizar. El álgebra tiene sus reglas propias que lo distingue de lo aritmético. En este sentido, algunos objetos conocidos cambian de estatus a partir de concebir un funcionamientos algebraico de los mismos. El signo igual "=", en aritmética, es utilizado como el anuncio de un resultado. En cambio con escrituras del tipo A - 2 - 3 = A - 5, que surgen con la simplificación de expresiones, el signo igual es visto como una relación de equivalencia. Las letras en aritmética están presentes para designar unidades de medidas u objetos, por ejemplo, 12 m para designar 12 metros o bien 12 motos (la letra m es utilizada como "etiqueta"). En este trabajo, las letras designan números y por lo tanto estarán involucradas en cálculos. El estatus de las letras depende entonces del contexto y no se lo puede reducir al de "etiqueta", pasan a ser variables, parámetros o incógnitas. Este cambio no es evidente para los alumnos, por un lado debido a la continuidad de las escrituras y por otro lado, por el hecho de que muchas propuestas pedagógicas "refuerzan" la idea de letra como "etiqueta" al proponer discursos como los siguientes: para que los alumnos comprendan 2x + 3x = 5x se sugiere pensar a la "x" como si fueran "manzanas" (Cid 2010). Los signos "+" y "-" que en aritmética son signos operativos binarios, estos es, que indican una operación entre dos números (por ejemplo una resta 5 - 3), en álgebra pasan a ser signos predicativos (cualidad de un número) o signos operativos unarios (por ejemplo -x indica el opuesto de x).[i]Asumir esta diferencia es fundamental para poder entender las reglas de juego del cálculo algebraico y la necesidad del trabajo con sumandos y sustraendos. La resta en aritmética se relaciona sobre todo con la acción de sustraer, mientras que la diferencia algebraica está relacionada con la acción de comparar, será positiva (o negativa) según que el primer término sea mayor (o menor) que el segundo, y es una de las técnicas que se utilizan para establecer la relación de orden entre expresiones algebraicas.[ii]

La propuesta pone en evidencia el valor útil del álgebra a través de plantear problemas que los alumnos no pueden resolver por medios puramente aritméticos. Se pretende establecer un nuevo significado de los signos "+" y"-", su sentido predicativo, sus reglas de cálculo y su estructura ordinal.

En esta comunicación presentaremos la puesta en aula de un segmento de la propuesta.

El trabajo en el aula

La experiencia a la que hacemos referencia corresponde a implementaciones efectuadas en diferentes periodos y escuelas medias de la ciudad de Cipolletti. Una implementación se lleva a cabo en dos cursos de 1° año del colegio CEM N° 15 desde el año 2013; la otra se produce durante septiembre- noviembre de 2016 en otros dos cursos de 1° año del Instituto Padre José María Brentana, también de la ciudad de Cipolletti.

La misma se enmarca en un trabajo colaborativo en el que investigadores y profesores de matemática de escuela media nos propusimos estudiar y adaptar una propuesta de enseñanza de los números negativos en un entorno algebraico para ser puesta en aula. Mantuvimos encuentros de estudio y discusión en los que se elaboró un proyecto de enseñanza a partir de los aportes de Cid. Se acuerda en realizar una observación participante de las clases. En forma simultánea, trabajamos en un espacio de acompañamiento semanal con los docentes encargados de poner en marcha la propuesta. La producción e intercambios de estos encuentros y de las clases se registraron de modo minucioso y sistemático, documentando los momentos de trabajo a través de registros escritos y de grabaciones. Una dinámica de reflexión y de discusión atravesó los procesos de análisis de la adaptación de las actividades de la propuesta original, de la puesta en aula y de lo que efectivamente pasó en la clase. Este trabajo permite conjugar diferentes miradas con los conocimientos que ponen en juego docentes e investigadores superando la tensión con las concepciones propias y de los otros, favoreciendo un diálogo con las ideas que subyacen a la propuesta cargando de argumentos las decisiones en juego.

La continuidad en el trabajo colaborativo con los docentes de las escuelas mencionadas ha permitido llevar adelante un trabajo en el aula sostenido en los años. Los resultados nos muestran la fertilidad de la propuesta lo que contribuye a retroalimentar aún más las significaciones de las razones de ser que la sustentan. El hecho de continuar con el acompañamiento en las implementaciones posibilita una mayor apropiación de su funcionamiento. Pues, cada año que se lleva al aula múltiples factores particularizan su desarrollo y permiten develar su potencialidad.

A continuación mostramos distintos episodios para dar cuenta cómo se construyen algunos de los sentidos de los signos que mencionamos precedentemente.

En una clase, el profesor propone a sus alumnos las siguientes actividades[2]:

Actividad 1:

Observa las siguientes expresiones:

a) $m - 5 + 8 = m + 3$ b) $b - 3 - 4 = b - 7$

¿Cómo explicarías con tus palabras que esas expresiones son iguales?

Actividad 2:

2 Actividades 1 y 2 extraídas de la propuesta implementada en 1° 2° del CEM N°15, 2013.

Un coleccionista de monedas y billetes tiene una determinada cantidad de monedas y de billetes. En una subasta que dura tres días vende y compra las siguientes de billetes y monedas:

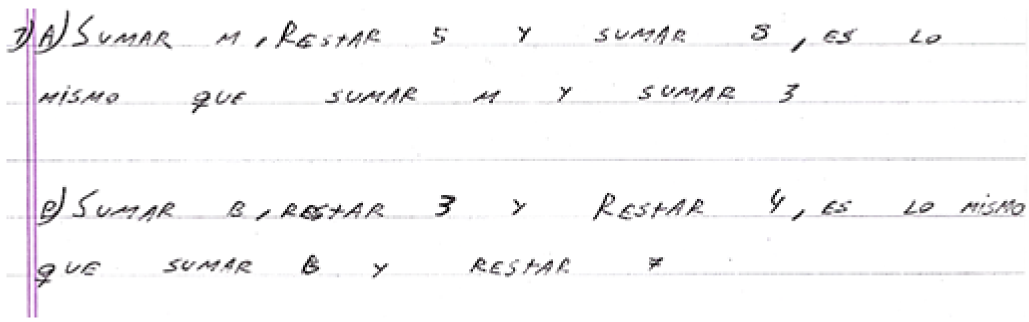
Monedas	*Billetes*
Compra 4	*Vende 3*
Vende 9	*Compra 14*
Compra 2	*Vende 7*

¿Cuántos billetes y monedas tiene ahora?

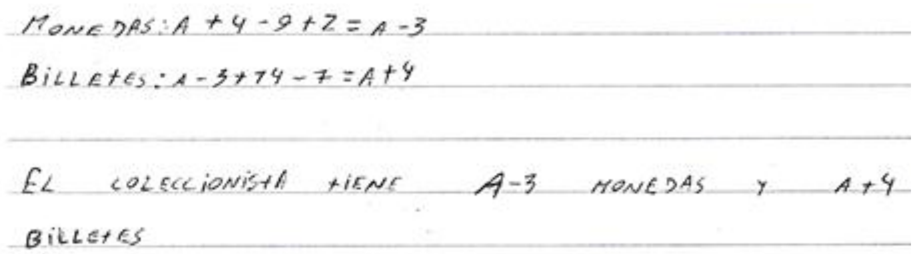
El objetivo de la actividad 1 es que los alumnos justifiquen la equivalencia de las expresiones a través del uso de la simplificación a través de la regla de operación entre sumando y sustraendos.

El objetivo de la actividad 2 es que los alumnos utilicen una letra dado que hay un dato desconocido y construyan una expresión algebraica que modele la situación. Luego se espera que la simplifiquen haciendo uso de las reglas de cálculo para operar sumandos y sustraendos y lleguen a la relación entre el estado inicial y el estado final de monedas y billetes, relación que se podrá ver más fácilmente en la expresión más chica o simplificada.[iii]

Algunas producciones de los alumnos fueron:

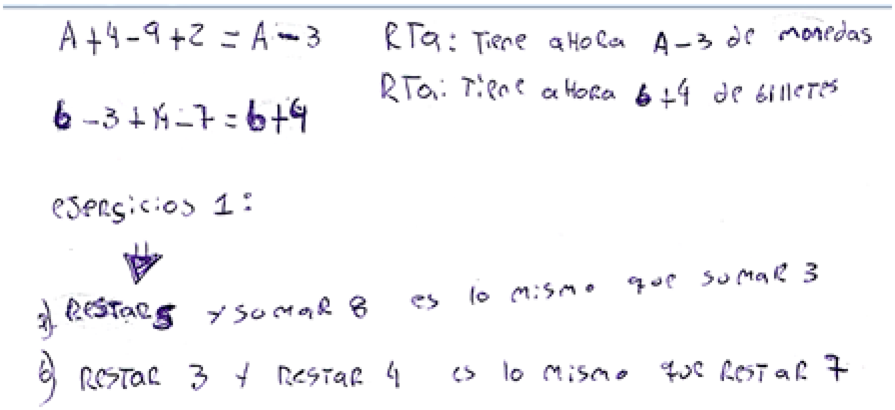


Producción Emiliano


MONEDAS: A + 4 - 9 + 2 = A - 3
BILLETES: A - 3 + 14 - 7 = A + 4

EL COLECCIONISTA TIENE A-3 MONEDAS Y A+4 BILLETES

Producción Emiliano


A+4-9+2 = A-3 RTa: Tiene ahora A-3 de monedas
6-3+14-7 = 6+4 RTa: Tiene ahora 6+4 de billetes

esercicios 1:

a) Restar 5 y sumar 8 es lo mismo que sumar 3
b) Restar 3 y restar 4 es lo mismo que restar 7

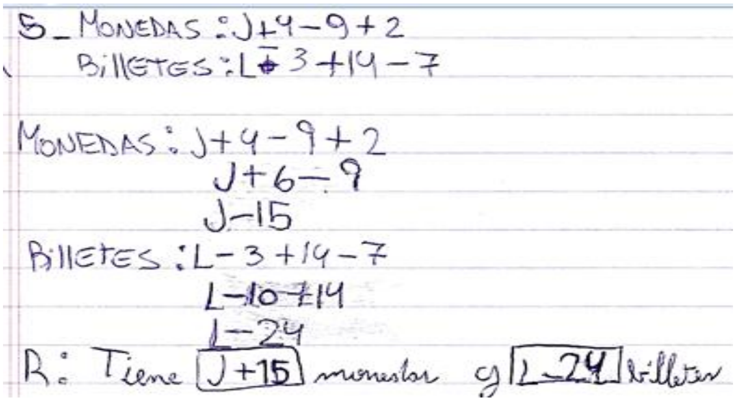
Producción Lucas

Observamos en estas producciones distintos funcionamientos de los signos y de las letras. Por ejemplo, aceptan como respuesta a un problema una expresión del tipo “tiene ahora A - 3 monedas” (Lucas).

En esas respuestas, el alumno arma una expresión, es decir, aparece la modelización algebraica. Luego simplifica y aparece la expresión simbólica y el uso del signo “=” como equivalencia. La respuesta no es numérica sino una relación.

La respuesta que da Emiliano aparece el significado binario generalizado del signo, se empieza a hacer explícito nuevos sentidos de los signos “+ y -”: lo que se ve en las expresiones “sumar 5 y restar 8 es lo mismo que….” lo que corresponde al significado del signo “operativo binario generalizado”.

Hay algunos alumnos que todavía no logran ese trabajo. Por ejemplo, la siguiente producción corresponde a la de un estudiante que aun cuando logra construir la expresión de manera adecuada, la simplificación es incorrecta. Lo que indica que no logra hacer la ruptura con los procedimientos de cálculos aritméticos:



Producción Julián

Al hacer L-10+14 = L-24 está considerando el signo "+" delante del 14 como un signo operativo binario entre los números 10 y 14. Además al hacer J+6-9 = J-15, está considerando que de donde hay 6 no puedo sacar 9, lo que lo conduce a cometer el error. De la misma forma al hacerL-10+14 = L-24 considera al signo + como una operación entre los números 10 y 14, y no como signo binario generalizado que implica un tratamiento algebraico pensándolos como sumando y sustraendo.

Siguiendo con la idea anterior, considerar los signos + y - como signos operativos binarios conduce a una respuesta equivocada. Una de las expresiones que se obtiene es L-10+14, para poder simplificarla y obtener así la respuesta adecuada, será necesario reinterpretar esos signos pensándolos como restar 10 al valor desconocido y después sumarle 14, y que eso es lo mismo que sumar 4. Desde esta mirada, se conciben a los signos + y - que preceden a un número, como una característica del mismo y así se pasa del signo operativo binario al signo operativo binario generalizado.

En el aula, en las respuestas del alumno (Julián) para J+6-9, (J-15) y L-10+14 (L-24) aparecen aparentes errores que se pueden interpretar como olvidos del signo "-" del 10 o "+" del 6. Sin embargo, lejos de un olvido, lo que esas respuestas nos muestra es que el alumno no logra hacer la ruptura con el funcionamiento aritmético de los cálculos, es decir, sigue considerando el signo - y + como operativo binario entre números.

El trabajo del docente lleva a dar la posibilidad a esos alumnos que asuman la regla de "restar 10 y sumar 14 es lo mismo que sumar 4" para que esa dificultad empiece a desaparecer. El álgebra, en este sentido colabora con un nuevo significado del signo que facilita aún más las simplificaciones de las expresiones algebraicas.

Palabras finales

A través de la propuesta de Cid, E. & Ruiz Munzón (2011) que estamos estudiando se promueve una enseñanza que pretende, entre otras cosas, abordar los distintos sentidos de los signos, y atendiendo a las razones de ser de los números negativos, pretende implementar un trabajo en simultáneo con el álgebra. Al considerar y abordar los distintos sentidos de los signos, se pueden interpretar ciertas dificultades en los aprendizajes de los alumnos, que en general se asocian con errores por parte de ellos.

Si bien esta propuesta conlleva una puesta en escena más compleja en relación a una enseñanza tradicional, las ventajas didácticas se ven en varios aspectos: no solo en los conocimientos matemáticos que permite desplegar (números negativos, uso de la letra, expresiones algebraicas, desigualdades, etc.) sino también por el tipo de trabajo matemático implicado en su desarrollo (reflexión, modelización, etc.).

Bibliografía

Cid, E. y Bolea, P. (2010). Diseño de un modelo epistemológico de referencia para introducir los números negativos en un entorno algebraico. En Bronner, Larguier, Artaud, Bosch, Chevallard, Cirade y Ladage (eds.), *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action,* vol. 1 (pp. 575-594). IUFM de l'Academie de Montpellier.

Cid, E. & Ruiz Munzón, N. (2011). Actividades de estudio e investigación para introducir los números negativos en un entorno algebraico. En M. Bosch, J. Gascón, A. Ruiz Olarría, M. Artaud, A. Bronner, Y. Chevallard, G. Cirade, C. Ladage & M. Larguier (Eds.) (2011), *Un panorama de la TAD* (pp. 579-604). CRM Documents, vol. 10. Bellaterra (Barcelona): Centre de Recerca Matemàtica.

Cid, E. (2015), Obstáculos Epistemológicos en la enseñanza de los números negativos. Tesis Doctoral, Universidad de Zaragoza, España.

Detzel, P.; Martínez, R. (2017): "Cálculo algebraico. un escenario fértil para la construcción del sentido del número negativo", en revista novedades educativas 315-marzo 2017

Chevallard, I.; Bosch, M. & Gascón, J. (1997) Estudiar matemáticas, el eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Editorial ICE/HORSORI, Barcelona.

i.También puede indicar operaciones entre expresiones algebraicas 23x-y.

ii. x- 3 no es positiva ni negativa, y no hay relación de orden entre expresiones algebraicas.
iii.La letra no es necesaria, podrían contestar… "tantas menos que al principio o tantas más". Por otro lado, sorprende que un estudiante acepte una expresión con letras como respuesta a una pregunta de "cuántas". Quizás hay algo en las actividades anteriores que fue armando el contrato…. Sería bueno que lo expliciten.

Análisis didáctico de prácticas institucionales de divisibilidad realizado en un curso de formación docente.

RICARDO FABIÁN ESPINOZA

MARCEL DAVID POCHULU

rrfespinoza@gmail.com

Universidad Nacional del Nordeste. Universidad Nacional de Villa María.

1. Introducción

Existen diversos trabajos centrados en el análisis del tipo de tareas que los profesores proponen a los estudiantes, como así también, en el desarrollo de competencias en análisis didáctico de los profesores. Estos trabajos ponen el foco en diferentes aspectos del quehacer de los profesores. Por ejemplo, Swan (2007) estudió la naturaleza y tipología de tareas; Stein, Smith, Henningsen & Silver (2000) y Rodríguez, Pochulu y Ceccarini (2011) las características que debe cumplir una tarea para ser estimulante o retadora para el alumno; Charalambus (2010) el papel que tiene el profesor en la implementación de la tarea a fin de lograr un proceso cognitivo relevante en los alumnos; Giménez, Font y Vanegas (2013) el diseño de tareas en la formación de futuros profesores de Matemática de secundaria; Pochulu, Font y Rodríguez (2016) el análisis y diseño de tareas en profesores de profesores para promover un estilo de enseñanza acorde a los lineamientos curriculares.

Si bien el tipo de tareas condiciona la actividad de la clase, se sabe que resulta clave la gestión que el profesor logra hacer de ella y el estudio que se realice a priori de las tareas que realizarán los estudiantes. En el caso particular de los Diseños Curriculares para la enseñanza de la Matemática en la escuela secundaria expresan que la construcción de conocimientos matemáticos se debe realiza a través de la resolución de problemas, lo que involucra tanto resolverlos como formularlos. El estudio a priori de las resoluciones que pueden efectuar los alumnos no sólo le dará conocimientos didácticos y matemáticos al profesor, sino que contará con elementos para gestionar adecuadamente la clase.

En este trabajo describimos el modo en que se vio favorecido el desarrollo de la competencia en análisis didáctico de un grupo de 20 profesores de Matemática mientras realizaban un curso de formación docente sobre divisibilidad en el campo de los números enteros. El curso fue llevado a cabo en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura de la Universidad Nacional del Nordeste, Corrientes, Argentina.

Font (2011) y Giménez, Font y Vanegas (2013) sugieren que para desarrollar la competencia en análisis didáctico de los profesores se les debe proponer *tareas profesionales*. Estas tareas tienen que tener como objetivo realizar análisis didácticos con base en sus conocimientos, creencias, experiencias previas, o bien, utilizando herramientas teóricas que van emergiendo en el curso de formación en el que participan (Giménez et al., 2013).

Para desarrollar la competencia en análisis didáctico optamos por la segunda recomendación y para ello se analizaron, en primera instancia, el tipo de situaciones problema a los que responde la Divisibilidad en el Nivel Medio, los cuales fueron elaborados a partir del estudio de documentos curriculares, libros de textos de uso frecuente en el nivel medio y libros de Matemática del nivel superior. En la segunda parte, se exhibe un problema representante de un tipo de problemas y el análisis didáctico realizado por los profesores sobre la práctica institucional de su resolución, para el que se emplean herramientas teóricas y metodológicas provenientes del Enfoque Ontológico y Semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos.

Es de destacar que el marco teórico adoptado confiere sustancial importancia a la reconstrucción de tipos de problemas a los que resuelve un determinado objeto matemático y el análisis didáctico institucional, realizado por el profesor sobre problemas o tipos de problemas, se convierte en referencia para el análisis de las prácticas (personales) de los estudiantes. Estos procesos desarrollados por profesores no sólo mejoran las competencias en análisis didáctico, sino también, persiguen el propósito de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

2. Marco teórico

El Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos es una teoría de la Didáctica de la Matemática iniciada por el grupo de investigación denominado "Teoría de la Educación Matemática", de la Universidad de Granada, dirigido por Juan Díaz Godino, en la década de los 90.

Siguiendo a Godino, Batanero y Font (2007), se puede manifestar que los postulados del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos se relacionan principalmente con la Antropología, la Ontología y la Semiótica, pero también se articulan de manera coherente supuestos socioculturales y psicológicos. La Matemática se concibe como una actividad humana, intencionalmente orientada a la solución de cierto *tipo de problemas*, realizada en el seno de instituciones o comunidades de prácticas; actividad que está mediatizada y apoyada por los recursos lingüísticos y tecnológicos disponibles. De las *prácticas* o *sistemas de prácticas* realizadas para resolver problemas emergen dos categorías primarias de objetos matemáticos: *institucionales* (sociales, relativamente objetivas, del profesor) y *personales* (individuales o mentales, del alumno), por lo que se asume que la Matemática es, además de una actividad, un complejo de objetos culturales (institucionales), axiomática y deductivamente organizados.

Este enfoque confiere fundamental importancia a las nociones de *significados institucionales y personales* y concibe el significado de un objeto matemático, al que Godino, Batanero y Font (2007) definen como *todo aquello que es indicado, señalado o nombrado cuando se construye, comunica o aprende matemática*, en términos del *sistema de prácticas* ligadas a un tipo de problemas; es decir, concibe que el significado de un objeto matemático es el sistema de prácticas operativas y discursivas que una persona, institución o comunidad de prácticas realiza para resolver un cierto tipo de problemas en las que dicho objeto interviene (Godino, Font, Wilhelmi y Arreche, 2009). En este ámbito se considera *práctica matemática* a toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas. La noción de sistema de prácticas (operativas y discursivas), constituidas por las prácticas significativas para resolver un campo de problemas y compartidas en el seno de una institución, asume una concepción pragmática–antropológica de las matemáticas, tanto desde el punto de vista institucional como personal y la actividad de resolución de problemas se adopta como elemento central en la construcción del conocimiento matemático (D'Amore y Godino, 2007).

Para un análisis más fino de la actividad matemática, el Enfoque Ontosemiótico incluye seis tipos de objetos matemáticos primarios intervinientes o emergentes de sistemas de prácticas (D'Amore y Godino, 2007): situaciones problema, conceptos, propiedades, procedimientos, argumentaciones y lenguaje. Estos objetos están relacionados entre sí por medio de una *función semiótica,* caracterizada, según D'Ámore y Godino, como una correspondencia (ya sea relación de dependencia o función) entre un antecedente (expresión, significante o representante) y un consecuente (contenido, significado, representado) que establece un sujeto, persona o institución de acuerdo con cierto criterio. Dicha correspondencia se establece entre dos objetos cuando uno de ellos se pone en lugar del otro o bien uno es usado por otro. Con la noción de *función semiótica* se evidencia el carácter netamente relacional de la actividad matemática y de los procesos que difunden el conocimiento matemático.

Los objetos matemáticos primarios están relacionados entre sí formando *configuraciones*, definidas como las redes de objetos intervinientes y emergentesde los sistemas de prácticas y las relaciones que se establecen entre los mismos al resolver un problema o un tipo de problemas. Estas configuraciones pueden ser *epistémicas* (redes de objetos institucionales) o *cognitivas* (redes de objetos personales) y persiguen la finalidad de analizar las prácticas matemáticas describiendo su complejidad ontosemiótica (Godino, Font, Contreras y Wilhelmi, 2005).

3. Tipos de problemas de Divisibilidad en el nivel medio

El análisis de los documentos curriculares y las situaciones problemas que proponen los libros de texto habituales de Matemática para el nivel medio le permitió al grupo de profesores caracterizar los mismos. Estos tipos de problemas fueron reconstruidos en el ámbito de la capacitación mencionada y resultaron ser los siguientes:

- Determinar si un número entero (escrito en su expresión decimal, factorial, factorial prima, en base al algoritmo de la división y en base a la propiedad distributiva) es divisor, factor, divisible o múltiplo de otro número entero expresado en estas mismas formas.
- Hallar todos los divisores de un número entero (chico, grande, producto de números primos grandes y cuadrado perfecto).
- Determinar la cantidad de divisores naturales de un número entero.
- Determinar la cantidad de divisores enteros de un número entero.
- Identificar la cantidad de divisores de un número natural conociendo la cantidad de divisores de su duplo o cuadrado.
- Decidir si un número entero es primo, compuesto o cuadrado perfecto.
- Hallar un número entero con una cantidad dada de divisores.
- Hallar el menor número entero positivo con una cantidad dada de divisores.
- Indicar la condición bajo la cual, en una división entera, el divisor de la misma es divisor del dividendo.
- Decidir qué tipo de fracción es $\frac{a}{b}$ cuando a es divisor de b.

- Hallar un número entero, o más de uno, conociendo sus múltiplos enteros comprendidos entre dos números enteros positivos.
- Identificar una cifra de un número entero positivo, expresado en base 10, para que el mismo sea divisible por otro entero positivo.
- Determinar si la relación de orden que se establece entre dos números enteros, cuando uno de los números es divisor del otro, es la misma que la que se da entre dos números naturales.
- Decidir si existen dos números enteros distintos que tengan los mismos divisores y las condiciones bajo las que esto sucede.
- Encontrar el mínimo común múltiplo entre dos o más números enteros (iguales, coprimos, uno múltiplo del otro).
- Determinar por qué el mínimo común múltiplo entre dos o más números enteros es un entero positivo.
- Encontrar el máximo común divisor entre dos o más números enteros (iguales, coprimos, uno múltiplo del otro).
- Determinar la razón por la cual, para hallar el máximo común divisor de dos o más números enteros, basta listar los divisores positivos.

4. Análisis ontosemiótico de una práctica de divisibilidad

Expondremos el análisis a priori realizado por los profesores sobre un problema representante de Divisibilidad. Este análisis conlleva a explicitar los objetos matemáticos involucrados en la práctica institucional de resolución de la situación problema y estudiar el carácter relacional de los mismos. Para expresar el resultado final del análisis recurrimos a la herramienta configuración epistémica/cognitiva que proporciona el EOS.

Problema:

***Problema**: Teniendo en cuenta que 187 = 11x17, ¿son correctas las siguientes afirmaciones?*
a) 17 es divisor de 11x17.
b) 11x17+1870 es múltiplo de 187.
c) 11x17+16 es múltiplo de 187.
En cada caso, fundamenta tu respuesta.

Se trata de un problema intramatemático.En el primer ítem, la tarea consiste en decidir si un número entero escrito en base 10, es divisor de otro número entero expresado en su descomposición factorial prima. En el segundo apartado, la tarea consiste en determinar si un número entero, expresado en base a la propiedad distributiva, es múltiplo de otro número entero expresado en base 10. En el tercer apartado, la tarea consiste en determinar si un número entero, expresado en base al algoritmo de la división, es múltiplo de otro número entero escrito en versión decimal.

La resolución de problemas de divisibilidad con números escritos según su descomposición factorial prima, en base a la propiedad distributiva y en base al algoritmo de la división, a pesar de ser solicitados desde los diseños curriculares, no son prácticas usuales en el nivel medio, por lo cual este trabajo se constituye en un aporte en ese sentido.

En esta práctica de resolución institucional no se trata de desplegar todos los conocimientos que dispone el Profesor, sino más bien de ilustrar los procesos cognitivos que a priori se piensa que podría desarrollar un alumno cuya práctica es considerada adecuada o pertinente. Resumimos a continuación los aspectos centrales señalados por los profesores para la situación problema.

a) Se puede afirmar que 17 es divisor de 11x17, pues es un factor de la descomposición factorial prima de 11x17. Esto es así, pues, teniendo en cuenta la definición de divisor (concepto), podemos decir que 17 es divisor de 11x17, pues existe un número entero, el 11, que multiplicado por 17 da por resultado 11x17.

b) El número 11x17+1870 está escrito en base a la propiedad distributiva, teniendo en cuenta que, como 11x17 = 187 y 1870 = 187x10, en función de la propiedad distributiva del producto respecto de la suma de números enteros, al número en cuestión (11x17+1870) selo puede escribir así: 187+187x10. Ahora bien, 187+187x10 = 187x(1+10) = 187x11 (concepto y procedimiento), expresión que nos dice que el número dado en la consigna 11x17+1870, que también puede escribirse como 187+187x10, es múltiplo de 187, pues 187 es divisor del mismo, ya que, teniendo en cuenta la definición de divisor, el número de interés puede escribirse como 187x11 (concepto y argumento).

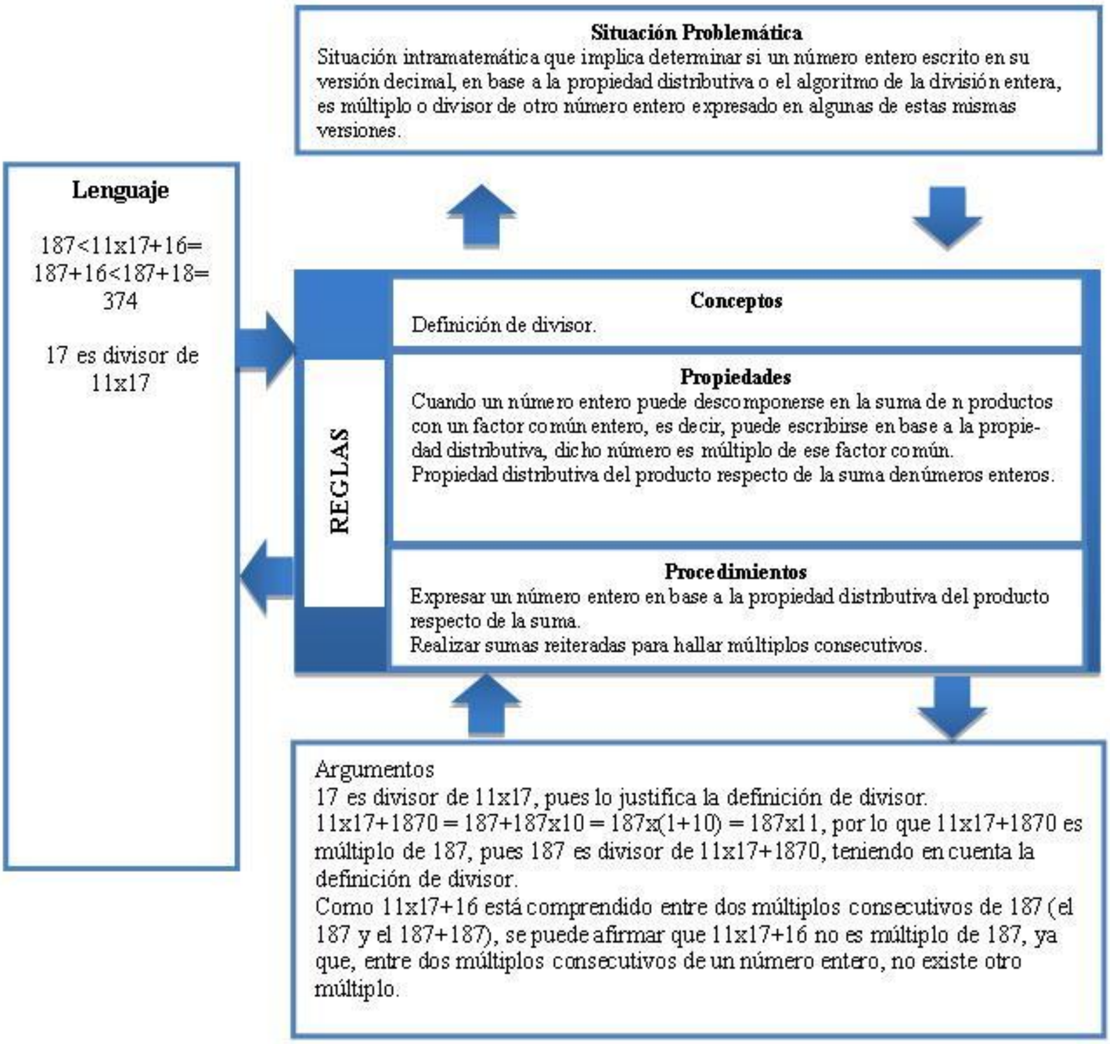
Entonces, cuando un número entero puede descomponerse en la suma de n productos con un factor común entero, es decir, puede escribirse en base a la propiedad distributiva, dicho número es múltiplo de ese factor común (propiedad).

c) El número 11x17+16 está expresado en base al algoritmo de la división entera; el dividendo es 203 (11x17+16), el divisor es 17, el cociente, 11 y el resto, 16.

El primer múltiplo positivo de 187 es el mismo 187 y el múltiplo consecutivo es: 187+187 = 374 (procedimiento). El número 11x17+16 = 203, está comprendido entre estos dos múltiplos consecutivos de 187:

187 < 203 < 374, razón por la cual podemos afirmar que 11x17+16 no es múltiplo de 187, dado que, entre dos múltiplos consecutivos de un número entero, no existe otro múltiplo (argumento).

La configuración epistémica/cognitiva del problema resulta ser la siguiente:



Los análisis de tareas y el uso de la herramienta configuración epistémica/cognitiva resultó útil para analizar y evidenciar la trama de relaciones que caracteriza la comprensión matemática, según las nuevas orientaciones curriculares publicadas desde el Instituto Nacional de Formación Docente (INFD) de Argentina. El *Proyecto de mejora para la formación inicial de profesores para el nivel secundario. Área: Matemática* (INFD, 2010), introduce recomendaciones para que el futuro profesor alcance distintos grados de comprensión de la disciplina y cómo darse cuenta de ello. En particular, sobre los aspectos cognitivos referidos a la enseñanza de las Matemáticas, expresa:

> Comprender un objeto matemático significa haber transitado por diversas experiencias que le permitan al estudiante producir, organizar y reorganizar la red de relaciones que se deben establecer en la resolución de una situación problemática (intra y extra-matemática) que "obliga" al funcionamiento del objeto, los procedimientos o técnicas que se despliegan para resolverla, las definiciones, propiedades, argumentos que validan las acciones realizadas, todas ellas soportadas y reguladas por el lenguaje simbólico, propio de la Matemática, y la lengua natural. (INFD, 2010, p. 122)

Esto llevó a proponerles a los profesores que detectaran la red de relaciones que están presentes de manera inmediata en la resolución de la situación problema. Con este propósito, los profesores determinaron las siguientes relaciones entre los objetos matemáticos:

- R1: Entre el problema y el procedimiento de observar si un número p es un número primo de la descomposición factorial de un número entero n, para decidir que p es divisor de n.
- R2: Entre el procedimiento que consiste en observar si un número p es un primo de la descomposición factorial de un número n para decidir que es su divisor y el concepto dado por la definición de divisor.
- R3: Entre el problema y el procedimiento que consiste en expresar a un número entero en base a la propiedad distributiva, dejando explícito el factor común, para decidir que el número en cuestión es múltiplo de ese factor común.
- R4: Entre el procedimiento que conlleva escribir un número entero en base a la propiedad distributiva, dejando explícito el factor común, y el concepto dado por la definición de divisor.
- R5: Entre el procedimiento de escribir un número en base a la propiedad distributiva, dejando a la vista el factor común, y la propiedad que dice que cuando un número entero puede descomponerse en la suma de n productos con un factor común entero, es decir, puede escribirse en base a la propiedad distributiva, dicho número es múltiplo de ese factor común.
- R6: Entre el problema y el procedimiento de acotar el número 11x17+16 entre dos múltiplos consecutivos de 187.
- R7: Entre el procedimiento de acotar el número 11x17+16 entre dos múltiplos consecutivos de 187, y el argumento que explica que aquel número

no es múltiplo de 187, ya que, entre dos múltiplos consecutivos de un número entero, no existe otro múltiplo.

5. Conclusiones

En el trabajo didáctico realizado con los profesores asistentes al curso de capacitación se reconstruye una gran variedad de tipos de problemas a los que responde la Divisibilidad en el nivel medio. Asimismo, se analiza y reflexiona sobre supuestos teóricos y metodológicos a fin de realizar análisis didácticos referenciales para el análisis de las prácticas de los estudiantes, y las implicancias educativas que tiene estas acciones del profesor.

Estos trabajos permiten apartar a los profesores del "sentido común" con el que suelen orientar sus prácticas didácticas, acercándolos a la comprensión y uso de teorías didácticas. De esto modo, disponen de una amplia gama de problemas los que, propuestos en clases, podrían hacer emerger una gran variedad de relaciones conceptuales entre objetos matemáticos involucrados en las prácticas matemáticas de los estudiantes.

Además, cuentan con buenas herramientas de análisis didáctico de prácticas institucionales, lo que sin duda se constituye en una importante referencia para analizar las prácticas matemáticas de los estudiantes, tareas éstas que le atribuyen mejores condiciones para elaborar propuestas de enseñanza pertinentes. En el análisis ontosemiótico del problema de Divisibilidad, los profesores asistentes al curso no sólo pudieron dejar explícitos los objetos matemáticos involucrados en una práctica matemática de su resolución, sino también una importante red de relaciones conceptuales entre esos objetos.

Referencias bibliográficas

Charalambous, C. (2010). Mathematical knowledge for teaching and tasks.*Journal of Teacher Education*, *60*(1-2), 21-34.

D'Amore, B. y Godino, J. (2007). El Enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. Relime, 10(2), 191-218.

Fernández, T.; Cajaraville, J. y Godino, J. (2007). Configuraciones epistémicas y cognitivas en tareas de visualización y razonamiento espacial. En M. Camacho; P. Flo-

res y M. P. Bolea (Eds.), Investigación en educación matemática, (pp. 189-198). Disponible en INTERNET:
http://funes.uniandes.edu.co/1252/1/Fernandez2008Configuraciones_SEIEM_189. pdf

Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 26, 9-25.

Giménez, J., Font, V. &Vanegas, Y. (2013). Designing Professional Tasks for Didactical Analysis as a research process. En C. Margolinas (Ed.), *Task Design in Mathematics Education* (pp. 581-590). Oxford, England: Proceedings of ICMI Study 22.

Godino, J.; Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education.ZDM: *The International Journal on Mathematics Education,* **39(1-2), 127-135.**

Godino, J.; Font, V.; Contreras, A. y Wilhelmi, M. (2005). Articulación de marcos teóricos en didáctica de las matemáticas. Disponible en INTERNET: http://www4.ujaen.es/~aestepa/TAD/Comunicaciones/Godino_y_cols_Articulacion.pdf

Godino, J.; Font, V.; Wilhelmi, M. y Arreche, M. (2009). ¿Alguien sabe que es el número? *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 19, 34-46.

Pochulu, M., Font, V. y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de profesores a través del diseño de tareas. *RELIME,* 19(1),71-98.

Rodríguez, M., Pochulu, M. y Ceccarini, A. (2011). Criterios para organizar la enseñanza de Matemática Superior que favorecen la comprensión. Un ejemplo sobre aproximaciones polinómicas de funciones. *Educação Matemática Pesquisa,* 13(3), 461-487.

Stein, M., Smith, M., Henningsen, M. & Silver, E. (2000).*Implementing standards-based mathematics instruction: a Casebook for Professional Development*. New York, United States of America: Teachers College Press.

Swan, M. (2007). The impact of task-based professional development on teachers' practices and beliefs: a design research study. *Journal of mathematics Teacher Education*, *10*(4-6), 217-237.

Eje 3: Innovaciones en el uso de tecnologías aplicadas en el aula de Matemática

Enseñanza del álgebra lineal: uso de Moodle como herramienta de aprendizaje.

FABIANA MONTENEGRO
montenegrofg@gmail.com
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas. Universidad Nacional del Litoral.
Escuela Normal Superior Nº32 "General José de San Martín".

AYLÉN CARRASCO
aylen.carrasco@gmail.com
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas. Universidad Nacional del Litoral.

ALEJANDRA GAGLIARDO
alejandragagliardo@gmail.com
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas. Universidad Nacional del Litoral.
Facultad Regional Santa Fe. Universidad Tecnológica nacional.

1. Introducción

La Cátedra de 'Álgebra Lineal' en la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas (FICH) de la Universidad Nacional del Litoral (UNL), se encuentra en un continuo proceso de búsqueda de ajustes que favorezcan la enseñanza y el aprendizaje (Montenegro, Gagliardo, Mangini y Carrasco, 2015, 2016).

Los Planes de Estudio de todas las carreras de grado de la FICH: Ingeniería en Informática, en Agrimensura, en Ambiental y en Recursos Hídricos, contienen en el segundo cuatrimestre de primer año la asignatura 'Álgebra Lineal' en el Área de Ciencias Básicas, con una carga horaria de 6 horas semanales. Según el régimen de correlatividades, para poder cursar esta asignatura, los alumnos deben poseer la condición de alumno regular en 'Matemática Básica', que se cursa durante el primer cuatrimestre del mismo año. El Programa Analítico de esta asignatura comprende los tópicos: espacios vectoriales, espacios con producto interno, transformaciones lineales, valores y vectores propios y diagonalización de matrices.

Desde el 2014 se implementó un aula virtual a través de la plataforma Moodle en el entorno e-fich de la facultad. Nuestra primera intención al crear el aula virtual fue la de mejorar la comunicación entre docentes y estudiantes y aportar herramientas a la enseñanza presencial. Por ejemplo en la plataforma se publican las clases teóricas, material teórico complementario, resolución de guías de ejercicios complementarios, etc.

Decidimos entonces durante el 2016 incorporar la resolución de cuestionarios Moodle como una nueva instancia evaluativa, con el objetivo de propiciar el estudio de los alumnos y generar nuevos espacios de aprendizaje previos al parcial. Con este cambio los alumnos debían aprobar dos de los cuatro cuestionarios con una calificación de 50 puntos o más para obtener la regularidad y aprobar los cuatro cuestionarios si deseaban promocionar.

A continuación, en la sección 2) se presenta los lineamientos teóricos sobre los que se apoyó este trabajo. En la sección 3) se describe la experiencia. En la sección 4) se muestran algunos de los resultados y finalmente en la sección 5) se exponen reflexiones sobre la propuesta.

2. Marco teórico

A) Dificultades en álgebra lineal

El álgebra lineal es una de las primeras materias de carácter formal a las que se enfrenta un estudiante universitario de ingeniería. Los primeros trabajos en investigación en Educación Matemática se desarrollaron sobre cálculo pero, debido a las dificultades de los alumnos para construir y utilizar los conceptos de ésta área, en los últimos 20 años varios grupos de investigadores han estado trabajando sobre la didáctica del álgebra lineal. Entre ellos se encuentran un grupo francés integrado, entre otros, por Dorier, Aline Robert, Alves Dias y Michele Artigue (Dorier, Robert, Robinet, Rogalski, 1997; Alves Dias y Michele Artigue, 1995), un grupo canadiense liderado por Anna Sierpinska (Sierpinska,1992; Sierpinska, Nnadozie y Oktac, 2002) y un grupo estadounidense conformado por Harel y Dubinsky (Harel, 1989a; Harel, 1989b; Dubinsky,1991)

El entendimiento de los conceptos del Álgebra Lineal requiere, además del dominio de las definiciones y de técnicas específicas, la comprensión de propiedades y teoremas que hacen progresar la teoría matemática de esta área.

Las dificultades de los estudiantes para alcanzar una adecuada comprensión de los conceptos del álgebra lineal tienen orígenes diversos. Uno de ellos es el epistemológico. Los conceptos del álgebra lineal son difíciles de entender porque son de naturaleza epistemológicamente sofisticada y abstracta (Chargoy, Oktac y Cordero, 1999; Chargoy, Oktac y Cordero, 2000; Hurman, 2009; Farfán, Oktac y Rivera, 2001). Lo anterior, quizás, puede atribuirse a que la axiomatización del álgebra lineal, iniciada después de 1930, como una síntesis o reconstrucción teórica de los métodos de resolución de problemas lineales, usando los conceptos y herramientas de una nueva teoría axiomática, no permitió a los matemáticos hallar soluciones a problemas cotidianos, pero sí favoreció un acercamiento y un lenguaje más universal que fue utilizado en una variedad de contextos (análisis funcional, formas cuadráticas, aritmética, geometría, etc.) imprimiendo un nuevo nivel en la abstracción de la matemática. Esta génesis del Algebra no niega que, a través de los años, el álgebra lineal se haya constituido en herramienta de ingenieros, físicos y otros científicos, reflejando la importancia y la amplitud de sus aplicaciones.

Coincidimos con la afirmación de que la “ganancia por lo que se refiere a la unificación, la generalización y la simplificación traídas por el uso de la teoría formal sólo es visible para el experto” (Hurman, 2009, p. 3).

Además, muchos de los conceptos del álgebra lineal se presentan como definiciones de objetos que, en la mayoría de los casos, no tienen conexión con conocimientos previos ni con argumentos geométricos o físicos que motivan la definición.

> La enseñanzadel Álgebra Lineal reviste ciertas características muy especiales. La enseñanza de objetos como espacios, transformaciones lineales, valores y vectores propios, etc. parte de una definición formal, sin que en la mayoría de las veces medie una motivación previa similar a lo que ocurre, por ejemplo, en el cálculo. En el cálculo, es frecuente motivar la enseñanza de los conceptos a partir de otros conocimientos físicos o geométricos presentados previamente (Costa y Vacchino, 2007, p.2).

B) Entornos virtuales de aprendizaje

Las instituciones educativas en su continua búsqueda de excelencia, deben integrar todos los recursos tecnológicos para generar nuevos espacios que respondan a las exigencias didácticas. Los nuevos espacios van de la mano de los avances tecnológicos induciendo diversos cambios en la sociedad del conocimiento. Al decir de Tejada (1999) las nuevas exigencias demandan, a su vez, la modificación y creación de espacios educativos y el replanteo del papel del profesor en la tutoría, orientación, motivación y evaluación de los estudiantes.

El aprendizaje a través de los entornos virtuales promueve en los estudiantes la motivación por el estudio y mejora las habilidades para desenvolverse en su contexto social.

El uso de los medios digitales se ha convertido en un elemento cotidiano en la vida de los alumnos; por lo que es importante que los educadores utilicen dichas herramientas para apoyar su práctica educativa y aumentar la simpatía e interés de los estudiantes (Susskind, 2008).

En el marco del "Proceso de Bolonia" la Competencia Digital puede entenderse como la vía que permitirá establecer en las aulas un modelo de aprendizaje basado en "Entornos Virtuales de Aprendizaje". El modelo de aprendizaje que subyace al Espacio Europeo de Educación Superior supone la consideración de que el estudiante se convierte en el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Se da el salto desde el paradigma de la enseñanza tradicional hacia un paradigma de aprendizaje a lo largo de la vida, el paradigma Life Long Learning. Martínez y Fernández (2011) afirman que el profesor actúa como mediador ante el aprendizaje de los alumnos y les ofrece recursos para la búsqueda, selección, interpretación y procesamiento de la información.

Como lo menciona Vacchieri (2013) América Latina se encuentra en una situación diferente de la que presenta Europa en los modelos de integración de TIC, aunque en la mayor parte de los países se han dado algunos pasos para cambiarla. Argentina por su parte ha creado en el marco de la Nueva Ley de Educación Nacional algunas estrategias para lograrlo.

La UNL desarrolla desde 1999 acciones para potenciar la educación a distancia (Quinteros, Giorgetti y Bas, 2016). Por su parte la FICH implementó en 2009 un espacio en la web que permitió, a los responsables de las materias desarrollar, con apoyo virtual, actividades académicas. A su vez se generó un entorno integrado (b-learning) que brindó al alumno un espacio único y amigable donde buscar los materiales de estudios correspondientes a todas las materias de la carrera que cursa (Giorgetti y Bezos, 2011). Para ello se eligió MOODLE (Modular Object Oriented Dynamic Learning Environment), que en español se traduce como Entorno de Aprendizaje Dinámico Orientado a Objetos y Modular.

El 'learning management system' tipo Moodle es un software de código abierto que basa su diseño en las ideas de la pedagogía constructivista (el conocimiento se construye en la mente del estudiante en lugar de ser transmitido sin más) y, además, posibilita el aprendizaje colaborativo. Esta plataforma permite, por un lado, dar respuesta a los siguientes principios enunciados por Järvelä (2006):i) Aumenta el grado de autenticidad del aprendizaje y el interés del alumnado; ii) Construye comunidades virtuales entre diferentes instituciones educativas, equipos colaborativos y profesorado; iii) Ayuda para compartir perspectivas entre estudiantes con distintos bagajes, promoviendo la ayuda entre iguales y las prácticas de referencia en diferentes campos; iv) Facilita la indagación mediada por la tecnología y los modelos de resolución de problemas para incrementar las habilidades de aprender a aprender; v) Incluye formas innovadoras de integrar el apoyo sobre la marcha y las interacciones en diferentes contextos de aprendizaje; los que justifican la utilización de las TIC en el aprendizaje.Y por otro lado, mediante Moodle podemos hacer uso de los cinco sistemas de gestión de aprendizaje definidos por Baumgartner (2005):1) sistema cms (content management system) puro; 2) sistema de gestión de contenido weblog; 3) sistemas cms orientados a la colaboración; 4) sistemas de gestión de contenidos comunitarios y colaborativos; y, 5) sistemas wiki.

Por la temática del presente trabajo es de señalar que el módulo de cuestionarios de Moodle le permite al profesor diseñar y aplicar cuestionarios. Se pueden cargar una amplia variedad de tipos de preguntas (opción múltiple, verdadero/falso, respuestas cortas, etc.) las que se organizan en un "Banco de Preguntas". Los cuestionarios pueden permitir múltiples intentos y cada intento es registrado y calificado. El profesor puede decidir si muestra algún mensaje o las respuestas correctas al finalizar el examen. Además este módulo tiene capacidad de calificación automática.

3. Descripción de la propuesta

Al inicio del cuatrimestre se comunicó a los alumnos la necesidad de responder los cuestionarios en la plataforma, por lo que la inscripción en el aula virtual era obligatoria para todos aquellos interesados en regularizar o promocionar. La fecha de cada cuestionario se comunicaba por diversas vías, en clases y a través de la sección Novedades de Moodle, que envía un email a cada usuario inscripto en el aula.

Los cuestionarios a través de este entorno virtual de aprendizaje no representaban una dificultad para los alumnos pues se habían aplicado en Matemática Básica durante el primer cuatrimestre.

Se propusieron 4 cuestionarios divididos según el programa de la asignatura. El primero referido a definición de espacios y subespacios vectoriales, espacio generado, independencia lineal, base y cambio de base. El segundo conteniendo cuestiones de bases ortonormales en R^n y espacios asociados a una matriz. El tercero abocado a transformaciones lineales y matriz asociada a una transformación lineal y el cuarto dirigido a isomorfismos y valores y vectores propios de una matriz y de una transformación lineal.

El trabajo del equipo de profesores incluyó dos etapas: una de configuración general del cuestionario y otra en la que se ingresaron las preguntas.

En la primera etapa se eligieron opciones sobre cuestiones generales de formato tales como el período en que se podía contestar, que día y hora iniciaba y finalizaba, número de intentos permitidos, si las preguntas eran seleccionadas al azar de un banco de preguntas o no, si el alumno recibía alguna devolución durante o después del cuestionario, etc.

En la segunda etapa se armó el banco de preguntas según los tópicos mencionados anteriormente. En esta oportunidad se eligieron preguntas de opción múltiple, asignando un valor positivo a las respuestas correctas y negativo a las respuestas incorrectas.

A modo de ejemplo presentamos una pregunta del Cuestionario 3, que comprendía los tópicos relacionados con Transformaciones Lineales. Cabe destacar que ν(T) y ρ(T) indican la dimensión del espacio núcleo y la dimensión del espacio imagen de la transformación lineal T respectivamente.

Si $T: R^3 \rightarrow R^4$ y $\rho(T) = 3$

Seleccione la/las opción/nes correcta/s:

a. $v(T) = 3$, pues $v(T) + \rho(T) = dim\, espacio\ de\ llegada$

b. imagen T= gen{(1,0,1), (0,1,0), (2,3,-3)}

c. $v(T) = 0$, pues $v(T) + \rho(T) = dim\, espacio\ de\ salida$

d. imagen T = R^4

4. Resultados

Participaron activamente en el aula virtual 202 alumnos. Finalizaron las 3 instancias evaluativas 153, 134y 140 estudiantes respectivamente, y se observa que más del 50% obtuvo una calificación superior a la establecida por la cátedra para su aprobación: 50 puntos.

En la Tabla 1, se realizó un análisis entre los años 2015 y 2016 para estudiar el impacto que ocasionó la implementación de dichos cuestionarios. Las letras L, R y P significan cantidad de alumnos libres, regulares y promocionados en cada año respectivamente.

<table>
<tr><td colspan="4">Total de inscriptos en el año 2015: 258</td><td colspan="4">Total de inscriptos en el año 2016: 202</td></tr>
<tr><td rowspan="3">✓
Abandonaron el curso: 51 (20%)</td><td colspan="3">Finalizaron el curso: 207</td><td rowspan="3">✓
Abandonaron el curso: 80 (40%)</td><td colspan="3">Finalizaron el curso: 122</td></tr>
<tr><td>L</td><td>R</td><td>P</td><td>L</td><td>R</td><td>P</td></tr>
<tr><td>141
(55%)</td><td>33
(13%)</td><td>33
(12%)</td><td>57
(28%)</td><td>39
(19%)</td><td>26
(13%)</td></tr>
</table>

Tabla 1. Comparación entre los años 2015 y 2016

Del estudio realizado, puede concluirse que:

La cantidad de alumnos libres en el año 2015 representó el 55% del total de alumnos que finalizó el cursado, mientras que el año 2016 no superó el 30% del total. La situación con respecto a la cantidad de alumnos regulares cambió positivamente ya que el año 2016 aumentó el porcentaje de regulares en comparación con el año 2015.

En el año 2016, 40% de los estudiantes decidió abandonar el cursado, mientras que en el año 2015 solo el 20% abandonó, como se observa en Figura 1.

En el 2016 aumento levemente el número de alumnos promocionados con respecto al año anterior. Destacamos que las notas obtenidas durante el año 2016 demostraron que los alumnos tenían mayor compromiso e interés hacia la materia ya que el 23% de ellos obtuvieron como nota final 9 y el 4% obtuvo 10. En el año 2015, el 100% aprobó con 7 y 8 como nota final.

Con respecto a la opinión de los alumnos sobre los cuestionarios, de una muestra de 30 alumnos entrevistados solo 2 de ellos tuvieron opiniones negativas. El resto de los encuestados opinaron que fueron muy útiles para poder mantener el estudio de la materia al día.

Los cuestionarios constituyeron un instrumento de estudio ya que dudas sobre preguntas que figuraban en ellos eran presentadas en las clases de consulta.

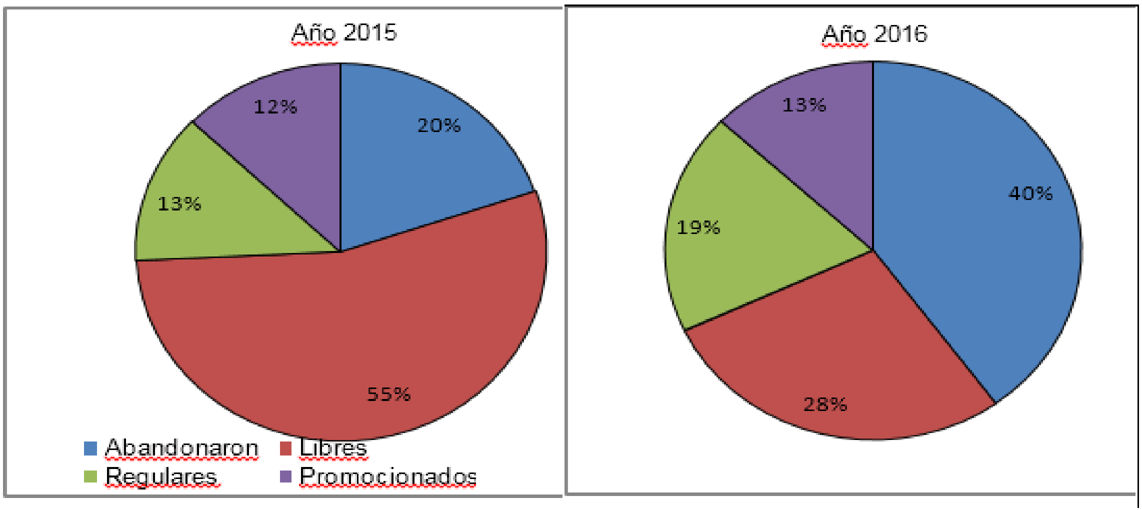


Figura 1. Distribución de porcentajes según condición y año

5. Conclusiones

De los resultados cuantitativos y cualitativos de esta experiencia podemos concluir que el aula virtual referida a asignaturas de matemática en Moodle puede resultar mucho más que un reservorio de archivos y convertirse en un espacio de diálogo y participación intensa con los estudiantes, complementando las actividades presenciales.

Quizás el alto porcentaje de abandono ocurrido en el cursado 2016 pueda deberse a la presencia de los cuestionarios, en el sentido de que funcionaron como señal de que no estaban en condiciones de aprobar los parciales de la asignatura, lo que provocó en algunos alumnos el abandono de la misma.

Consideramos que esta experiencia de enseñanza es interesante pues los cuestionarios representaron tareas extra clases que permitieron a los estudiantes calcular, revisar y vincular conceptos, teoremas y procedimientos, etc. Además propicia el intercambio y el trabajo colaborativo con compañeros pues fue frecuente que se reunieran con otro/os compañero/os para resolverlos. Tareas como ésta constituyen experiencias propias con el quehacer matemático y oportunidades individuales y/o grupales de crecimiento cognitivo. Tal como lo habíamos anticipado, la resolución de los cuestionarios contribuyó al estudio autónomo y procesual de los contenidos y procedimientos de la asignatura.

Por último, la cátedra continúa en la búsqueda de diferentes estrategias de enseñanza que privilegien la comprensión de las nociones básicas de esta área, en lugar de enfocarse solamente en el tratamiento algorítmico de las técnicas que se emplean. A modo de ejemplo, actualmente estamos abocadas a la elaboración de un material multimedia en el marco del proyecto institucional ‘Propuestas de Innovación Didáctica para el Mejoramiento de la Enseñanza de Grado’.

6. Referencias

Alves Dias, M. y Artigue M. (1995). Articulation problems between different systems of symbolic representations in lineal algebra.Proceedings of PME, 19 (2), 34-41.

Baumgartner, P. (2005). “Cómo elegir una herramienta de gestión de contenido en función de un modelo de aprendizaje”. Consultado el 27 de marzo del 2017 en: https://www.openeducationeuropa.eu/es/article/C%C3%B3mo-elegir-una-herramienta-de-gesti%C3%B3n-de-contenido-en-funci%C3%B3n-de-un-modelo-de-aprendizaje

Chargoy, R., Oktac, A. y Cordero, F. (1999). Diseño de situaciones en las construcciones de los conceptos abstractos del Algebra Lineal. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 12, 71-75.

––––––– (2000). Modos de pensamiento sintético y analítico: el caso de la base de un espacio vectorial. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,13, 163-171.

Costa, V. y Vacchino, M. (2007). La enseñanza y aprendizaje del Álgebra Lineal en la Facultad de Ingeniería, UNLP. XXI Congreso Chileno de Educación de Educación en Ingeniería. Santiago de Chile:Universidad de Chile.

Dorier, J., Robert, A., Robinet, J. y Rogalski M. (1997). L’AlgèbreLinèaire: L’Obstacle du Formalisme à Travers, DiversesRecherches de 1987 à 1995.En Dorier J. (Ed). L’Enseignement de L’I’AlgébreLinéaire en Question, Grenoble: La Pensée Sauvage éditions,18,105-147.

Dubinsky, E. (1991). The constructive aspects of reflective abstraction inadvanced mathematics.En Steffe L. (Ed.) Epistemological Foundations of Mathematical Experiences. New York: Springer-Verlag.

Farfán, R., Oktac A. y Rivera A. (2001). El obstáculo del formalismo y los modos de pensamiento en el caso de transformaciones lineales. . En Beitía G. (Eds). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 14, 361-369.

Giorgetti C. y Bezos, I. (2011). Entorno virtual de apoyo a las actividades académicas presenciales, blended-learning. I Jornadas Nacionales de TIC e Innovación en el Aula. Universidad Nacional de la Plata.

Harel, G. (1989a). Applying the principle of multiple embodiments in teaching linear algebra: aspects of familiarity and mode of representation. School Science and Mathematics, 89, 49-57.

Harel, G. (1989b). Teaching in learning linear algebra; difficulties and an alternative approach tovisualizing concepts and processes. Focus on Learning Problems in Mathematics, 11(1-2), 139-148.

Hillel, J. y Sierpinska, A. (1994). On one persistent mistake in linear algebra. En Da Ponte P. y Matos J. (Eds). The 18th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,III, (pp. 65-72). Lisboa: Universidad de Lisboa.

Hurman, A. (2009). El papel de las aplicaciones en el proceso de enseñanza – aprendizaje del álgebra lineal. Jornadas de Cs. Económicas. Consultado el 03 de abril del 2017 en www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/download/50/48

Järvelä, S. (2006). Personalised Learning?.New Insights into Fostering Learning Capacity.Personalising Education[en línea]. París: ocde/ceri. Consultado el 15 de marzo del 2017 en https://www.oecd.org/site/schoolingfortomorrowknowledgebase/themes/demand/41176687.pdf

Martínez Garrido, C. y Fernández Prieto, M. (2011). El uso de Moodle como entorno virtual de apoyo a la enseñanza presencial. En Roig Vila R., Laneve C. (Eds.) La práctica *educativa en la sociedad de la información: innovación a través de la investigación,* 291-300.

Montenegro, F., Gagliardo, A., Mangini, S., y Carrasco, A. (2016). El aprendizaje de espacios vectoriales en álgebra: una mirada desde la teoría APOE. En C. Crespo Crespo. XII Congreso Argentino de Educación matemática. Sociedad Argentina de. Educación Matemática. Buenos Aires.

----------------- (2015) Dificultades de los alumnos universitarios en la asignatura "Álgebra Lineal": exploración bibliográfica y análisis de errores. En Villamayor O. XXXVIII Reunión de Educación Matemática. Unión Matemática Argentina. Santa Fe.

Quinteros, C., Giorgetti, C. y Bas N. (2016). Identificación de los modelos educativos utilizados en las Carreras a Distancia de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas de la Universidad Nacional del Litoral. En De Giusti A., Sattolo I., Ierache J., Pesado P (Comps).*XI Congreso de Educación en Tecnología y Tecnología en Educación*, 631 – 640. Buenos Aires: Universidad de Morón.

Sierpinska, A. (1992). The diachronic dimension in research on understanding in mathematics-usefulness and limitations of the concept of epistemological obstacle.*History of Mathematics and Education:Ideas and Experiences*, 289-318.

Sierpinska, A., Nnadozie, A. y Oktac, A. (2002).A study of relationships between theoretical thinking and high achievement in linear algebra (Research Report). Montreal, Canadá: Concordia University.

Susskind, J. (2008). Limits of PowerPoint's power: Enhancing students' self-efficacy and attitudes but not their behavior. Computers & Education, 50 (4), 1228-1239.

Tejada, J. (1999). El formador ante las NTIC: nuevos roles y competencias profesionales. *Comunicación y Pedagogía*, 158, 17-26.

Vacchieri, A (2013). Estado del arte sobre la gestión de las políticas de integración de computadoras y dispositivos móviles en los sistemas educativos. *Programa TIC y Educación Básica. Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (UNICEF).*

Valoración de una tarea de geometría sobre cuadriláteros inscriptos y sus propiedades para resolver utilizando GeoGebra.

FERNANDA RENZULLI
PATRICIA CAVATORTA
MAGALI FREYRE
fernandarenzulli@gmail.com / patricia.cavatorta@gmail.com / magali.freyre@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral (UNL).

Introducción

Una tarea habitual de los docentes de matemática y a la vez un desafío permanente es diseñar una actividad, un problema, una consigna para la clase que permita enseñar determinados contenidos. Dependiendo de la postura didáctica que estos tengan se sentirán más o menos conformes con tal o cual consigna. Lo cierto es que si el docente pretende trabajar privilegiando la construcción de saberes por parte de los estudiantes, esta labor se vuelve más difícil y compleja. Más aún si intenta integrar un software o alguna tecnología digital. Si bien estas últimas habilitan o abren un abanico de posibilidades en lo relativo a la construcción de aprendizajes, muchas veces si no están bien incorporadas, obstruyen tal construcción.

En algunas oportunidades el profesor no queda conforme con la actividad propuesta una vez que la implementa en el aula o se da cuenta que hubiese sido más "rica" si estaría formulada de otra manera. Si desea trabajar desde una postura constructivista espera generalmente que la actividad sea integradora, apele a los conocimientos previos de los estudiantes, permita la construcción de saberes, habilitando a la formulación y validación de conjeturas y a la discusión y sostenimiento de argumentos.

Por estas razones cuando se diseña una tarea para la clase de Matemática es importante que se haga un análisis profundo de la consigna conjuntamente con los objetivos y el contexto; y el análisis previo de la misma explicitando posibles procedimientos de resolución.

En este trabajo se presenta el enunciado y la valoración de una tarea de geometría sobre cuadriláteros y sus propiedades para resolver utilizando GeoGebra. La tarea se planifica para ser implementada en espacios curriculares del Profesorado en Matemática y del Profesorado de Educación Inicial. Se tiene en cuenta el marco teórico metodológico TPACK que considera los tres tipos de conocimientos que son necesarios en la elaboración de propuestas utilizando tecnología: disciplinares, pedagógicos y tecnológicos. La valoración de la tarea diseñada se hace a partir del análisis de varias aristas. Se tienen en cuenta el potencial matemático (PM) que ofrece la consigna, la pertinencia de los objetivos en relación con el contexto y la consigna, la actividad matemática (AM) que posibilita a los estudiantes y la pertinencia y significatividad del uso de TIC para su resolución. El tipo de análisis que se presenta no pretende describir procedimientos de resolución de los estudiantes ni posibles errores en los mismos, aunque si se mencionan los contenidos conceptuales que pueden involucrarse en la resolución de la consigna, lo cual justifica el potencial matemático de la misma.

Marco de referencia

Novembre, Nicodemo & Coll (2015) sostienen que la introducción de la tecnología a la Matemática académica y escolar produce un cambio en la naturaleza de muchos problemas y de sus resoluciones y a su vez genera el surgimiento de nuevos problemas. De esta manera el docente no solo debe emplear para la enseñanza las tecnologías digitales sino que debe aprender su uso. La elaboración de propuestas con tecnología es un proceso creativo que implica una reflexión sobre las resoluciones esperadas, la gestión de las clases y los modos de registros de los trabajos individuales y grupales.

Se trata, entonces, de tomar toda la potencialidad que ofrecen programas informáticos, como GeoGebra, para mejorar las condiciones de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, reflexionando sobre los cambios que esto genera en los problemas, las relaciones matemáticas, la Matemática que se hace y la que se enseña, la gestión de la clase, etc. (p.14)

Esto significa que no necesariamente se trata de pensar nuevos problemas, sino de analizar qué herramientas permiten la resolución de problemas tradicionales y de qué manera propician la construcción de los contenidos.

Los problemas que se diseñan y/o seleccionan se plasman en consignas. Se toma este concepto de los autores Barreiro, Leonian, Marino, Pochulu y Rodriguez (2016) quienes consideran consigna matemática al enunciado de una tarea que el docente propone en un aula. Esto significa que se considera al enunciado con la redacción que presente. Según estos autores la tarea está conformada por tres partes: una consigna, un contexto y el objetivo que el docente plantea, lo cual motiva la elección de la consigna. El contexto es una descripción del tipo de trabajo que se viene realizando con el grupo de estudiantes, los conocimientos previos con los que cuentan, el tipo de consignas que resuelven habitualmente, el momento en el que se implementa, la dinámica de trabajo propuesta para la implementación y una anticipación de lo que trabajará luego. El objetivo que el docente plantea es lo que él quiere que el estudiante aprenda a partir de la resolución de la consigna en la clase, el objetivo de aprendizaje.

Se considera importante que el docente realice valoraciones de las tareas que propone a sus estudiantes. Se considera que "valorar" una tarea para la clase de matemática implica analizarla más allá del sentido común. Esto quiere decir que el análisis no se centra en determinar si es entretenida, divertida o más o menos realizable por los estudiantes. La valoración considera el análisis de los siguientes aspectos:

- potencial matemático que ofrece la consigna (PM),
- la pertinencia de los objetivos en relación con el contexto y la consigna,
- la actividad matemática (AM) que posibilita a los estudiantes y
- la pertinencia y significatividad del uso de TIC en la resolución de la consigna (en caso de que corresponda)

A continuación se explicitan lo que se entiende por cada una de estas características según Barreiro et al. (2016).

"El potencial matemático de una consigna alude a dos aspectos:

- a las *posibilidades de exploración* que la consigna habilita o no; y
- a las *posibilidades de argumentar* sobre la validez de la resolución o de la respuesta." (p.27)

Se entiende por actividad matemática del estudiante el desempeño, trabajo o quehacer que realiza ante una tarea. Para valorar la actividad matemática se analizan el potencial matemático y el rol del estudiante y exigencia cognitiva esperada.

Con respecto a la pertinencia y significatividad del uso de TIC para resolver consignas matemáticas, Rodríguez y Barreiro (2014) (citados en Barreiro et al., 2016) han establecido siete criterios para su valoración:

Criterio 1: Favorecer la búsqueda de pruebas matemáticas

Criterio 2: Imprescindibilidad de las TIC

Criterio 3: No perder de vista el objetivo matemático.

Criterio 4: Incluir distintos usos de TIC.

Criterio 5: Complementariedad.

Criterio 6: Libertad para apelar a las TIC.

Criterio 7: Libertad de selección de cuál recurso tecnológico utilizar.

El criterio 1 puede estar presente en consignas o secuencias. Los criterios 2, 3, 6 y 7 pueden verse en consignas. El 4 es más razonable de ser identificado en secuencias y el 5 se utiliza solo en secuencias.

Las autoras destacan que si se cumplen los criterios de imprescindibilidad y de no perder de vista el objetivo matemático, la valoración de significatividad y pertinencia será positiva y que todo lo demás que se cumpla enriquece a la misma. Si alguno de estos dos criterios no se cumplen el análisis finaliza y la valoración es negativa.

Toda tarea que implica el uso de tecnologías digitales para su resolución puede ser analizada desde el marco teórico metodológico TPACK (Mishra y Koehler, 2006). Este refiere al conocimiento tecnológico pedagógico disciplinar. Apunta a prácticas de enseñanza que pongan en juego los tres tipos de conocimientos, integrando la tecnología al conocimiento pedagógico y al disciplinar.

En la elaboración de la tarea propuesta en este trabajo se toman decisiones en torno a los tres ejes que propone el modelo TPACK: curriculares, metodológicas y tecnológicas.

Con respecto a las **decisiones curriculares**, se decide trabajar como contenido la clasificación jerárquica de cuadriláteros, teniendo como objetivos principales la elaboración y validación de conjeturas. Larios y González González (2010) afirman que la elaboración de conjeturas por parte de los alumnos los acerca a un proceso inferencial propio del pensamiento matemático. Lo consideran una actividad esencial "...porque es el paso previo para la justificación de propiedades por medio de un proceso de observación y construcción de conocimiento" (p.158)

Sadovsky y Sessa (2004) consideran esencial que se propongan actividades en las que la validación de procesos sea parte del trabajo matemático. Se refieren a argumentos explicativos y no a constataciones empíricas. La validación se diferencia de la corrección en cuanto utiliza el mismo conocimiento pero como medio explicativo y no solo para controlar que un resultado es correcto. "Se trata de elaborar una práctica fundamentada, en la que el alumno se autorice a sí mismo, apelando al conocimiento" (p.38).

Se elige proponer una actividad de construcción y esto forma parte de las **decisiones metodológicas**. Itzcovich y Broitman (2001) consideran que las actividades de construcción representan un desafío para los alumnos, ya que deben decidir además del procedimiento de construcción, qué instrumentos utilizar. La construcción de figuras a partir de ciertos datos exige que se analice la gama de figuras posibles de ser construidas. Así, "...algunas construcciones son imposibles de ser realizadas porque hay contradicción entre sus datos o con las propiedades de esas figuras, otras construcciones tienen una sola solución, otras varias, otras infinitas". (p.21)

Se pretende en la implementación que los estudiantes trabajen en forma colaborativa en pequeños grupos, habilitando que se formulen conjeturas y se validen a partir de las posibilidades que ofrece el software y el intercambio de ideas. Esto se recupera posteriormente en una puesta en común en la que lo estudiantes expresen sus conclusiones y defiendan sus argumentos.

Por su parte, las **decisiones tecnológicas** consideran especialmente las decisiones en los otros ejes del modelo TPACK y los objetivos que se persiguen. La posibilidad de exploración que brindan los software de geometría dinámica favorece la elaboración de conjeturas. Se decide trabajar con el software GeoGebra porque este ambiente dinámico posibilita la elaboración de conjeturas y construcciones basadas en propiedades geométricas.

> Al trabajar con lápiz y papel, una tarea puede ser resuelta sin apelar apropiedades geométricas, con los alumnos situados en el plano deldibujo. Con GeoGebra, los alumnos no están haciendo un dibujo, sinocomunicando su procedimiento de construcción a un programa. (Novembre et al., 2015, p.37)

La tarea

A continuación se presenta la descripción de la tarea propuesta, considerando los tres aspectos que la conforman.

Consigna: Realizar una construcción con GeoGebra que permita analizar y responder las siguientes preguntas:

1) ¿Qué cuadriláteros convexos se pueden construir sabiendo que sus vértices están sobre una circunferencia y una de sus diagonales es un diámetro de la misma?

2) ¿Dónde deben estar ubicados los vértices en cada caso? ¿Por qué?

Objetivos: La intencionalidad es que el trabajo con el software habilite a una retroalimentación externa, que les permita a los estudiantes revisar sus predicciones, realizar verificaciones y motive la necesidad de justificar.

Se pretende particularmente que los alumnos:

- elaboren conjeturas respecto de las posibilidades de construcción a través de la experimentación con el software y las validen.
- resignifiquen la clasificación jerárquica de cuadriláteros.

- utilicen propiedades de polígonos y circunferencia para justificar la ubicación de los vértices de cada cuadrilátero posible de ser construido.

Contexto: Se detallan a continuación los conocimientos previos requeridos para la resolución de la consigna.

En relación con la disciplina: Clasificación de cuadriláteros y propiedades de la circunferencia y de polígonos.

En relación con las TIC: Manejo de las herramientas básicas de la Vista Geometría de GeoGebra en 2D.

Se pretende trabajar en pequeños grupos a fin de habilitar espacios de discusión que permitan compartir dudas, pensar procedimientos de resolución y elaborar conjeturas.

En relación con este contexto, es pertinente explicitar lo establecido en las prescripciones vigentes de los espacios curriculares involucrados, a saber: Matemática y su Didáctica del Profesorado de Educación Inicial y Taller de Geometría del Profesorado en Matemática.

El diseño curricular vigente del Profesorado de Educación Inicial de la provincia de Santa Fe plantea dentro de los fundamentos de la unidad curricular Matemática y su Didáctica, que este espacio permite construir los instrumentos necesarios para tomar decisiones didácticas ligadas a la enseñanza de la matemática en la Educación Inicial, a partir de establecer relaciones con el conocimiento matemático y los avances didácticos, y reflexionar críticamente sobre sus propios supuestos relativos al área.

En la síntesis de contenidos, dentro del eje Espacio y Geometría, se encuentran entre otros, los siguientes:

- ✓ Figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales. Polígonos cóncavos y convexos. Triángulos y cuadriláteros. Polígonos regulares. Clasificación. Relaciones y propiedades de elementos de un polígono. Construcciones. Circunferencia y círculo. Relaciones y propiedades de sus elementos.
- ✓ Habilidades de trabajo geométrico: percepción, visualización, representación gráfica, descripciones, reproducciones, construcciones, justificación, demostración.
- ✓ Los software de geometría: tipos, características, posibilidades de uso pedagógico y didáctico.

Con respecto al Taller de Geometría, es una asignatura de síntesis que se ubica en el tercer año del Profesorado en Matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la UNL. Tiene como materias correlativas Geometría Euclídea Plana y Geometría Euclídea Espacial. En el Programa de Cátedra se detalla que es un espacio en el que se desarrollan actividades propias de taller trabajando con construcciones con regla no graduada y compás, con el plegado de papel y con software de geometría dinámica, entre otras tareas. Es una asignatura que tiene dentro de sus objetivos desarrollar situaciones problemáticas generando espacios que permitan a los alumnos elaborar sus propias conjeturas y analizar su validez para luego demostrar.

Posibles intervenciones docentes

Se pretende durante la implementación, como se expresó en el objetivo, resignificar la clasificación jerárquica de cuadriláteros, para lo cual es fundamental el tipo de intervenciones que el docente pueda formular. Las intervenciones del docente son preguntas orientadas a la reflexión de los estudiantes sobre las propiedades que cumplen los cuadriláteros que construyen para poder clasificarlos, propiciando así la elaboración de argumentos válidos que den respuesta a la consigna. Las intervenciones también permiten que los estudiantes sientan la necesidad de justificar cada conjetura, identificando si alguno de sus argumentos de validación resulta incompleto o incorrecto. La resolución de la consigna, de esta manera, permite que los alumnos necesariamente deban apelar a la clasificación de cuadriláteros y a propiedades geométricas.

Valoración de la tarea

Se retoman los aspectos que se consideran para el análisis según lo mencionado en el marco de referencia.

- Con respecto al potencial matemático (PM):

Se espera que los estudiantes conjeturen que los cuadriláteros que se pueden construir son: rectángulos (caso particular cuadrado) y trapezoides (caso particular romboide). Para arribar a esta conclusión, la consigna permite diferentes caminos de resolución pues la manipulación dinámica con el software ofrece un abanico de posibilidades para pensar las posibles respuestas al problema planteado. El estudiante puede conjeturar la ubicación de los vértices, su relación con los elementos de la circunferencia y concluir qué tipo de cuadrilátero se obtiene en cada caso. Por otra parte, los procedimientos de resolución no están pautados en el enunciado, ya que en este no se incluyen los pasos a seguir. Esto habilita un trabajo autónomo en la resolución por parte de los estudiantes. De esta manera, los caminos para elaborar la construcción geométrica, explorar, conjeturar y argumentar son variados. Se recuperan las propiedades de los paralelogramos, las isometrías del plano, los conceptos de mediatriz y bisectriz, las propiedades de los triángulos, cuadriláteros y ángulos inscriptos en una circunferencia, entre otros conceptos. En estos caminos hacia la resolución de la consigna, el estudiante puede validar si su conjetura es la correcta o no sin la intervención del docente, siendo la manipulación con el software la que habilita a pensar argumentos para validar las conjeturas que los alumnos proponen. De este modo se considera que la consigna admite posibilidades para la exploración y la argumentación, por lo tanto se valora el potencial matemático como rico.

- Con respecto a la pertinencia de los objetivos en relación con el contexto y la consigna:

Los objetivos que se proponen para la tarea son adecuados teniendo en cuenta el contexto de implementación y la redacción de la consigna.

- Con respecto a la actividad matemática (AM) que posibilita a los estudiantes:

Se puede valorar la actividad matemática del alumno como valiosa cuando el potencial matemático de la consigna no es pobre, el rol que el docente le asigna al alumno es activo y el objetivo que se propone el docente es exigente cognitivamente. En el caso de la consigna presentada en este trabajo se puede evidenciar por lo expresado en el contexto de la tarea, que los estudiantes conocen las figuras bidimensionales y sus propiedades, la circunferencia, sus elementos y los ángulos en la circunferencia; pero como no está pautado el tema explícitamente en la consigna habilita al descubrimiento por parte de los estudiantes de los contenidos involucrados en la propuesta. Por otra parte, se plantea un trabajo grupal con el software lo que permite la exploración, las interacciones con los pares, el poder compartir dudas, estrategias, conjeturas y argumentos. Se pueden pensar distintos modos de abordar la consigna tanto desde las herramientas que ofrece el software como a partir de las propiedades geométricas disponibles. La intención del docente es que el alumno sea un participante activo. En relación a si el objetivo es cognitivamente exigente se considera que sí, pues apela a la síntesis de conocimientos por parte de los estudiantes y a la interrelación de los mismos para validar las conjeturas establecidas. Por lo tanto podemos concluir que esta consigna es apropiada para que el estudiante realice una actividad matemática valiosa.

- Con respecto a la pertinencia y significatividad del uso de TIC en la resolución de la consigna:

Se evidencia una verdadera integración curricular del software, ya que con esta actividad no solo se pretende enseñar sus herramientas, por el contrario, se privilegia la actividad matemática por sobre el aprendizaje o manejo del mismo. Si bien los estudiantes pueden aprender características del software a partir de la resolución de la consigna, ese no es el objetivo central. Por esta razón se puede decir que se cumple el criterio 3. Se pretende que el GeoGebra sea un medio de exploración que habilite a la elaboración de conjeturas y de argumentos que las validen, beneficiando un proceso de actividad matemática rica. En este sentido se evidencia que es imprescindible el uso del software (criterio 2) por el carácter dinámico de la construcción que permite visualizar distintos cuadriláteros inscriptos, y favoreciendo en la tarea propuesta la búsqueda de pruebas matemáticas (criterio 1).

Como se cumplen los criterios de imprescindibilidad y de no perder de vista el objetivo matemático, la valoración es positiva. También se cumple el criterio de favorecer la búsqueda de pruebas matemáticas, lo cual enriquece la consigna.

A modo de cierre

Se considera que el análisis elaborado sobre esta tarea para la clase de matemática colabora en el bagaje de saberes disciplinares, pedagógicos y tecnológicos de los profesores, ya que permite visualizar algunos de los aspectos a tener en cuenta a la hora de diseñar, seleccionar o reformular consignas para el aula.

Es fundamental que todo docente afronte el desafío de diseñar tareas y analizarlas a partir de aspectos que le permitan reformularla de acuerdo a sus objetivos. La tarea propuesta en este trabajo es un ejemplo en el que el software elegido resulta imprescindible para favorecer la exploración y la argumentación de conjeturas elaboradas por los alumnos, favoreciendo la actividad matemática de los estudiantes y exigiéndolos cognitivamente. El diseño y la implementación de este tipo de tareas enriquecen el proceso de construcción de conocimientos matemáticos.

Referencias bibliográficas

Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T., Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2016). Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática. Bs As. Argentina: Ediciones UNGS.

Itzcovich, H. y Broitman, C. (2001) Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB. Gabinete pedagógico curricular. Matemática. Buenos Aires: Subsecretaría de Educación.

Koehler, M. y Mishra, P. (2006). "Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge". Teachers College Record, 108(6), 1017-1054.

Larios, V. y González González, N. (2010) Aspectos que influyen en la construcción de la demostración en ambientes de geometría dinámica. Relime, 13 (4-I)

Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe (2009). Profesorado de Educación Inicial. Diseño curricular para la formación docente.

Novembre, A., Nicodemo, M. y Coll, P. (2015). Matemática y TIC - Orientaciones para la enseñanza. Buenos Aires: ANSES.

Sadovsy, P., Sessa, C. (2004). Entrevista Para estar seguros. La Educación en nuestras manos, (71), 36-40.

Descubriendo y validando propiedades con GeoGebra.

ADRIANA FRAUSIN
SANDRA RAMÍREZ
afrausin@frsf.utn.edu.ar / scramirez@frsf.utn.edu.ar
Facultad Regional Santa Fe. Universidad Tecnológica Nacional

1. Introducción

En todo proceso de enseñanza y aprendizaje existen dos etapas, una motivacional y otra cognitiva. La primera tiene que ver con los deseos y anhelos del estudiante y la segunda, es la que contempla el conjunto de pasos orientados con respecto a la regulación y la planificación de las acciones para satisfacer esos deseos.

Especialistas como Alonso Tapia (2005), De Charms (1984), Dweck y Elliot (1983) coinciden en que las metas constituyen la principal variable que influye en la motivación y se pueden clasificar en: las relacionadas con la tarea; las relacionadas con la autovaloración; las relacionadas con la valoración social y las relacionadas con la consecución de recompensas externas. Las metas centradas en la tarea se encuentran cuando el estudiante quiere aprender y a su vez pueden dar origen a tres tipos de motivación: la intrínseca, la de competencia y la de control.

Es la motivación intrínseca del alumno la que se logra cuando se atrapa su atención, ya sea porque el tema es interesante o porque las actividades que se desarrollan despiertan la atención de quien aprende y hacen que se sienta a gusto y cómodo con la tarea que realiza.

Por otro lado, las nuevas tecnologías forman una parte cada vez más inseparable de nuestra relación con los alumnos y nos acercan a sus modos de sentir, de actuar y de vincularse). La incorporación de los recursos tecnológicos disponibles, tales como calculadoras gráficas, computadoras o aplicaciones específicas, constituyen una condición imprescindible para la mejora de la calidad de la enseñanza universitaria y deben ser incorporados y explotados dentro y fuera del aula.

La integración de tecnologías en el aula establece una relación entre el uso de nuevos medios y la innovación educativa. Esta integración requiere a los docentes tanto la exploración de las posibilidades que ofrecen las tecnologías para el aprendizaje como de las posibilidades de integrar y compartir el conocimiento y las habilidades entre pares. El desafío requiere desarrollar modos de mediación de las tecnologías en el aula para que sean utilizadas como herramienta en beneficio del aprendizaje, el conocimiento, el análisis de la información y el acceso a nuevas formas de aprender, de internalizar o de organizar el pensamiento.

A modo de ejemplo, se describen dos experiencias concretas realizadas en la Facultad Regional Santa Fe (FRSF) de la Universidad Tecnológica Nacional.

En ambas propuestas se utiliza el software dinámico y libre, GeoGebra, como recurso didáctico motivacional, poniendo en relieve sus características de: interactividad entre los sujetos y con la información; calidad y flexibilidad de los resultados y de las imágenes; influencia sobre los procesos que genera y las personas que lo usan; rapidez en el desarrollo de cálculos y posibilidad de introducir innovaciones tanto en el contenido como en el propio recurso. Asimismo se describen observaciones respecto del uso, implementación e impacto de este recurso tecnológico.

2. Metodología y objetivos

El diseño de las actividades que se presentan a continuación, se centró en el Aprendizaje Basado en Problemas y el uso del software GeoGebra. Este recurso tecnológico permite el descubrimiento de propiedades y resultados mediante la representación de imágenes dinámicas que favorecen la visualización y comprensión de conceptos. Ambas intervenciones didácticas se plantean en el marco de una situación problemática real o abstracta que provoca conflictos cognitivos en los alumnos, despertando su atención y promoviendo la disposición afectiva y motivación necesarias para lograr aprendizajes significativos. De esta manera el docente encara lo teórico-práctico como forma de producción de conocimiento y el estudiante lejos de ser un receptor pasivo, construirá su conocimiento desarrollando un pensamiento creativo, productivo y científico.

2.1. Experiencia I.

En la cátedra de Cálculo Avanzado, asignatura del tercer nivel de las carreras de Ingeniería Civil e Industrial de la FRSF se motivó el estudio de las series de Fourier a partir del análisis de la expresión obtenida para la solución del problema a valores en el borde, que modela la conducción del calor en una varilla "unidimensional" que pasa instantáneamente de un baño de 100°C a otro de 0° en ambos bordes.

Luego de resolver el problema aplicando el método de separación de variables para ecuaciones en derivadas parciales, usando las correspondientes relaciones de ortogonalidad de las funciones sen $\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$, donde L es la longitud de la varilla, se obtiene como solución la siguiente expresión para la temperatura u en cada sección transversal al eje de la varilla en el punto x y en el tiempo t:

$$u(x,t) = \frac{400}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}\, e^{-k\left(\frac{(2n-1)\pi}{L}\right)^2 t}\ \operatorname{sen}\frac{(2n-1)\pi x}{L}.$$

Cuando t = 0 (y tomando L=1) surge uno de los ejemplos más simples, la serie de Fourier de senos de una constante:

$$100 = \frac{400}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}\operatorname{sen}(2n-1)\pi x\,, \qquad \text{para}\ \ 0 < x < 1 \qquad (*)$$

Objetivos de la actividad:

1. Convencer al alumno de la validez de la igualdad $(*)$.
2. Descubrir y formular el teorema de convergencia de las series de Fourier.
3. Mostrar cómo la serie de Fourier de senos de la condición inicial del problema en estudio, $f(x) = 100$, reproduce matemáticamente la discontinuidad física de la temperatura en los bordes de la varilla.
4. Descubrir el fenómeno de Gibbs, que ocurre cuando una serie infinita de autofunciones aproxima a una función discontinua.

Desarrollo de la actividad:

Con el graficador GeoGebra que los alumnos disponen en sus teléfonos celulares, se inicia la actividad indicando graficar ambos lados de la igualdad para un número finito de términos.

Para esto se indica consultar el comando “Secuencia”, con el cual se genera la lista de los términos de la serie y luego el comando “Suma”, para sumar los elementos de la lista generada, obteniendo así la suma parcial de orden N de la serie de Fourier en estudio. Esto puede hacerse simultáneamente ingresando en Barra de Entrada: “SumaParcial_N=400/π*Suma[Secuencia[1/n*sen(n π x), n, 1, N, 2]]”. Luego para poder experimentar las aproximaciones para una cantidad de términos sucesivamente mayor, se introduce un deslizador (herramienta dinámica de Geogebra) para el número de términos N de las sumas parciales y haciendo uso de la animación automática, los alumnos pueden observar gráficamente (ver Figura 1) a partir de las sucesivas aproximaciones sinusoidales los siguientes resultados sobre esta serie de Fourier:

(a) La Serie de Fourier de senos de $f(x) = 100, 0 < x < 1,$ converge a la extensión impar periódica de $f(x)$, donde la extensión periódica es continua.
(b) En los puntos con discontinuidad de salto, la serie converge al punto medio entre los dos valores de salto (en este caso, $0 = \frac{-100+100}{2}$) de la extensión impar periódica de $f(x)$.
(c) En el intervalo $(0, 1)$ la serie de Fourier de $f(x)$ coincide con $f(x)$, es decir vale la igualdad $^{(*)}$.
(d) Cerca de los bordes de la varilla ($x = 0$ y $x = 1$) donde hay una discontinuidad de salto de amplitud 200 para la extensión impar períodica de 100, la solución que comienza en cero se dispara por encima de 100. El pico que se forma en los puntos de máximo sobrepaso, corresponde a puntos donde la solución toma valores próximos a 118. Esto puede verificarse haciendo uso del botón “Punto” y clic sobre la gráfica de SumaParcial_N. Moviendo el punto A se observa que los valores de la solución (dados por la ordenada de A) se encuentran en el intervalo (80; 120). Este sobrepaso (del 9% del salto 200) es un ejemplo del llamado fenómeno de Gibbs. Más aún, se puede hacer notar (aumentando los valores máximo y mínimo del deslizador N) que el fenómeno prevalece aun cuando N tienda a infinito.

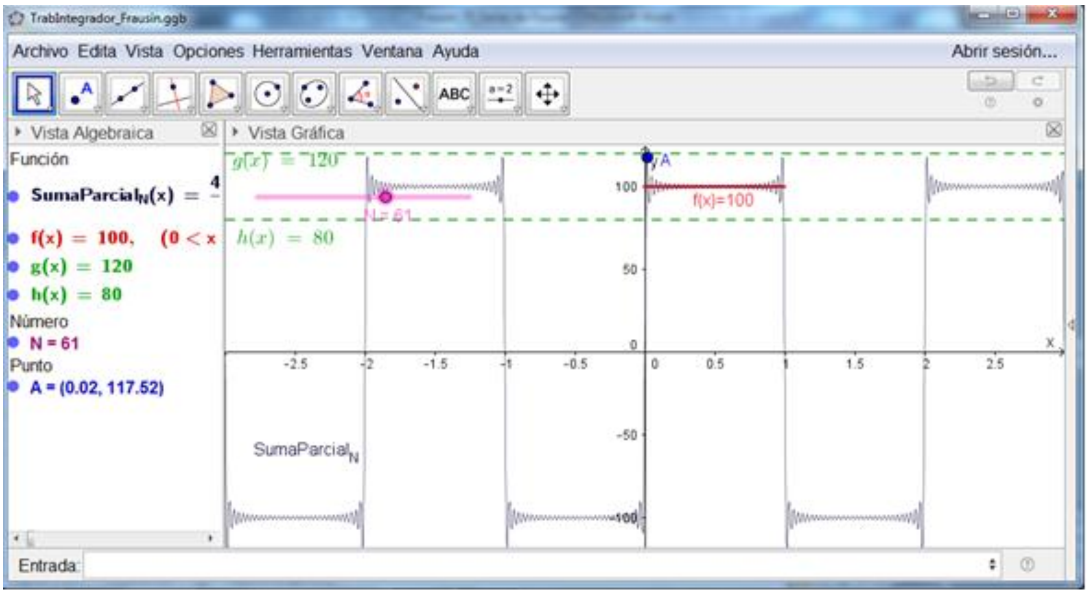


Figura 1. Serie de Fourier de una función constante.

(e) Matemáticamente, la serie de Fourier de la condición inicial $u(x, 0) = 100$, tiene un comportamiento bastante malo en $x = 0$ y en $x = 1$. De hecho la situación física, para el problema de conducción del calor en estudio, no está muy bien definida en $x = 0$ en el instante $t = 0$, donde existe un conflicto entre la condición inicial (CI) y la condición de borde (CB). La CI prescribe que la temperatura es 100 incluso cuando x tiende a 0, mientras que la CB en $x = 0$ prescribe que la temperatura es 0 cuando t tiende a 0.

Esta discontinuidad introducida en el modelo matemático (en $x = 0$ y en $x = 1$) al hacer pasar "instantáneamente" la varilla (cuando $t = 0$) de un baño de 100°C a otro de 0° en ambos bordes responde a una operación que la práctica requiere de un tiempo positivo, extremadamente pequeño, con lo que la temperatura es en realidad continua. La serie de Fourier de senos de $f(x) = 100$ (que representa la solución física en $t = 0$) tiene la agradable propiedad de que es igual a 100 en todos los x dentro de la varilla, cumpliendo por lo tanto la CI allí, pero es 0 en los bordes, cumpliendo así las CB. La serie de Fourier de senos de 100 es una función matemática extraña, pero también lo es la aproximación física para la que se necesita.

Finalmente, antes de formular el teorema de convergencia de las series de Fourier para funciones suaves a trozos definidas en el intervalo [-L, L], se indica obtener y graficar la serie de cosenos de $f(x) = x, \ 0 < x < 1$ y notar la diferencia con su serie de senos.

2.2. Experiencia II.

En la cátedra de Análisis Matemático II que se dicta en el segundo nivel de las carreras de ingeniería de la FRSF también se recurre al uso del software GeoGebra, dentro y fuera del aula, como recurso didáctico que estimula la motivación y mejora la comprensión de conceptos. Luego de desarrollar los temas referidos a funciones de dos variables, vector gradiente y sus propiedades se implementa una actividad guiada con la finalidad de que los alumnos verifiquen las siguientes propiedades del gradiente:

El gradiente $\nabla f(x_0, y_0)$ es ortogonal a las curvas de nivel en P(x_0, y_0).

El gradiente apunta en la dirección de la derivada direccional máxima.

El gradiente es nulo en los puntos críticos (máximos, mínimos y puntos de silla)

Objetivos de la actividad:

1. Interpretar geométricamente el concepto de curva de nivel.

2. Validar la propiedad de ortogonalidad del gradiente respecto las curvas de nivel.

3. Descubrir las características del vector gradiente respecto a su dirección, sentido y módulo.

Desarrollo de la actividad:

La experiencia se inicia desarrollando el siguiente ejercicio que se resuelve a mano con lápiz y papel,

Dada la función $f(x,y) = x^2 - y^2$
a)- Dibujar la curva de nivel $z = 1$.
b)- Hallar su vector gradiente en el punto $A = (2;\sqrt{3})$ y dar una ecuación de la recta tangente
a la curva de nivel z=1 en el punto $A = (2;\sqrt{3})$. Graficar
c)- Repetir el inciso b)- para los puntos $A = (1;0)$ y $A = (-\sqrt{17};4)$

Para validar los resultados obtenidos, se presenta la construcción dinámica realizada con Geogebra que incluye dos casillas de control. Esta herramienta que ofrece GeoGebra permite de manera sencilla y rápida cambiar el elemento definido en la correspondiente casilla. Así se comienza insertando la función y curva de nivel dadas en el ejercicio para iniciar las siguientes observaciones (ver Figura 2):

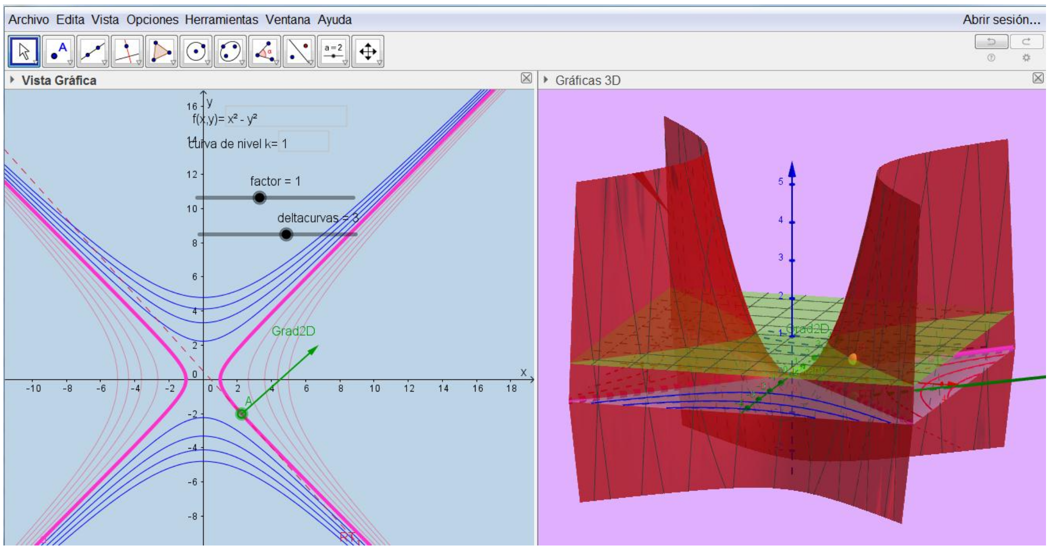


Figura 2: Construcción dinámica con Geogebra-Concepto de Curva de nivel y Gradiente

(a) Las curvas de nivel son hipérbolas y dependiendo del nivel tienen eje focal paralelo al eje de las x (para $z > 0$) o paralelo al eje de las y (para $z < 0$) .

(b) La recta tangente muestra la propiedad de ortogonalidad.

(c) Mediante el deslizador “deltacurva” se cambian los valores (niveles superiores e inferiores a la curva de nivel 1) para obtener otras curvas de nivel observando la distancia que las separa.

(d) Al mover el punto A sobre la curva de nivel z=1, se puede observar como cambian el vector gradiente (en módulo y dirección) y la recta tangente asociados a este punto. Cuando A está más próximo al origen de coordenadas, es cada vez más pequeño el módulo del gradiente.

(e) Luego se les pide a los alumnos que ingresen en la casilla de control “curva de nivel K” valores entre -1 y 1.para observar las modificaciones que sufre el módulo del vector gradiente. Esto permite validar la propiedad de que el gradiente es nulo en los puntos críticos, en este caso (0,0,0).

(f) Notar que sobre toda la rama derecha el vector gradiente apunta en una dirección y sentido, mientras que en la otra rama de la hipérbola apunta en otra dirección y sentido. Además se puede observar que las curvas hacia donde apunta el vector gradiente son de un color y en el sentido opuesto son de otro, lo cual permite verificar que la dirección del gradiente es la de máximo crecimiento. Las curvas de nivel rojo son niveles mayores al nivel buscado y las azules son de niveles menores.

Finalmente, aprovechando la practicidad de la herramienta casilla de control se avanza con la actividad a partir de otras funciones. Por ejemplo, el paraboloide $f(x;y) = 5 - x^2 - 4y^2$ que se muestra en la Figura 3 y la función $f(x;y) = \cos(x) + \mathrm{sen}(y)$ en la Figura 4.

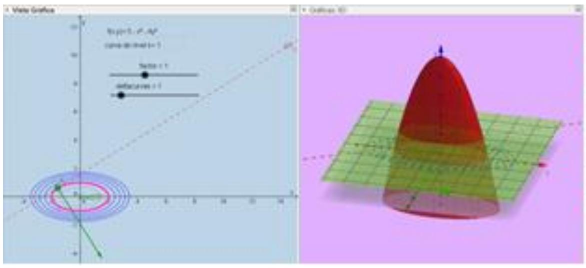


Figura 3

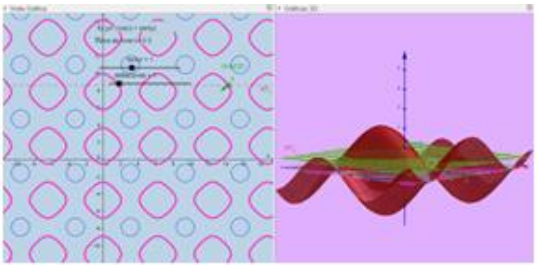


Figura 4

Resultados

Con el objeto de tener una valoración sobre el impacto del uso de estos recursos tecnológicos, se realizó a los alumnos una breve encuesta con preguntas de escala de categorías y preguntas abiertas. A modo de síntesis, cuando se les preguntó si recurren a la utilización de recursos tecnológicos con construcciones dinámicas que estén disponibles en internet, el 85% aseguró que lo hacía y entre éstos el 35% agrega que lo hace con mucha frecuencia. También manifiestan que muchos docentesutilizan estos recursos pero que lo hacen con poca frecuencia. Todos los alumnos encuestados consideran que estas actividades favorecen el aprendizaje. Expresan que las clases con apoyo de software resultan más dinámicas y la visualización de imágenes es el complemento ideal para terminar de entender algunos temas. Otros alumnos también destacan que favorece el aprendizaje independiente.

Por otro lado, a partir de las observaciones realizadas por los profesores sobre el desempeño de los alumnos durante el desarrollo de estas actividades, se considera que se cumplieron los objetivos planteados y se destaca la gran predisposición e interés por parte de la mayoría de los estudiantes, lo cual evidencia que la inclusión de recursos tecnológicos para experimentar y validar resultados, favorecen la motivación intrínseca de los alumnos promoviendo aprendizajes colaborativos que mejoran la comprensión y el desarrollo de habilidades como: la abstracción, el pensamiento crítico y la comunicación efectiva. También se considera que estas actividades han favorecido la internalización de metas de aprendizajes, ya que los mismos alumnos manifiestan que (con mucha frecuencia) apoyan el estudio de otros temas en recursos tecnológicos similares disponibles en internet.

Conclusiones

La motivación es un factor cognitivo presente en todo acto de aprendizaje que condiciona la forma de pensar del alumno y con ello el tipo de aprendizaje resultante.

El carácter experimental, racional y razonado de las clases con apoyo de software matemático de libre acceso, para resolver problemas, discutir, validar resultados y construir conceptos, impactan en una mejor compresión de los contenidos y estimulan las habilidades sociales requeridas por los ingenieros.

Cuando los resultados de las actividades diseñadas (abiertas pero definidas) sorprenden al alumno; le permiten dar explicaciones, justificaciones, hacer nuevas planificaciones y conjeturas; y le permiten descubrir y construir conceptos; indudablemente se contribuye a sostener la motivación del aprendizaje.

En particular, el uso de las construcciones y herramientas que ofrece GeoGebra proporcionan un recurso didáctico sumamente útil y enriquecedor para la práctica de la docencia de las Matemáticas, incluso en el nivel universitario.

Estas experiencias y sus impactos para el aprendizaje constituyen una herramienta de valor, tanto como apoyo a la actividad docente como para la formación práctica en ingeniería. Dan un marco de referencia para usarlas como acciones sistemáticas de inclusión y expansión hacia otras cátedras, fortaleciendo además actitudes de colaboración y cooperación entre los alumnos.

Entendemos que las experiencias mencionadas están en evolución continua, se realimentan, adaptan y mejoran, se socializan y vuelven a enriquecerse.

Bibiografía

Alonso Tapia, Jesús (2005). *Motivar en la escuela, motivar en la familia*. Madrid: Ediciones Morata.

De Charms, R. (1984). Motivation enhancement in educational settings.Em, Ames, C. & Ames, R. (Orgs).*Research on Motivation in Education, Student Motivation*. Vol.1, 275-313. New York. Plenum Press.

Dweck, C.S. y Elliot, E. S. (1983). *Achievement motivation*. En E.M. Hetherington (ed.) Socialization, personality and social development. Wiley y Sons, Nueva.York-USA

García Valcárcel, A. (2009). Herramientas tecnológicas para la mejora de la docencia universitaria. En

García Valcárcel, A. (Coord). La incorporación de las TIC en la docencia universitaria: recursos para la formación del profesorado. España: Davinci Continental, p.55-65.

Haberman, R. (2004). *Applied Partial Differential Equations: with Fourier series and Boundary Value Problems*. N.Y: Editorial Prentice-Hall, cuarta edición.

Hernández Sellés, N.; Muñoz Carril, P.C. (2012). *Trabajo colaborativo en entornos e-learning y desarrollo de competencias transversales de trabajo en equipo Análisis del caso del Máster en gestión de Proyectos en Cooperación Internacional,* CSEU La Salle. Revista de Docencia Universitaria. REDU. 10 (2). 411-434 Recuperado el 28 de abril 2017.

Stewart, J. (2008). *Cálculo de varias variables*. 6º edición. México. Cengage Learning.

Londoño, F. W. (2009). *Una Apuesta de Formación Contemporánea desde las Formas de Representación con Tecnologías de la Información y la Comunicación*. Colombia: Artes Gráficas del Valle Editores Impresores Ltda.

Eje 4: La educación matemática en la formación de los futuros profesores de Matemática

Una experiencia sobre planificación de un contenido de estadística en la cátedra de práctica docente.

FERNANDA RENZULLI
SILVANA SANTELLÁN
fernandarenzulli@gmail.com / santellansilvana@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Introducción

En este trabajo nos proponemos narrar la experiencia de un trabajo práctico de la cátedra Práctica Docente del Profesorado en Matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional del Litoral. En el marco de la cátedra se solicita un trabajo práctico en el cual los estudiantes que están cursando la asignatura deben planificar un contenido matemático que está prescripto en los diseños jurisdiccionales de la provincia de Santa Fe y Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP) de la nación. Se acuerda el tema para cada estudiante y se estipulan en los encuentros de reflexión de la asignatura la devolución en relación al trabajo producido. Compartimos la experiencia de cómo a partir de estos encuentros y del diálogo entre el equipo de cátedra una estudiante logró reflexionar sobre su trabajo y poder iniciar con ella la reflexión para la acción.

La formación de futuros profesores de matemática reflexivos

Plantear desde la cátedra la formación de futuros docentes reflexivos implica asumir la Práctica Docente, en términos de Achilli (1987), como la labor docente que cotidianamente desarrolla el profesor en determinadas y concretas condiciones sociales, históricas e institucionales; condiciones que indudablemente definen esa labor. De Rivas, Martiny Venegas(2003) contemplan la Práctica Docente desde un enfoque más social, entendiéndola como práctica social que se desarrolla en escenarios singulares y apoyándose en usos, tradiciones, conocimientos, habilidades y valores que dominan a un sistema educativo determinado. De esta manera el profesor en sus prácticas, se constituye en el mediador entre la cultura exterior, el conocimiento escolar y los alumnos, porque ejerce el rol de un profesional activo que toma decisiones en las cuales se reflejan conocimientos disciplinares, pedagógicos, metodológicos y cotidianos. Es en esta idea dinámica en la que se piensa la práctica docente como algo que transciende el aula, aspecto central a priorizar en la formación de los futuros profesores, pues esto condicionará o prescribirá sus prácticas de enseñanza.

Debido a estas continuas decisiones que toma el docente frente a las situaciones problemáticas que emergen naturalmente en su práctica, es que actualmente en la investigación en educación matemática adquiere un lugar propio la reflexión de los profesores, pues se reconoce a los procesos reflexivos como determinantes para un docente promotor de la actividad matemática que los estudiantes realizan en la clase.

Centrándonos en la formación inicial del profesor de matemática, acordamos con la estructura de los procesos reflexivos que sostienen Parada, Figueras y Pluvinage (2011), en los que combinan definiciones planteadas por dos referentes dentro de la práctica educativa reflexiva, como lo son Schön y Dewey. Las autoras consideran estos tres procesos:

- la reflexión para la acción: proceso necesario en la planificación o programación de clase, en la selección de ciertas consignas para las tareas, en los recursos didácticos seleccionados.
- la reflexión en la acción: presente en la mediación que establece el docente entre el conocimiento y los estudiantes, guiando la metodología de la clase y la manera de resolver las situaciones imprevistas.
- la reflexión sobre la acción: reflexión crítica sobre lo que ha ocurrido en el aula que se hará presente en la evaluación del profesor sobre sus acciones, promoviendo nuevas formas de actuar o soluciones.

En este trabajo nos centramos en la reflexión para la acción puesto que analizamos el proceso que involucra el planear una clase de matemática. Como lo mencionan Barreiro, Leonian, Marino, Pochulu y Rodriguez (2016) la planificación de las clases de matemática involucra todas las anticipaciones que el profesor hace en relación a la selección de contenidos, los propósitos esperados, la metodología que usará para lograr esos objetivos y los instrumentos de evaluación más pertinentes. La multidimensionalidad que caracteriza la tarea de planificar, hace indispensable que en la formación inicial los futuros profesores se enfrenten a este ejercicio, donde en un rol activo identifiquen y resuelvan situaciones conflictivas como, por ejemplo, la jerarquización de los contenidos seleccionados, el modelo o enfoque que se prioriza y las tareas acordes a este; propiciando la generación de una postura reflexiva en relación a su práctica de enseñanza.

La formación de futuros profesores en el área estadística

Reconociendo la importancia de enseñar contenidos estocásticos durante el trayecto de la escuela secundaria y conociendo los avances sobre la enseñanza de estos, debemos ser conscientes de la necesidad de planificar la enseñanza de los contenidos de manera que aseguren un aprendizaje en los estudiantes que propicie el desarrollo del *sentido estadístico*. Este sentido estadístico, considerado como la fusión de la *cultura estadística* y el *razonamiento estadístico*, permite que, al finalizar esta etapa escolar, los alumnos logren comprender de manera acertada los conceptos y procedimientos estudiados, como así también, aplicarlos de modo correcto.Por lo tanto, ante cualquier planificación de temas contemplados en el eje Estadística se debe ser conscientes de que la enseñanza debe ser un instrumento para formar en la cultura estadística, tan necesaria en nuestros estudiantes en varias de sus actividades diarias y cotidianas como la lectura y análisis de la información publicada en distintos medios de comunicación, la participación en encuestas, la interpretación de estadísticas rápidas de las redes sociales, la participación en procesos electorales. Al mencionar "cultura estadística" se hace referencia a un término utilizado por varios investigadores con el que persiguen resaltar que la estadística actualmente es parte de la herencia cultural necesaria para que todo ciudadano esté educado, y refiere a:

> "dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o losfenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversoscontextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos,y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a talesinformaciones estadísticas cuando sea relevante" (Gal, 2002, p. 2-3).

Todos los aportes sobre cultura estadística coinciden en que es necesario para su desarrollo, un dominio preciso de los términos estadísticos y la comprensión de ideas fundamentales como: datos, representaciones gráficas, variabilidad, distribución, correlación y asociación.

Al proponer en todo el recorrido de enseñanza la cultura estadística como meta, se está desarrollando en los estudiantes el razonamiento estadístico; este razonamiento es el que se logra cuando:

- se reconoce la importancia de los datos, de su veracidad, del cuestionamiento sobre el alcance de los resultados obtenidos a partir de estos datos;
- se evidencia un dominio claro en el cambio de representaciones, por ejemplo: de una representación tabular a una gráfica, de una gráfica a un informe estadístico o de un informe estadístico a representación tabular;
- se asume a la variabilidad como un concepto estadístico clave;
- se logra relacionar la información estadística obtenida con el contexto del cual emerge.

Siguiendo en esta línea, todas las tareas y actividades que se incluyan en una planificación para contenidos estadísticos deben perseguir objetivos enfocados en el desarrollo de esta cultura y para esto, deben ser actividades de interpretación, de valoración, de argumentación, de análisis de resultados, de comparación, de toma de decisiones, de escritura de informes; es decir tareas y actividades alejadas de procedimientos matemáticos, como cálculos rutinarios y aplicación de fórmulas.

De esta manera, la formación de los futuros docentes de matemática como profesores enseñando estadística requiere de entornos y contextos en el que se trabajen problemas significativos para su desarrollo profesional y donde tenga su lugar importante la reflexión de las actividades realizadas. Entre otras actividades que se sugieren para este beneficio están el trabajo colaborativo entre profesores, la planificación de una lección para enseñar a los alumnos algún aspecto de la estadística, trabajo con proyectos y análisis de tareas o respuestas dada por alumnos a ítems de evaluación.

La propuesta desde la cátedra

Como parte de los Trabajos Prácticos propuestos en el espacio de la Práctica Docente, los estudiantes debieron planificar una propuesta de enseñanza en torno a un contenido particular, siendo esta una de sus primeras experiencias. Debido a la posibilidad de elegir temas de todos los ejes, a una alumna se le solicitó que planificara la enseñanza del tema: *medidas de dispersión*. En el trabajo correspondiente se consideraron dos momentos: el primero de ellos consistió en la consulta de distintos libros fuentes, diseños jurisdiccionales provinciales y nacionales y libros de textos escolares para la educación secundaria. El segundo momento consideró la elaboración del planeamiento de las clases, donde debían decidir el año de la educación secundaria en cual lo contextualizaran, los contenidos previos que consideran, metodología de enseñanza, actividades, posibles intervenciones, entre otras.

Para iniciarlos en esta tarea, desde la cátedra se le proporcionaron distintas herramientas teóricas, metodológicas y didácticas a fin de que el practicante contase con elementos para poder construir su planificación. En este proceso de elaboración el equipo de cátedra asume el rol de una supervisión capacitante (Davini, 2015), alejada de la supervisión que fiscaliza y centrada en la reflexión del porqué de las decisiones y elecciones que cada estudiante adoptó para su producción, poniendo en valor la postura elegida, sus aciertos, errores y obstáculos.

Para el avance de la estudiante en su producción, desde la cátedra se logró un espacio de encuentros individuales donde se alternaron el diálogo, las preguntas reflexivas, la problematización de las prácticas, la búsqueda de soluciones y mejoras en conjunto. Alejadas hoy de ese momento, consideramos que hemos iniciado a la futura docente en una práctica reflexiva para la acción de planificar.

En el primer encuentro el equipo de cátedra analiza la propuesta presentada y, si bien, en términos generales, ésta cumplía con los requerimientos solicitados se lograba evidenciar que repensando objetivos y actividades se podía aproximar más y de mejor forma a los lineamientos actuales de la enseñanza de la estadística. Los formadores de futuros docentes de matemática somos conscientes de que actualmente se necesita un cambio en la enseñanza de la estadística por lo cual somos los responsables de transmitir a nuestros estudiantes esta realidad. Para esto, debemos poder convencerlos de que la estadística es uno de los temas más interesantes y útiles para sus estudiantes, en cualquiera de los niveles que luego ejerzan, y que todos ellos necesitan tener la oportunidad para adquirir algunos conceptos elementales.

En este momento las docentes de la cátedra que acompañan a la estudiante, reconocen que su rol en esta etapa de la planificación es ideal para conformar un espacio de reflexión, donde desde aportes de bibliografía y resúmenes específicos, ideas con tendencias actuales y cuestionamiento en cuanto a las actividades y contenidos, se pueda planificar una secuencia de actividades que desarrolle el sentido estadístico en los alumnos.

Por lo tanto, a partir del diálogo reflexivo, y tomando los aportes de Barreiro et al. (2016) es que se plantean con la estudiante interrogantes en relación a, en primer lugar*, ubicar en la escala correspondiente a lo que tenemos que planificar*; en este caso una unidad temática, es decir una secuencia de clases organizadas. En este momento se confrontó la cantidad de clases con el tema seleccionado, “medidas de dispersión”, la secuenciación de contenidos que realizó en cuanto al tema de medidas de dispersión, la relación entre clases destinadas a revisión de contenidos previos y de desarrollo de tema, los objetivos que se quieren cumplir. En segundo lugar, *leer y estudiar*; a partir de lo planteado por la alumna en los encuentros, se la instó a poder hacer una revisión bibliográfica más exhaustiva, volver a los textos de nivel superior en dónde el tema a planificar está presente, consultar al docente de la cátedra específica, analizar distintos libros de nivel secundario donde podría comparar enfoques, objetivos, metodologías y, indagar artículos de revistas de Educación Estadística, textos de divulgación o textos de didáctica de la matemática en dónde pueden estar explicitados distintos modos de abordaje, obstáculos y errores que se producen en la enseñanza del contenido. Es decir, volver a resignificar la propuesta desde la mirada de la enseñanza de estadística, problematizando esta revisión. En tercer lugar, *conocer el contexto*, es decir volver a analizar los contenidos previos de los alumnos a los cuales está dirigida esta planificación, tomar decisiones en relación a los mismos pensando qué articulaciones se pueden hacer con lo que cuentan los alumnos, con las asignaturas que se dictan en simultáneo y con los contenidos que se enseñarán posteriormente en esta materia.

Respecto a estos momentos de revisión focalizada en la reflexión, los autores plantean al *primer momento* como clave, es decir ese momento cuando el estudiante de la práctica tiene que tomar grandes decisiones a partir de la socialización de su planificación. Este momento fue transitado y vivido como novedad, porque aparecieron cuestionamientos del estilo ¿qué sé de este contenido?, ¿qué entiendo con el saber hacer?, ¿qué de este contenido quiero enseñar?, ¿por qué establezco este recorte y no otro?, ¿es necesario enseñar todas las medidas de dispersión?, ¿con qué medidas de tendencia central se relacionan?, ¿qué de estas medidas de tendencia central son necesarias plantear como contenidos previos?, ¿necesito dar todas las medidas de dispersión o puedo priorizar la enseñanza de una de ellas?, ¿en la primer propuesta tuve en cuenta estos aspectos? A partir de estas preguntas la estudiante se posiciona de otra manera en relación a cómo puede resignificar esta propuesta, qué alcance les dará a los contenidos, qué nuevo recorte sufre la primera propuesta, la duración de las clases a planificar, la reflexión sobre las actividades planteadas, volviendo sobre las mismas y haciendo análisis de las consignas, la actividad estadística que promueve en los alumnos, la resignificación del contenido que se puede hacer.

Desde el equipo de cátedra podemos decir que a partir de estos encuentros de supervisión capacitante que se ejerció para el momento de la reflexión para la acción resultó en que el estudiante de práctica pudo hacer un recorrido diferente con el contenido a enseñar.

Se hace evidente el *segundo momento clave*, aquí se toman decisiones, no desde lo global, sino desde lo local. Se deben especificar detalles como objetivos, los contenidos, la organización, secuencia y tiempos esperados, las tareas que se proponen, la anticipación de errores, posibles intervenciones docentes, la evaluación que se propone y la bibliografía consultada. En este momento las clases deben tener un inicio, un desarrollo y un cierre. Aquí la reflexión para la acción cobra vital importancia pues se debe tener en cuenta qué se espera con la tarea dada, por qué es importante trabajarla y qué tipo de articulaciones o vinculaciones tiene esta tarea con lo trabajado anteriormente y con las tareas que se propondrán posteriormente.

A continuación, se presentan dos tareas propuesta por la estudiante para la primera planificación entregada, mencionadas como Caso 1 y Caso 2. Luego se muestran dos tareas elaboradas por la estudiante luego de los encuentros de coordinación para la reflexión, donde la supervisión capacitante se usó como estrategia de formación entre la estudiante y el equipo de cátedra.

Actividades planteadas inicialmente:

CASO 1

Objetivo: Recuperar la noción de moda y calcular la misma para datos sin agrupar.

Tiempo estimado: 20 minutos.

Actividad: Fuente: Matemática 8: Probabilidad y estadística. Longseller.

En una maternidad, se consultó la edad de las parturientas y se obtuvieron los siguientes resultados:

23 38 40 29 38 18 19 40 22 26
24 18 25 30 32 20 19 18 23 24
23 23 23 32 40 18 26 23 29 19
25 22 25 33 23 24 24 19 26 35
32 21 24 36 25 24 23 26 22 33

a) Organicen los datos anteriores en una tabla de distribución de frecuencias.

b) ¿Cuál es la edad que más veces aparece?

CASO 2

Objetivo: Afianzar el cálculo de medidas de dispersión. Interpretar el concepto de desviación.
Tiempo estimado: 50 minutos
Actividad: Fuente: Matemática 8: Probabilidad y estadística. Longseller.
En una fábrica de lamparitas, se realizó un estudio sobre las horas de duración de éstas. Después de analizar 50 lamparitas, se obtuvieron, en horas de duración los siguientes resultados:

150 230 350 349 432 487 512 178 555 689 541 602 438 609 444 411 532
698 478 512 290 632 598 785 492 632 569 502 371 598 501 389 734 541
441 702 498 654 542 699 456 555 397 745 449 797 666 526 698 578

a) Organicen los datos en una tabla de distribución de frecuencias agrupadas utilizando ocho intervalos de clase

b) Obtengan la media, la mediana y el intervalo modal

c) Calculen la varianza y la desviación

d) La media, ¿es representativa de la muestra?

CASO 3

Objetivo: Revisar medidas de tendencia central para datos sin agrupar. Interpretar gráficos estadísticos.

Tiempo estimado: 50 minutos.

Actividad adaptada sobre: Matemática 8: Probabilidad y estadística. Longseller. Adaptada.

En una maternidad, se consultó la edad de las parturientas y se obtuvieron los siguientes resultados:

```
 1 | 2: represents 12
  leaf unit: 1
             n: 50
    8     1 | 88889999
  (29)    2 | 01222333333334444455555666699
   13     3 | 0222335688
    3     4 | 000
```

Edad de las parturientas

a) ¿Cuál es la variable de estudio? ¿Qué tipo de variable es?

b) ¿Qué tipo de gráfico es el que se presenta? ¿Es correcto para la variable que estamos estudiando?

c) ¿Cuál es la edad más frecuente? ¿Qué nombre recibe ese valor en estadística?

d) Sin hacer cálculos ¿podrías estimar la edad promedio de las parturientas? ¿Qué nombre recibe ese valor en estadística? ¿Consideras que los datos se concentran alrededor de este valor?

e) Un médico asegura que el 50% de las parturientas tiene 23 años o menos, ¿es cierto? ¿Qué valor calculaste para saberlo?

f) ¿Cuál es el dato mínimo? ¿Y el máximo? ¿Cómo los identificaste? ¿Qué significan en la situación planteada?

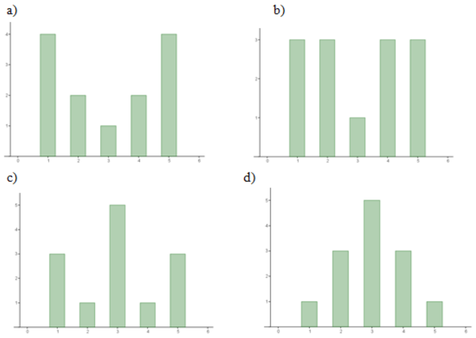
CASO 4

Tiempo estimado: 45 minutos

Objetivo: Reafirmar el concepto de desviación estándar y analizar gráficos

Actividad: Fuente: Elaboración propia

Los gráficos corresponden a puntajes obtenidos por cuatro personas en un juego. Cada uno realizó el juego 13 veces.



a) ¿Cuál es la variable de estudio? ¿Qué tipo de variable es?

b) Completa los gráficos con los datos faltantes.

c) Teniendo en cuenta los gráficos calcula la moda, la mediana y la media. ¿Qué significa cada una <u>en el contexto del juego</u>?

d) Teniendo en cuenta los gráficos, ¿cuál consideras que tiene mayor dispersión? ¿Por qué? Verifica tu respuesta haciendo el cálculo que consideres necesario con calculadora.

e) Si gana quien obtiene puntajes cercanos a 3, ¿quién es el ganador?

En este trabajo solo se presentan las actividades propuesta por el estudiante, si bien en la producción debió adjuntar resoluciones esperadas, intervenciones, justificaciones. Como se puede notar en los casos 1 y 2, elegidos para trabajar en una primera instancia, los tiempos y la gestión de la clase fueron pensados en función de la actividad matemática que se proponía realizar en cada actividad, perdiéndose de vista cuál es la actividad estadística, es decir alejándose del sentido estadístico y planteando algunas actividades donde se priorizaba la organización de datos en tablas y el cálculo matemático. Por ejemplo, en el caso 1, donde la actividad pretendía ser una revisión de temas anteriormente dados, se invertía mucho tiempo en el trabajo de organización de datos, no aprovechando la misma actividad para revisar más conceptos y enfocarlos en dirección al nuevo contenido a enseñar. En cambio, luego de la etapa de reflexión, de búsqueda de indagación, de estudio, de análisis, se logró el planteo de una actividad de revisión como la presentada en el caso 3, donde además de revisar resúmenes numéricos y medidas de tendencia central, se prioriza la interpretación y se incita al alumno a que informalmente analice la dispersión de los datos (ítem d). La actividad presentada en el caso 4, es de suma riqueza para la experiencia de la alumna, pues luego de la lectura y reflexión de actividades decide elaborar una que cumpla determinados objetivos, además se analiza el avance de la selección de actividades en función de la construcción del sentido estadístico.

De esta manera, desde la cátedra consideramos que hemos logrado iniciar el entrenamiento del futuro docente en uno de los problemas más cotidianos en su futura profesión, la planificación, trasmitiéndole la importancia de conocer las actuales líneas para la enseñanza de la estadística (en este caso) y priorizando el espacio de reflexión en esta etapa de la gestión de su clase; siendo a la vez conscientes de que debemos y podemos mejorar nuestra propuesta para estos trabajos prácticos.

Bibliografía

Achilli, E. (1987) La práctica Docente: una interpretación desde los saberes de los maestros. Cuadernos de Formación Docente Nº 1. UNR. Argentina.

Barreiro, P, Leonian, P, Marino, T, Pochulu, M, Rodriguez, M. (2016) Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación Matemática. Ediciones UNGS. Buenos Aires. Argentina

Batanero, C. (2009). Retos para la formación estadística de los profesores. Consultado el 5 de abril de 2017 en http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Formprofesores.pdf.

Batanero, C., Díaz,C., Contreras, M., Roa,R. (2013) El sentido estadístico y su desarrollo. Números Revista de Didáctica de la Matemática, 83, 7-18.

Davini, M.C. (2015) La formación en la práctica docente. Editorial Paidos. Buenos Aires. Argentina.

De Rivas, T; Benegas, M.A; Martini, C. (2003) Conocimientos que intervienen en la práctica docente. Praxis educativa 7. p. 27-34.

Gal, I. (2004). Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. En: D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.), The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking, pp. 47 – 78.

Parada, S., Figueras, O., Pluvinage, F. (2011). Un modelo para ayudar a los profesores a reflexionar sobre la actividad matemática que promueven en sus clases. Consultado el 7 de abril de 2017 en file:
///C:/Dialnet-UnModeloParaAyudarALosProfesoresAReflexionarSobreL-4156563.pdf.

Pérez, A., Cueto, G., Fernández, M., Filloy, J., Diez, S. Kemalnsky, D., Pomilio, C. (2015). Mejorando las competencias para la enseñanza de la estadística de profesores de secundaria en formación a través de talleres participativos. Consultado el 5 de abril de 2017en
http://iase-web.org/documents/papers/sat2015/IASE2015%20Satellite%2054_PREZ.pdf.

Prácticas innovadoras en la formación docente inicial.

FLAVIO SCHVARTZ

LORENA DÍAZ

diaz-karina@hotmail.com

Instituto Superior de Formación Docente “Cecilia Braslavsky”

Marco Institucional:

El Instituto Superior de Formación Docente “Cecilia Braslavsky” se encuentra ubicado estratégicamente en el centro de la Provincia de Misiones, Departamento Cainguás, Localidad de Aristóbulo del Valle. Es el primer instituto público que forma profesionales de la docencia para el nivel secundario en la Provincia, actualmente se especializa en la formación de docentes para el nivel secundario en las carreras de Matemática, Biología, Lengua y Literatura, Historia y Educación Física, único profesorado que forma para todos los niveles. El instituto inicia sus actividades a partir de diciembre del año 2013, su creación se inscribe en una educación pública y en la defensa del derecho de acceder a ella enmarcada en la LEN Nº 26.206 y en la Ley de Educación Superior, además de proponer grandes desafíos con una impronta de formación situada en contexto y un fuerte impacto en la inclusión educativa.

Presentación:

La formación en el campo de la práctica en el Instituto Superior de Formación Docente Cecilia Braslavsky constituye un espacio privilegiado de construcción colectiva. Es en el campo de la práctica, en la transmisión del oficio de enseñar donde se encuentran implicados el desarrollo de capacidades acordes a los nuevos lineamientos y diseños curriculares, conocimientos, habilidades, técnicas, pensamientos, pasión y compromiso por lo que se hace. A partir de las transformaciones sustanciales que vienen atravesando los nuevos planes de la formación docente, los espacios institucionales de práctica cobraron protagonismo al incorporarse desde los inicios de la formación, abarcando diferentes dimensiones de la misma a través del análisis, la reflexión, la experimentación y práctica contextualizada; su tratamiento situado. Se trata de formar docentes que se desempeñen en contextos y escenarios educativos reales, movilizando los conocimientos de los demás campos curriculares, a través de la participación y la incorporación progresiva de los estudiantes, estableciendo así la articulación entre la teoría y la práctica pedagógica como finalidad para expresar nuevos cuestionamientos, reflexiones y caminos para la formación de futuros profesores.

Es en este proceso graduado y de creciente complejidad desde el cual el ISFD desarrolla experiencias que forman y preparan a los futuros docentes, potenciando la vinculación entre el campo específico y el general al pensarse las prácticas desde un abordaje contextualizado, apelando y convocando variadas experiencias de enseñanza, a estar atentos a los nuevos escenarios de los sujetos, a abrirse a lo inesperado, a lo que sucede en cada espacio de participación donde el desarrollo de experiencias formativas articulan conocimientos que atienden a la imaginación, la invención, la iniciativa, la creatividad, la comprensión y el respeto hacia el otro. Se trata de recrear en cada situación alternativas de acción, la construcción de herramientas que habiliten la prueba y la experimentación.

En este sentido, el equipo del campo de la práctica crea las condiciones y los dispositivos que organizan la trayectoria formativa; los instrumentos de evaluación, la comunicación y las modalidades de acceso al escenario. A su vez, se dinamiza el plan de acción que favorece el desarrollo de procesos creativos y permite posicionar al docente formador en la importancia de recuperar tiempos y espacios para reflexionar como parte del ejercicio profesional utilizando la autobiografía escolar, los diarios de formación, las microclases, microexperiencias en escuelas asociadas, las prácticas simuladas, el trabajo colaborativo, como iniciativas en esa línea.

Por los motivos antes expuestos, consideramos que la formación de los futuros docentes en esta institución reviste gran importancia generando, en la Carrera del Prof. de Ed. Sec. en Matemática, herramientas que le permitirán al futuro docente realizar prácticas situadas en contexto, abordando la enseñanza de la disciplina en el nivel secundario con una impronta distinta. Desde ese marco se inscriben las experiencias que proponemos compartir en la VI Jornadas de Educación Matemática III Jornadas de Investigación en Educación Matemática, considerando que estas actividades promueven el desarrollo reflexivo de las propias prácticasdesde el mismo momento de su formación como futuros docentes.

Fundamentación:

Desde al año 2015, el Profesorado de Educación Secundaria en Matemática elaboró y llevó adelante una propuesta de trabajo como parte de un conjunto de acciones que involucran un recorrido por las trayectorias de los/as estudiantes, tomando las biografías escolares como insumo para reflexionar sobre las formas en que la matemática suele ser enseñada en la escuela, y al respecto entonces formular propuestas que involucren otras formas de enseñar orientadas a facilitar la motivación y el gusto por aprender, es decir promover las ganas de seguir aprendiendo, en términos de Marta Souto (1993). La experiencia al enmarcarse en el campo de la práctica, se constituye como un ámbito de articulación interdisciplinaria donde convergen distintos campos y unidades curriculares aportando no sólo sus especificidades sino principalmente buscando generar contenidos transversales.

Las experiencias desarrolladas desde la carrera de matemática se configuró a partir de instancias de:

- Reflexión sobre las biografías escolares;
- Planificación de propuestas lúdicas basadas en el entendimiento acerca del juego, asumiendo su dinámica como una forma creativa de acercamiento y comprensión de la realidad para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en el nivel secundario;
- Puesta en acto de las propuestas de actividades;
- Análisis y evaluación participativa de las experiencias a través de dispositivos de análisis, en este caso las narrativas pedagógicas.

Organización de las actividades:

Los/as estudiantes del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática, futuros docentes, a través del diálogo indagaron sobre los juegos que los/as adolescentes conocen desde la infancia y en los talleres propuestos los utilizaron como insumo para planificar actividades con cierto grado de significatividad. En palabras de los/as estudiantes plasmadas en las narrativas pedagógicas, como instancia de reflexión de los procesos de enseñanza aprendizaje, se extrajeron estas afirmaciones: *"A la educación le compete la tarea de pensar la recomposición de la trama de valores, de un mundo en común que nos comunique y nos ayude a vivir con más placer y menos angustia. Los juegos reglados, la invención colectiva o individual de soluciones posibles ante determinados problemas son algunas de las activida-*

des que pueden ejercerse en el aula como procedimientos posibles para que los adolescentes investiguen, formulen hipótesis, prueben estrategias, afirmen o nieguen resultados, es decir puedan aprender con interés y deseo diferentes contenidos".(Fragmento de una narrativa pedagógica de una estudiante del 2º año del Prof. de Ed. Sec. en Matemática 2015)

Consideramos que el aprendizaje de la Matemática, es un medio excepcional para desarrollar capacidades cognitivas que pueden transferirse con mayor facilidad dominios del aprendizaje, ya que contribuyen al desarrollo de la creatividad, la intuición y la capacidad de análisis crítico. Los estudiantes del nivel secundario, por lo general, presentan dificultades en el aprendizaje de esta ciencia y esto provoca que tengan sentimientos contrarios hacia la misma, y uno de nuestros deberes como docentes es no perder de vista la idea de que la matemática es una actividad humana, y que, siendo así, debe existir una matemática para todos. Por eso, una de las ocupaciones fundamentales del profesor es intentar cambiar estas actitudes y hacerlas positivas, y para ello, debe utilizar todos los medios a su alcance. Uno de los recursos didácticos para motivar al estudiante es el juego, ya que a través de él se pueden crear situaciones de máximo valor educativo y cognitivo que permitan experimentar, investigar, descubrir y reflexionar.

No importa cuál sea el formato, un buen juego de matemáticas requiere que se resuelvan problemas y se tomen decisiones matemáticas, volviéndolos desafiantes, siguiendo reglas y estructuras que se enfocan en habilidades de matemáticas específicas, es decir que un juego matemático puede ser un desafío visual, un enigma, un acertijo, una ilusión o una charla.

Desde este punto de vista y siguiendo las ideas de Adela Salvador:*"Un juego bien elegido puede servir para introducir un tema, ayudar a comprender mejor los conceptos o procesos, afianzar los ya adquiridos, adquirir destrezas en algún algoritmo o descubrir la importancia de una propiedad, reforzar automatismos"*; esta estrategia didáctica la abordamos través de talleres, entendiendo al taller como*:"un dispositivo provocador de cambios";* porque a través de su dinámica de trabajo se proponen acciones pedagógicas que tienden a lograr la circulación de significados diversos, la toma de conciencia, la comprensión, la elaboración de interpretaciones, y específicamente, la iniciación de procesos de reflexión. (Sanjurjo, L. 2016)

Siguiendo con la lógica de trabajo planteada en la formación de futuros profesores de Matemática, durante el año 2016 se llevó adelante una nueva experiencia, reiterando las actividades planteadas el año anterior y reforzando o bien reformulando aquellas que se consideraron pertinentes. También aquí el espacio lúdico jugó un papel central, en la misma confluyeron diferentes tipos de actividades lúdicas, abordando la dinámica de taller para el desarrollo de las actividades, todas pensadas desde el trabajo colaborativo de estudiantes y docentes del Instituto con vistas al nivel para el cual se están formando, o sea, el nivel secundario.

Descripción de la propuesta llevada adelante por los estudiantes del Prof. de Ed. Sec. en Matemática:

Las experiencias, tanto del 2015 como del 2016, tuvieron por objetivo compartir un espacio lúdico para fortalecer la enseñanza y aprendizaje de la matemática en el nivel secundario. Las actividades fueron pensadas y organizadas en torno a talleres, los mismos estuvieron organizados de la siguiente manera:

a) Taller destinado a Profesores de Matemática de escuelas secundarias.

En este taller el contenido a abordar fueron las TIC en la enseñanza de la matemática, la dinámica de trabajo giro en torno al planteo de un problema geométrico y el uso del programa geogebra, planteando la discusión y las posibles soluciones, considerando que en la didáctica de la matemática, se encuentra la base del análisis que constituye la reflexión.

b) Talleres destinados a estudiantes que cursan actualmente el Ciclo Orientado (Escuelas Asociadas).

El taller planteo el análisis y la reflexión sobre la importancia de aprender matemática en la escuela secundaria. Su objetivo giró en torno a que los estudiantes puedan analizar y justificar los posibles resultados a los que van arribando, en consonancia con lo expresado por Miguel de Guzmán, acerca de los aprendizaje de las matemáticas que no se realice solamente explorando las construcciones matemáticas en sí mismas, en las diferentes formas en que se han cristalizado a lo largo de los siglos, sino en un continuo contacto con las situaciones del mundo real que les dieron y les siguen dando su motivación y vitalidad.

c) Galerías de Talleres destinados a estudiantes del Ciclo Básico Común.

Estos talleres tuvieron como propuesta distintas instancias de la enseñanza de la matemática a través de actividades lúdicas, que implican conocimientos matemáticos para su resolución.

Estos talleres estuvieron a cargo de los estudiantes del 2º año del Profesorado de Matemática, desde el taller de práctica II y desde los dispositivo de microexperiencias.

Seguidamente se presenta una breve descripción de talleres que resultaron altamente significativos en cuanto a la selección de contenidos de los DCJ y los NAP, actividades propuestas y resultados obtenidos tanto para los estudiantes del nivel superior (organizadores) quienes estuvieron al frente de los mismos, como para los estudiantes del nivel secundario de ambos ciclos (destinatarios).

- Taller: "La vuelta al mundo en 80 problemas":

El objetivo del taller consistió en que los estudiantes del nivel secundario resuelvan distintos problemas hasta completar el recorrido. Los recursos que se utilizaron para realizar la actividad fueron un tablero, dados, tarjetas, láminas, delantales de colores para organizar a los grupos de estudiantes del nivel secundario. Los mismos, aplicaban conocimientos previos de Álgebra y Geometría para la resolución de los problemas variados propuestos.

- Taller: "El fútbol de la matemática"

En este taller se trabajó con Ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita, considerando que estos contenidos, en general, son complejos para los estudiantes en los primeros años del Ciclo Básico de la Educación Secundaria. La actividad propuesta aportó al repaso de los contenidos en forma de juego generando mayo interés y predisposición por parte de los estudiantes.

- Taller: "Arrancones"

La propuesta consistió en un juego que involucró las operaciones de suma y resta en Z, con el fin de reforzar este contenido en el ciclo básico del nivel secundario. Una de las reglas del juego consistió en que el grupo que llegara a la meta era el ganador, por ello un integrante de cada grupo, aleatoriamente debía tirar los dados (positivo y negativo) y con el grupo realizar la operación correspondiente, que indicara cuantos casilleros podía avanzar o retroceder.

Posteriormente a la realización de las jornadas, los estudiantes del nivel superior, a través del dispositivo de narrativas pedagógicas, reflexionaron críticamente sobre la propuesta. A continuación se presentan algunos fragmentos de las narrativas presentadas consideradas enriquecedoras como parte de la evaluación.

En palabras de los estudiantes del nivel superior:

- La micro – experiencia consistía en presentar a alumnos de secundaria una actividad lúdica en la cual nosotros debíamos crear un juego que esté relacionado con la matemática, dicha actividad debía corresponderse con algún nivel y reflejar algún contenido que figure en el Diseño Curricular Jurisdiccional, y extraído de los NAP (Núcleo de Aprendizajes Prioritarios). (N2)

- Ante esto pensamos que no sería fácil poder buscar una actividad que tenga los requisitos necesarios para llevarla al aula, y además que esta tenga un sentido para el alumno, que pueda cautivar la atención del grupo y donde se produzca una competencia sana. En poco tiempo logramos pensar una actividad que cumplía las condiciones, después de profundizar los NAP, donde elegimos un tema/contenidopara primero/segundo año, perteneciente al eje "En relación con el número y las operaciones", el tema era "adición y sustracción en el conjunto de los números enteros (Z)", selo mostramos al profesor y le pareció interesante, entonces solo nos faltaba trabajar sobre esta para que,en el día de nuestra micro – experiencia,no surja ningún imprevisto. Aunque ese temor persistía, nos fuimos acostumbrando a distintos conceptos, no sólo trabajados desde la práctica II, sino también originarios de la cátedra Didáctica General, definida por Alicia Camilloni como: "(...) una disciplina científica que tiene la misión de estudiar la acción pedagógica, las prácticas de enseñanza (...)". (N3)
- Esto expresa que la educación matemática es un sistema complejo que Steiner lo denomina de la siguiente manera "(...) Sistema de Enseñanza de la Matemática (...). En dicho sistema se identifican subsistemas componentes como: la propia clase de matemáticas, la formación de profesores, desarrollo del currículo, la propia Educación Matemática, como una institución que forma parte del Sistema de Enseñanza de la Matemática (...)" (GODINO; 2010; 2). (N2)
- Para la selección de los juegos debíamos tener en cuenta, cuales son los contenidos que son enseñados en el nivel secundario, para ello, el profesor puso a nuestra disposición el Diseño Curricular Jurisdiccional y los NAP, (núcleo de aprendizajes prioritarios) que según la autora María Cristina Davini "El punto de partida para cualquier programación específica, es el plan de estudios o currículo oficial, en el que se define, estructura y organiza la propuesta educativa". (N 3)
- La selección del juego no era el único dilema, debido a que teníamos que elegir un contenido matemático, en el cual se basaría nuestra actividad. A partir de esto, buscamos en los NAP que contenido nos parecía adecuado, fue así que elegimos "Ecuaciones de primer grado con una incógnita" del eje Relación con el Álgebra y las funciones, para el ciclo básico 1° y 2° año, ya que este fue el tema que nos pareció más propicio. (N2)

- Fue una experiencia muy interesante y agradable, pudimos compartir lindos momentos, aprendimos y nos divertimos. Cabe resaltar una frase de Rebecca Anijovich donde nos habla sobre las experiencias que compartimos durante nuestro proceso de formación docente son “una fuente importante de aprendizaje para los alumnos con y sin experiencia en la docencia”. (N 4)

A modo de cierre:

Tal como se plantea en el resumen, el trabajo presentadopara este Congreso no constituye en sí mismo una investigación, si se podría comenzar a pensar desde este tipo de propuestas, algunos interrogantes que permitan a los futuros formadores abordar la enseñanza de la matemática desde una mirada más situada, en contexto, respondiendo a los lineamientos planteados por los Diseños Curriculares Jurisdiccionales y por la LEN Nº 26.206, como también a los resultados de evaluaciones nacionales que indican, en este último caso, las dificultades que presenta la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina en todo el país.

Las prácticas innovadoras que se presentan para este congreso, no pueden ser pensadas sino en confluencia de actores e intereses. Tanto docentes como estudiantes son protagonistas en idea y ejecución, pero existe un encuadre institucional que habilita y posibilita la vinculación comunitaria y multiactoral.

Bibliografía:

Contreras, M. (1993) “LAS MATEMÁTICAS DE ESO Y BACHILLERATO A TRAVÉS DE LOS JUEGOS. Extraído de “IDEAS Y ACTIVIDADES PARA ENSEÑÁR ÁLGEBRA”. Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje. Nº 33. Editorial Síntesis, (primera reimpresión de junio de 1993, capítulo 8, pp 151-198)

Davini, M.C. (2015) “LA FORMACIÓN EN LA PRÁCTICA DOCENTE”. Ed. Paidós.

D’andrea, C. “JUEGOS MATEMÁTICOS Y ANÁLISIS DE ESTRATEGIAS GANADORAS. Departamentd’Àlgebra i Geometria, Facultat de Matemàtiques, Universitatde Barcelona.Gran Via505, 08007, Barcelona. España.

De Guzmán Ozámiz, M. (1989) “Juegos y Matemáticas”. Revista Suma.

DCJ del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática.

DC del Nivel Secundario.

NarrativaPedagógica: estudiantes del 2º año del Profesorado de Ed. Secundaria en Matemáticas 2015/2016 del ISFD CECILIA BRASLAVSKY.

Parra, C. y Saiz, I. (comps.) "DIDÁCTICA DE MATEMÁTICAS". *Aportes y reflexiones*. Editorial Paidós Educador. Primera edición, 1994. Quinta reimpresión, 1997 Buenos Aires

Salvador, A. "EL JUEGO COMO RECURSO DIDÁCTICO EN EL AULA DE MATEMÁTICA" (S/más datos)

Souto, M."LA CLASE ESCOLAR. UNA MIRADA DESDE LA DIDÁCTICA GRUPAL. CORRIENTES DIDÁCTICAS CONTEMPORÁNEAS" (1993) (S/más datos).

Sanjurjo, L. y otros(2016) "Didáctica para profesores de a pie". Cap. III. Homo Sapiens.

Un posible abordaje de la modelización matemática en la formación de profesores.

NILDA ETCHEVERRY
MARISA REID
ROSANA BOTTA GIODA
mareid@exactas.unlpam.edu.ar
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de la Pampa (UNLPam).

Introducción

En la asignatura Practica Educativa II del tercer año del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam se considera que la escuela debería aportar las herramientas para que los estudiantes adquieran habilidades para utilizar y relacionar los conceptos, las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana.

Creemos que la aplicación de la modelización matemática, en educación secundaria, favorece este propósito en la medida que los estudiantes logren plantear y resolver situaciones problemáticas con criterios de objetividad y en consonancia con su entorno sociocultural.

Distintos investigadores han argumentado sobre la inserción de actividades de modelización en la matemática escolar. En este sentido Barbosa (2001), señala que la modelización puede generar un ambiente de aprendizaje en el cual los alumnos son invitados a problematizar e investigar, por medio de la matemática, situaciones con referencia en la realidad.

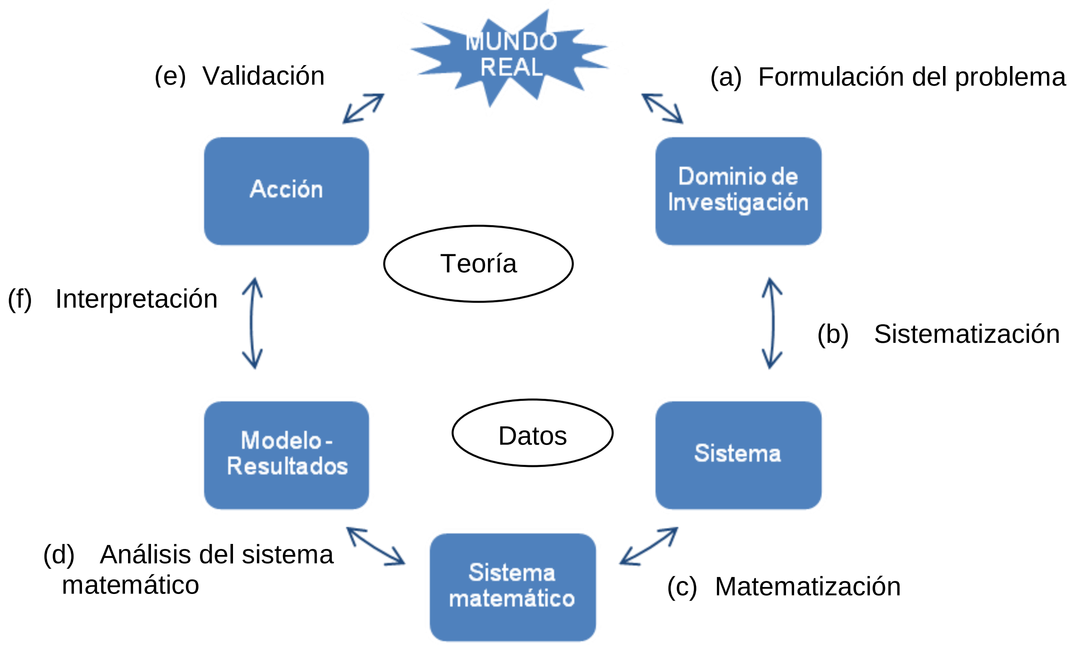
En la literatura internacional se plantea la necesidad de que los futuros profesores tengan experiencias con estrategias de enseñanza como la modelización matemática durante su formación, con el fin de mitigar las dificultades que se presentan en su implementación en las aulas. Además, algunos autores como Kaiser y Sriraman (2006) señalan que no existe una transferencia entre el conocimiento de los conceptos matemáticos al conocimiento sobre la resolución de problemas y las aplicaciones, es decir que este último aspecto requiere ser tratado de manera diferenciada en el currículo.

En consecuencia, se propondrá al grupo de estudiantes de la asignatura una situación problemática, con el fin de abordarlo poniendo énfasis en las fases del ciclo de modelización.

Atendiendo a lo antes expuesto se formularon las siguientes cuestiones: ¿Cómo representan los futuros profesores los problemas matemáticos relacionados a su entorno real? ¿Qué esquemas de modelización utilizan al resolver problemas del mundo real? ¿Qué respuestas dan a los problemas que se les propone dentro de un contexto de modelización?

La modelización matemática es un término empleado en distintos contextos y con distintos objetivos, una buena clasificación de las investigaciones en el área se puede encontrar en los trabajos de Blomhøj (2009). Modelizar en el ambiente de Educación Matemática refiere al proceso que involucra la representación de la realidad por medio de un modelo matemático.

En esta experiencia, adoptamos los momentos descriptos por Blomhøj y Jensen (2003) que ofrecen una visualización útil y completa del proceso de modelización, a través de seis etapas o sub-procesos:



(a) Formulación del problema: formulación de una tarea (más o menos explícita) que guíe la identificación de las características de la realidad percibida que será modelizada.

(b) Sistematización: selección de los objetos relevantes, relaciones, etc. del dominio de investigación resultante e idealización de las mismas para hacer posible una representación matemática.

(c) Traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático.

(d) Uso de métodos matemáticos para arribar a resultados matemáticos y conclusiones.

(e) Interpretación de los resultados y conclusiones considerando el dominio de investigación inicial.

(f) Evaluación de la validez del modelo por comparación con datos (observados o predichos) y/o con el conocimiento teórico o por experiencia personal o compartida.

Un proceso de modelización siempre toma la forma de un proceso cíclico donde las reflexiones sobre el modelo y la intención de uso de éste, conduce a una redefinición del mismo.

El conocimiento teórico y los datos empíricos concernientes al dominio de investigación son la base para todos los sub-procesos.

Se espera que con la implementación de estas actividades los futuros profesores desarrollen la comprensión del ciclo de modelización matemática como un proceso que implica hacer suposiciones y validar conclusiones vinculadas a situaciones cotidianas.

La idea es que los futuros profesores tengan experiencias prácticas y accedan a un conocimiento teórico sobre modelización matemática durante su formación profesional. En el aspecto práctico se espera que experimenten su uso como una metodología de enseñanza (Lingefjärd, 2007); además, se sugiere la reflexión sobre la organización del aula y de los contenidos, las dificultades, tensiones y beneficios obtenidos mediante su implementación en la educación secundaria (Barbosa, 2001).

La Propuesta

La experiencia se desarrollará el primer cuatrimestre del año 2017 con estudiantes que cursen la asignatura Práctica Educativa II. Las actividades se planificaron en tres momentos. En una etapa inicial, se discutirán el concepto Modelo y las distintas perspectivas de Modelización. También se leerán y analizarán artículos referidos a proyectos de modelización matemática en la escuela secundaria, de autores tales como, Esteley, Mina, Cristante y Marguet (2007) y Blomhøj (2004).

Para el segundo momento los alumnos distribuidos en grupos explorarán un problema de la realidad por medio de la Matemática para comprender qué es Modelización Matemática, discutiendo las fases del proceso. Las docentes responsables de la asignatura actuarán como orientadoras, cuando los estudiantes lo requieran, realizando preguntas que invoquen la investigación en el desarrollo del proceso de modelización.

En las diferentes etapas de ejecución del proceso de Modelización Matemática, los alumnos necesitan analizar información, usar diferentes modos de representación (algebraica, gráfica, geométrica, numérica), formular problemas, desarrollar modelos y encontrar soluciones, formular y justificar conjeturas, analizar e interpretar los resultados.

El tercer momento será dedicado a la presentación de la producción de cada grupo, donde describirán las suposiciones que consideraron en la resolución del problema, las hipótesis que debieron realizar y la justificación de los resultados. Estas presentaciones permitirán que los distintos grupos discutan las soluciones de cada uno, comparen y contrasten los distintos enfoques. Además se debatirá y reflexionará sobre las posibilidades curriculares y pedagógicas de la modelización matemática en la enseñanza de matemática.

Lingefjärd (2007) sostiene que la integración efectiva de la modelización en la enseñanza de las matemáticas escolares, puede darse si los profesores en formación desarrollan conocimientos y llevan a cabo experiencias donde reflexionen sobre el uso de esta estrategia en la enseñanza de contenidos matemáticos. Esto pone en evidencia la importancia de integrarla en el diseño de tareas. De este modo, el futuro profesor comprenderá el potencial de la modelización como estrategia de enseñanza y desarrollará el conocimiento necesario para sus distintas formas de aplicación en la enseñanza de las matemáticas.

Presentamos a continuación la situación problemática que se propondrá, desde la asignatura, al grupo de estudiantes para realizar el trabajo planteado:

Un alumno trae a clase un anuncio en un folleto de un supermercado. En él aparece una promoción de rollos de papel higiénico. Vamos a considerar que hemos incluido en nuestro chango la compra de un rollo de papel en cuyo envase se indica que tiene, 4 rollos de 50 metros cada uno. Nos planteamos, como consumidores saber, si efectivamente, cada rollo mide o no la longitud anunciada. Pero, ¿cómo hacerlo?

Desde luego, no parece lo más adecuado ir, por ejemplo, a una cancha de fútbol, para desenrollar el papel y medirlo (cosa que por otra parte habría que hacer con mucha precisión porque este método, además de poco ortodoxo y poco atractivo, podría inducirnos a error, si el papel no está bien desenrollado y nuestra forma de proceder con la medición no es muy cuidadosa). Pensemos, como futuros profesores de Matemática diferentes formas de abordar el problema.

Analizamos para la situación propuesta diferentes metodologías de trabajo, cada una de ellas conducen a una ecuación, modelo matemático, que permitirá obtener la longitud del rollo.

Algunas propuestas de resolución a este problema sencillas, otras más técnicas y otras originales, que se podrían derivar del trabajo de este problema en el aula son las siguientes:

1) Podemos ver el rollo de papel como una serie de circunferencias concéntricas.

Comencemos considerando el rollo de papel como un cilindro hueco (Figura 1)

Figura 1.

donde r denota el radio del tubo cilíndrico de cartón sobre el cual va enrollado el papel y R es el radio del cilindro total del rollo (con el papel enrollado).

Podemos considerar que la longitud L del rollo de papel (que es la magnitud que queremos calcular) es la suma de cada una de las n capas que definen el cilindro de papel. Si llamamos con e al espesor del papel, la longitud l_n de la capa n -ésima es la de una circunferencia de cierto radio que, es función de r y e (suponiendo que el radio de cada capa llega desde el centro de la circunferencia que define el cilindro hueco de cartón hasta el punto más lejano de la capa correspondiente). En esta oportunidad se supone que cada capa es una circunferencia. Surge aquí una idea interesante para ser abordado en el aula: ¿cómo cambiará la solución si en lugar de tomar el punto más alejado del centro del centro del cilindro, consideráramos el punto medio del espesor de la capa o un punto de la parte de la capa más cercana al centro del cilindro de cartón?

El instrumento utilizado para medir el grosor e del papel puede ser el micrómetro (del griego micros, pequeño, y metros, medición) o también llamado Tornillo de Palmer.

Las expresiones para las tres primeras capas que tenemos:

$$l_1 = 2\,\pi\,(r + e)\,; \quad l_2 = 2\,\pi\,(r + 2e)$$

Y así siguiendo

$$l_n = 2\,\pi\,(r + ne).$$

Teniendo en cuenta que la longitud total de papel está dada por la suma de los perímetros de la primera a la última vuelta, es decir:

$$L = \sum_{k=1}^{n} 2\pi(r + ke)$$

y aplicando la fórmula de la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética se obtiene:

$$L = 2n\pi r \; + \; 2\pi e\frac{n\,(n+1)}{2}.$$

Por otra parte observemos que el número de capas es $n = \frac{R-r}{e}$.

Como estamos pensando que n es muy grande, podemos suponer que $n \approx n + 1$, y en este caso

$$L \approx 2\,\frac{R-r}{e}\pi r \; + \; 2\pi e\frac{(R-r)^2}{2e^2} = \frac{\pi}{e}(R-r)(2r + R - r) = \frac{\pi}{e}(R^2 - r^2).$$

Este modelo nos da la solución en términos de los datos: los radios de los cilindros (el exterior R, e interior r) y el espesor e del papel los cuales podemos nosotros mismos medir.

2) La siguiente es otra solución que puede surgir del trabajo en el aula y que requiere conocimientos más básicos o elementales.

Si desenrollamos todo el papel, la tira que queda puede considerarse como un paralelepípedo de altura igual a: e (el espesor o grosor del papel) y base un rectángulo de lados, la longitud buscada L y anchura la altura del cilindro donde se enrolla el papel, digamos h. El volumen de este paralelepípedo debe coincidir con el del cilindro hueco que define el rollo de papel. Imponiendo esta condición se obtiene una ecuación que permite calcular L en términos de los datos:

Volumen cilindro con hueco= $\pi(R^2 - r^2)h$ y Volumen del paralelepípedo = Lhe.

Igualando y despejando tenemos

$$L = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{e}.$$

3) En la primera resolución se ha supuesto que el papel puede ser tratado como capas discretas de radio creciente, aunque con diferentes valores para sus radios.

Ahora supongamos que el papel es en una hoja continua, por lo que en realidad el rollo se asemeja a una espiral, para las que ya existen fórmulas que permiten calcular la longitud de papel del rollo encontrando la longitud de la espiral de Arquímedes.

A pesar de ser curvas muy conocidas por su presencia en el entorno en que nos desenvolvemos, las espirales no son suficientemente trabajadas en un curso de Análisis Matemático. Se puede deducir fácilmente que, en coordenadas polares (r, θ), esta espiral puede ser descrita por la siguiente ecuación general:

$$r = a + b\theta,$$

siendo a y b números reales, en donde a es la distancia entre el punto inicial de la espiral y el origen de coordenadas y b controla la distancia entre los giros sucesivos.

Como es necesario encontrar una expresión para $r(\theta)$. En primer lugar, cuando

$$\theta = 0, r(\theta) = r_0,$$

así, $a = r(0) = r_0$.

Esta curva se caracteriza por el hecho de que vueltas sucesivas de la misma tienen distancias de separación constante, en este caso está dada por el espesor e del papel. Como puede verse si restamos los radios de dos espiras consecutivas al dar una vuelta completa. Esto es,

$$r = a + b\theta$$
$$r' = a + b(\theta + 2\pi).$$

De donde, $r' - r = 2\pi b$.

Se puede observar que, en el caso del rollo de papel, la distancia entre dos espiras consecutivas está dada por el grosor del papel. Luego, debe ser $2\pi b = e$, de donde el parámetro b está dado por $b = \frac{e}{2\pi}$.

Por consiguiente,

$$r(\theta) = r_0 + \frac{\theta e}{2\pi}.$$

Así, al graficar la ecuación en un sistema de coordenadas polares, utilizando el software GeoGebra se obtiene la siguiente curva (Figura 2):

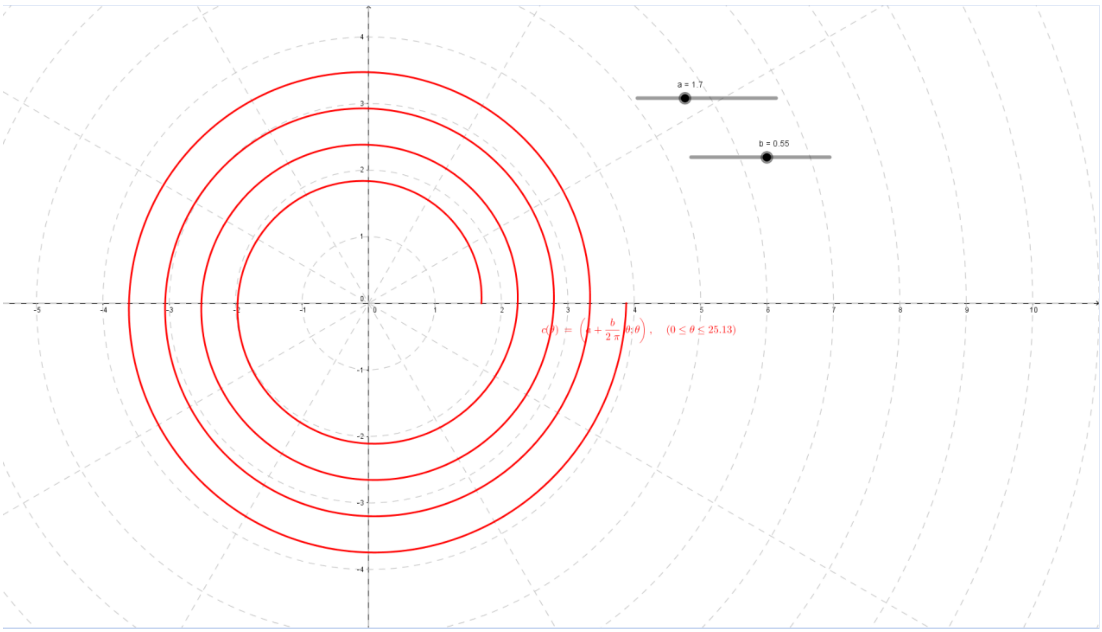


Figura 2.

Usando la fórmula de cálculo de la longitud de una curva, estudiada en Análisis Matemático, y teniendo en cuenta que la espiral puede representarse como $r\ (\theta)$, donde θ es el ángulo y que el valor máximo de θ es $2\pi n$, pues hay n vueltas de papel en el rollo de papel, obtenemos:

$$L = \int_0^{2\pi n} \sqrt{(r'(\theta))^2 + (r(\theta))^2}\ d\theta = \int_0^{2\pi n} \sqrt{\left(\frac{e}{2\pi}\right)^2 + \left(\frac{e}{2\pi}\theta + r_0\right)^2}\ d\theta$$

Utilizando algún software como por ejemplo, Wolfram | Alpha obtenemos la primitiva:

$$\int \sqrt{\left(\frac{e}{2\,\pi}\right)^2 + \left(\frac{e\,\theta}{2\,\pi} + r_0\right)^2}\ d\theta = \frac{(e\,\theta + 2\,\pi\,r_0)\sqrt{(e\,\theta + 2\,\pi\,r_0)^2 + e^2} + e^2 \sinh^{-1}\left(\theta + \frac{2\,\pi\,r_0}{e}\right)}{4\,e\,\pi} + \text{constant}$$

Y la evaluación de esta expresión en los límites de la integral nos da la longitud de la curva deseada.

La situación propuesta tiene el potencial natural de integrar múltiples prácticas matemáticas pues el proceso de modelización requiere que los estudiantes justifiquen sus supuestos, validen conclusiones, tomen decisiones matemáticas apropiadas e iteren refinamiento en esas elecciones y suposiciones hasta alcanzar una solución aceptable.

Consideramos importante analizar:

a) cambio en la práctica docente, varios factores pueden ser responsables de estos cambios, tales como la motivación, el interés, la participación y la enseñanza de los estudiantes.

b) dificultades en el ejercicio del rol docente con la integración Modelización Matemática, que requiere tiempo para su ejecución, lo que torna su dinámica en un trabajo difícil, generando inseguridad y constituyen un obstáculo para la incorporación de la modelización en las aulas.

c) planificación de la enseñanza de la Matemáticas, relacionada con la elección de materiales y recursos en el diseño y análisis de las tareas u oportunidades de aprendizaje. En este sentido, se asume que la formación inicial de profesores de matemáticas debe integrar las herramientas TIC como recursos de enseñanza.

Comentarios Finales

Para que un cambio en la enseñanza de la Matemática ocurra, es necesario crear los espacios donde los futuros profesores tengan la oportunidad de familiarizarse desde su formación y construir un conocimiento profesional que le permita tomar una perspectiva de renovación.

En esta experiencia se plantea trabajar con la modelización matemática con un doble objetivo que los futuros profesores vivencien el trabajo con este tipo de situaciones para su posterior planificación y transferencia al ciclo básico u orientado de la educación secundaria.

La condición necesaria para que el profesor implemente situaciones de modelización en la enseñanza es tener audacia, gran deseo de modificar su práctica y tener disposición a conocer y aprender.

Baumert et al. (2010) señalan que el conocimiento pedagógico del contenido es una influencia decisiva tanto en la calidad de la instrucción como en la mejora de la calidad del aprendizaje de los escolares. Señalan también que para poder desarrollar conocimiento pedagógico del contenido es necesario un conocimiento sólido del contenido matemático.

Por lo tanto, es imperativo que los profesores desarrollen un buen entendimiento de la modelización para que puedan usarla como estrategia de enseñanza usando conceptos conocidos y aprendiendo nuevos.

Esta experiencia facilitará reflexiones, modificaciones y revisiones de los modelos conceptuales de los futuros profesores y brindará herramientas que los preparen mejor para anticipar las formas en sus alumnos pueden pensar matemáticamente los problemas del mundo real.

Creemos que esta etapa de formación inicial puede poner los cimientos para el desarrollo de conocimientos y competencias que permita al docente generar una actitud crítica hacia la propia práctica.

Referencias Bibliográficas

Barbosa, J.C. (2001). Mathematical Modelling in Pre-service Teacher Education, en Matos, J.F., Blum, W., Houston, S.K. y Carreira, I.S.P. (eds.). Modelling and Mathematics Education. (ICTMA 9: Applications in Science and Technology). Chichester, UK: Horwood Publishing.

Baumert, J.,Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., et al. (2010).Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress.American Educational Research Journal, 47(1), 133–180. doi: 10.3102/0002831209345157.

Blomhøj, M. (2004) Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica.Traducción: María Mina Traducción autorizada por el autor del artículo: Blomhøj, M. Mathematical modelling - A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.) International Perspectives on Learning. National Center for Mathematics Education. Suecia, pp. 145-159. Disponible en http://www.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_23/23_2_Modelizacion1.pdf

Blomhøj, M. (2009).Different Perspectives in Research on Teaching and Learning Mathematical Modelling.Categorizing the TSG21 Papers. In Blomhøj, M. & S. Carreira, (eds.). Mathematical applications and modeling in the teaching and learning of mathematics. Proceeding from topic study group 21 at the 11th International congress on Mathematical education in Monterrey, México, July 6-13, 2008. Imfufa, Roskilde Universiy, Denmark: Authors.

Blomhøj, M. y Højgaard Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning.*Teaching Mathematics and its Application 22* (3),123-138

Esteley, C., Mina, M., Cristante, A. y Marguet I. (2007).Innovación en el aula: desarrollo profesional y modelización. En R. Abrate & M. Pochulu (Eds.). Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática. Villa María: UNVM

Kaiser, G. y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education.Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38 (3), pp.302-310.

Lingefjärd, T. (2007).Modelling in teacher education. En Blum, Galbrait, Henn y Niss (Eds). *Modelling and applications in mathematics education*.The 14th ICMI Study.(pp. 475-482). New York: Springer.

Integrando y compartiendo experiencias y aprendizajes: relato de una experiencia diferente de práctica docente.

Gladys Cáceres

Macarena Lapi

Beatriz Erbiti

beatrizerbiti@gmail.com

Instituto Superior "Juan XXIII".

Fundamentación:

"La docencia exige la permanente comprensión de la realidad educativa, que está constituida por situaciones en que lo particular, y aun lo singular, las denotan, connotan y determinan en su naturaleza." (Dirección General de Cultura y Educación de la Pcia. de Bs. As. 2000. Pág. 3)

La experiencia surge en el marco de la Práctica Docente IV del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática. En el ciclo lectivo 2016 nos encontramos con una alumna de dicho profesorado que debía concretar su residencia docentes y que, en ese momento, era una docente de Nivel Primario con 27 años de antigüedad en la docencia, una antigüedad en el nivel para el que se está formando de 22 años (12 años en 7mo. año del tercer ciclo, actual 1er. año de ESB y 10 años en ESB) y estaba cursando su última materia del profesorado de Matemática. Esta situación nos desafía como formadores de formadores y como instituto de Formación Docente dado que consideramos que pensar para esta alumna una experiencia de práctica convencional, por un lado no le permitiría avanzar demasiado en su proceso formativo y por otro no nos permitiría capitalizar su experiencia para su propia formación ni para la formación de otros alumnos del profesorado. Es por eso que comenzamos a delinear un proyecto que fuera capaz de:

- Capitalizar la experiencia docente previa, de la alumna residente, tanto para su propia formación como para la de otros alumnos del profesorado.
- Posibilitar el intercambio de saberes entre la alumna residente, alumnos de los primeros años del profesorado y docentes.

- Favorecer el avance en el proceso formativo de los alumnos, futuros docentes.

Quienes hoy presentamos el relato de la experiencia fuimos las principales involucrados en el antes mencionado proyecto:

- Gladys Caceres, alumna de Práctica Docente IV, quien debía concretar en esa materia la residencia docente.
- Macarena Lapi, alumna de 2do. Año del profesorado de Matemática, quien debía concretar observaciones de clase en el marco de la Práctica Docente II, la que se amplía con la posibilidad de una observación participante.
- Beatriz Erbiti, docente a cargo de la Práctica Docente VI.

En una primera instancia la propuesta consistió en que Gladys desarrollara la residencia en uno de los cursos en los que daba clase en ese ciclo lectivo (2016). Las clases serían preparadas con la orientación de la profesora de Práctica y durante la puesta en aula de las mismas se encontraría acompañada por una alumna de 2do año quien realzaría las observaciones correspondientes a la Práctica de ese año. Se seleccionó para participar en la experiencia a Macarena, una alumna de segundo año que se mostraba muy interesada y a su vez casi conflictuada por la tarea del docente en el aula, y a quien la experiencia le podría permitir disipar ciertas dudas que le ofrecía su futura labor.

Una vez que hubo acuerdo entre las tres principales involucradas, se realizaron las gestiones con la institución destino, cuyo equipo directivo se mostró siempre dispuesto, alentó y favoreció la experiencia. Algo similar ocurrió con el equipo directivo del instituto formador, cuyos miembros acompañaron desde el comienzo y fueron también gestores del proyecto.

Para la elaboración de las clases tomamos como marco teórico el de Didáctica de la Matemática, especialmente la Teoría de las Situaciones Didáçticas que, por otra parte, conforma el Marco Teórico del Diseño Curricular Jurisdiccional de la Provincia de Buenos Aires.

Para llevar adelante la observación nos basamos fuertemente en la visión y en las conceptualizaciones de Anijovich, Rebeca (2009). Dicha observación se llevará a cabo por las tres involucradas en la experiencia:

- La observación de Macarena, tendrá como objeto confeccionar el principal registro dado que es quien tiene esa única tarea y presenciará el total de las clases.
- La observación de Beatriz como profesora de la Práctica Docente, en el transcurso de la asistencia a algunas de las clases.

- La auto-observación de Gladys, con el doble propósito, por un lado el de revisar la tarea con el fin de reencausarla si fuera necesario y por el otro con el propósito de elaborar una reflexión con proyección a futuras prácticas.

Como trabajo final para la alumna residente se propone la elaboración y presentación de una reflexión en relación con su experiencia de práctica docente. En dicha reflexión será importante que se integre el producto de los registros de observación con el marco teórico que se propone durante los cuatro años de formación del profesorado.

Presentamos a continuación el relato de la experiencia elaborado por cada una de las tres principales involucradas.

Relato de la experiencia, elaborado por Gladys Cáceres:

El proyecto se llevó a cabo con 35 alumnos (varones y mujeres) de 2° año A. La institución escolar, situada en uno de los barrios de la ciudad de Bahía Blanca, Villa Mitre, de gestión privada y confesional, cuenta con tres niveles educativos, la mayoría del alumnado pertenece al barrio y otros provienen de distintos sectores de la ciudad.

Mi desempeño en la Institución es de 27 años, comencé como docente en el nivel primario hasta la Reforma Educativa, que se pedía que los docentes que estaban en 7mo.grado debían realizar la Reconversión en una determinada área, fue así que surgieron diferentes Capacitaciones Docentes como la que brindó la Universidad Nacional del Sur en la que yo participé, hasta que un día decidí comenzar el Profesorado en Matemática en el Instituto Juan XXIII.

Fueron años de mucho sacrificio, atender y no descuidar a dos hijas, trabajar para mantener el hogar e ir a cursar cada día para lograr la meta que me propuse. Hubo muchas alegrías y también fracasos, estos me desalentaban, pero tenía un grupo de jóvenes como compañeros, de los cuales aún conservo su amistad, que me apoyaron y ayudaron para que no baje los brazos.

También, tengo que agradecer a la hermana Leónidas que me dio la posibilidad de tener a cargo los Primeros y Segundos años de Educación Secundaria, con el compromiso de finalizar la carrera, y dejando en Acta con Inspectora sobre mi condición, lo que debía presentar cada año lectivo mi constancia de materias cursadas y rendidas.

Por fin, llego a cursar la última materia del Profesorado, Práctica Docente de IV, y con ella, una propuesta muy interesante, realizar la Práctica en uno de los cursos en el cual trabajo diariamente, debía decidir cuál de ellos y la Unidad Didáctica a desarrollar, con la presencia de una alumna del Profesorado observando cada una de mis clases.

La Unidad Didáctica elegida fue Geometría: ángulos: clasificación, ángulos entre paralelas y ángulos en triángulos, se planificó y ejecutó con la intención de por un lado, trabajar los contenidos del Diseño Curricular desde la perspectiva de resolución de problemas, enfatizando la toma de conciencia, por parte del alumno, de su propio accionar cognitivo durante la actividad resolutoria. A su vez, se logró considerar a la Matemática como una forma especial de pensamiento y al salón de clases como una comunidad matemática donde se llevan a cabo procesos de producción y socialización del conocimiento matemático. La utilización de la resolución de problemas abarcó las cuatro modalidades de trabajo (individual, parejas, pequeños grupos y grupo total) y también el uso de los instrumentos de geometría, para el trazado de rectas y construcción de figuras.

Esta práctica pedagógica, me permitió la posibilidad de replantear algunos aspectos de mi labor, de ser un docente que imparte el conocimiento y brinda los ejemplos a un docente que brinda diferentes situaciones para que el alumno se apropie del conocimiento, intentando trabajar desde un modelo aproximativo (siguiendo a Roland Charnay 1994) como modelo de enseñanza. Junto a la docente de la práctica fuimos revisando los planes de clase y eso me permitió realizar algunos ajustes y cuestionarme respecto de algunos conceptos o de la forma de darlos que había llevado adelante durante muchos años.

Se plantearon diversas situaciones que ponían en juego la actividad mental de los alumnos generando un esfuerzo personal en cada uno de ellos en resolver lo planteado, de modo que puedan ser conscientes de su propia dinámica cognitiva; es decir, de los procesos de pensamiento que desarrollan cuando llevaron a cabo la actividad resolutoria. Cada alumno puso de manifiesto ante una situación problema todos susconocimientos, sus emociones, sentimientos y demás circunstancias afectivas que se generan en él cuando intentan resolver algún problema. Se entusiasmaron en la resolución y en la discusión y muchas veces se los veía sorprendidos gratamente por el descubrimiento del conocimiento nuevo.

Durante la clase se trabajó en un ambiente favorable, donde los alumnos tuvieron la oportunidad de expresar sus ideas, sus dudas, de hacer comentarios y críticas, de formular hipótesis, discutirlas, ponerlas a prueba, con el propósito de contribuir a la construcción conjunta del conocimiento. Esta comunicación entre mis alumnos y mi labor se vio reflejada en la participación, casi total, en las distintas actividades que se llevaron a cabo y más aún, cuando se hacía la reflexión grupal tendiente a la institucionalización del conocimiento, en distintos momentos del proceso. Fue también muy importante contar con la presencia de Macarena quien colaboró especialmente al momento del trabajo a-didáctico. Esto permitió atender con mayor tranquilidad y detenimiento las demandas de los alumnos al momento de la resolución.

Cabe destacar la predisposición de Macarena para colaborar de diferente manera en la propuesta y la buena relación lograda con los alumnos, al punto de que fueran ellos quienes le pidieran que les dé una clase, cosa a la que Macarena aceptó de muy buen grado y fue una experiencia muy buena para todos.

Para finalizar, debo resaltar que estos aspectos que se tuvieron en cuenta en la experiencia, me permite, que tanto en mis alumnos como en mi desempeño, profundizar en los conocimientos que se están impartiendo, trabajarlos de una manera diferente a la habitual, y lo más importante, revivir el proceso de descubrimiento del conocimiento matemático y conocer su utilidad.

Relato de la experiencia, elaborado por Macarena Lapi:

Mi Nombre es Macarena Belén Lapi, soy estudiante del Profesorado de Matemática en el Juan XXIII, en el momento en que comenzamos con la observación tenía 22 años y estaba transitando mi segundo año de la carrera en el Profesorado de Matemáticas.

La profesora Beatriz Erbiti me propuso la oportunidad de realizar observaciones durante un mes en una Institución Educativa de gestión privada, a una alumna que realizaría las prácticas en el último año de la carrera. Se trataba de un caso particular porque además de ser alumna realizando las prácticas también era docente de ese mismo curso debido a que ya contaba con un título previo.

Como la propuesta incluía la posibilidad de participar en la tarea docente del aula, y como alumnos sólo comenzamos a realizar prácticas al año siguiente, me pareció una muy buena oportunidad para lograr un acercamiento con los chicos, ya que las observaciones que realizamos en segundo año, sólo consisten en observar a docentes sin ningún tipo de intervención.

Así fue, que comenzamos el trabajo, la docente del curso y alumna practicante (quien realizaba las prácticas, dando las clases a los chicos), la profesora de Práctica Docente de cuarto año (quien se encargaba de orientar y analizar con precisión esas prácticas) y yo, quien observaba el trabajo de la alumna y a su vez, participaba en alguna intervención con los alumnos en caso de que la docente o los propios alumnos lo requirieran.

Comenzamos el día 16 de agosto del 2016, desde el primer día de la experiencia ya se podían observar sus frutos, debido a que por mi parte, me encontraba yendo a una institución educativa en la cual debía desenvolverme sola, presentarme frente a alumnos de entre 13 y 14 años de edad, y a su vez, centrarme en lograr el objetivo, que no solo era observar el desempeño de la alumna practicante, sino también identificar y apropiarme de todo aquello que me ayude en mi propio crecimiento como docente. Considero que este tipo de observaciones no solo sirvieron para que uno comience a desenvolverse solo, y a animarse a "pararse" frente a un curso, sino que lograron que en el segundo año de la carrera, tan pronto, uno se dé cuenta si realmente está en condiciones de continuar formándose como docente, si realmente esa es su vocación, y genera mucho entusiasmo cuando descubre que le gusta eso que estás haciendo y anima a seguir esforzándose día a día para poder llegar a cumplir la meta.

Cada día que pasaba, los alumnos tomaban más confianza y yo también, cada da que pasaba se presentaba un nuevo desafío para todos. Un nuevo tema para explicar, un nuevo propósito para la practicante y un nuevo objetivo para mí.

Durante esas clases, tocaron días de explicación, días de ejercitación en las cuales participaba para ayudar a los alumnos en caso de que sea necesario, y lo cual generaba más confianza a la hora de aplicar algún conocimiento matemático. También, tocaron días de evaluaciones, día de entrega de nota, debido a que estábamos atravesando el periodo de cierre de trimestre.

Tuve la suerte también de que la persona que estaba cumpliendo su rol de practicante, se dispuso a enseñarme todo lo que debía saber que ella realizaba en el aula, las actividades que se realizaba yo la disponía días anteriores, así como también, tuve la suerte de observar todo el trabajo que realiza un docente dentro del aula: llenar el libro de temas, tomar asistencia, llevar adelante algún tipo de conflicto que se genere, etc.

Así como fue una experiencia rica en todo sentido, en particular, me ayudó a afrontar esos miedos que genera el trabajo en el aula, que los alumnos presenten dificultades, que se tengan que responder preguntas sin previo aviso, cómo manejarse, cómo comunicarse con los alumnos y con los pares dentro de la institución educativa en la que se trabaja, etc.

La experiencia fue tan buena, los alumnos me recibieron tan bien y también la alumna que surgió la idea (especialmente a pedido de los alumnos) de que yo diera una clase introduciendo un tema nuevo para los alumnos. Tanto la profesora de Práctica como la alumna practicante estuvieron de acuerdo y me propusieron elaborar y presentar una planificación de la clase y luego llevarla al aula, en la que me desempeñé por primera vez como docente al frente de un curso.

"Hacer de profesor", recién comenzado el segundo año, es una experiencia positiva en muchos sentidos, así como traté de mencionar anteriormente, muchas personas que recién comienzan una carrera, algunos con tan solo 18 años, no tienen en claro cuál es el propósito de esa carrera que eligieron, y tan simple como eso, esta experiencia, propone cerrar un montón de dudas, aclarar horizontes, sacar miedos y "para" frente a la realidad con la que uno va a tener que vivir. Sabemos que cada vez esa realidad es más complicada, y sólo puede llevarse adelante si lo que se hace y lo que se elige, es elegido correctamente y sólo por vocación.

Si hoy me preguntaran, si estoy dispuesta a realizar dicha experiencia nuevamente, tal cual como lo hicimos, ocupando carga horaria fuera de las horas de clase en el Instituto, utilizando tiempo que uno puede tener para estudiar las materias que debe rendir, o tiempo que simplemente uno puede tener para no hacer nada, yo diría que sí. Es una experiencia que ojalá, pudieran realizar muchas más personas en situación similar porque es positiva, permite crecer en muchos sentidos. Estoy segura de que es una experiencia que va a estar siempre grabada en mí, fue la primer clase, en la que me encontré frente a un grupo de alumnos, de chicos con diferentes pensamientos, diferentes costumbres, diferentes realidades, "haciendo" de docente, esa tarea que elegí para desarrollar el resto de mi vida.

Relato de la experiencia, elaborado por Beatriz Erbiti:

El primer día de clase de Práctica Docente de 2016, al presentarse los alumnos futuros docentes, una de ellas manifestó trabajar como docente y estar dando clases de Matemática en nivel secundario desde hacía más de 20 años. Inmediatamente comencé a pensar en el modo de ofrecerle una experiencia de residencia docente que no quedara en la simple formalidad sino que pudiera enriquecer su formación como profesional. Me acerque a conversar con la directora del instituto quien coincidió conmigo en la preocupación y juntas dimos los primeros trazos del proyecto en el que se enmarca la experiencia que hoy relatamos.

Nos propusimos los objetivos que se plantean en la fundamentación y con ellos comencé a pensar la forma de concretarlos:

- Para "Capitalizar la experiencia docente previa, de la alumna residente, tanto para su propia formación como para la de otros alumnos del profesorado" le propusimos a la alumna residente realizar su residencia en uno de los cursos en los que daba clase, y a una alumna de 2do. Año acompañarla con una tarea de observador participante.

- Para "Posibilitar el intercambio de saberes entre la alumna residente, alumnos de los primeros años del profesorado y docentes" pensamos en concretar una tarea de observación conjunta: alumna residente, alumna de 2do. Año y profesora de práctica, cada una desde su rol. De este modo tendríamos visiones distintas de lo realizado y nos permitiría intercambiar y reflexionar, con el propósito de mejorar las futuras prácticas (a corto, mediano y largo plazo). En relación con este punto tomamos en parte la propuesta de Suárez, D. (2007).
- Para "Favorecer el avance en el proceso formativo de los alumnos, futuros docentes" pensamos el modo de lograr que una docente con tantos años de experiencia (como lo era la alumna practicante) lograra revisar sus prácticas con el fin de mejorarlas. Pensamos también en el modo de colaborar con el proceso formativo de la alumna de 2do. año que manifestaba cierto temor y algunas inseguridades referidas a la propia tarea docente en el aula.

Llegamos así al momento de concretar la experiencia y desde mi rol de profesora de la práctica tuve muchos temores dado que se trataba de una experiencia totalmente nueva y que, prácticamente, la íbamos delineando a medida que la poníamos en práctica. Pero pude observar con mucha satisfacción el entusiasmo y la dedicación que cada una de las alumnas involucradas puso en desempeñar el rol que tenía asignado. Tan es así que los objetivos propuestos fueron superados ampliamente y detallaré a continuación en qué me baso para afirmar esto.

Desde la alumna practicante pude observarse cómo iba revisando y modificando los planes de clase, identificando elementos del marco teórico de la Didáctica de la Matemática de la escuela francesa que había abordado durante su formación y que no siempre había identificado en las propuestas de enseñanza que elaboraba. Asimismo al ver su trabajo en el aula me permitió disfrutar de una docente con una vasta experiencia en el trabajo con alumnos de esa edad. Su relación con los alumnos, su carisma personal y su calidad humana lograban un clima de trabajo inmejorable, en el que se desarrollaban las propuestas superando las expectativas planteadas.

En relación con la alumna observadora se pudo apreciar claramente la evolución de sus concepciones en relación con la tarea del docente y de la relación docente-alumno. Por una parte Macarena se dejó entusiasmar por el rol del docente que Glady encarna, compartir la tarea con ella le permitió cambiar algunas concepciones que traía respecto de los alumnos y de la tarea docente. Por otra parte pudo comprobar que ella tenía mucho por ofrecer como docente, tanto que pudo colaborar con los alumnos en sus actividades desde ese rol y logró una excelente relación con ello, al punto de que fueran ellos quienes le pidieran que antes de terminar la experiencia en la escuela les diera una clase.

Lo que podemos capitalizar de la experiencia:

Si bien cada una en su relato fue manifestando los aspectos positivos de la experiencia que fueron muchos, los destacamos aquí de un modo breve:

- Permitió a la alumna residente:
    - Revisar sus prácticas pedagógicas a la luz del marco teórico propuesto en la carrera e ir adecuándolas para su puesta en aula durante la residencia.
    - Identificar las ventajas del trabajo basado en la resolución de problemas y la reflexión en torno a ella.
- Permitió a la alumna observadora:
    - Modificar ciertas concepciones previas referidas a la tarea docente y a la relación docente-alumno que le resultaban un obstáculo en el horizonte formativo.
    - Identificar y valorar sus posibilidades como docente.
- Permitió a profesora de práctica:
    - Revisar ciertas prácticas pedagógicas adatándolas a los desafíos que propone a realidad educativa.
    - Superar ciertos temores en relación con las posibilidades que podría ofrecer la experiencia a las alumnas involucradas.

Como siempre quedan interrogantes y aspectos para seguir pensando y para mejorar, entre ellos podemos identificar:

- Cómo aprovechar este tipo de experiencias con mayor cantidad de alumnos.
- Si bien cada una hizo su observación y registro, previo acuerdo de algunos aspectos generales, tal vez sería necesario establecer con mayor claridad algunos elementos de observación como para poder cotejar y comparar lo obtenido, a fin de enriquecer aún más la reflexión.
- Lograr escrituras parciales de las reflexiones, de los avances, de las dificultades y de los aprendizajes que se van concretando. Fue muy dificultoso escribir la experiencia, es más, aún la alumna residente no ha terminado de elaborar la reflexión que se pide como trabajo final de la materia.

Bibliografía:

Anijovich, Rebeca y otros (2009), Transitar la formación pedagógica. Ed. Paidós. Cap. 3. “La observación: Educar la mirada para significar la complejidad”.

Charnay, Roland (1994) “Aprender (por medio de) la resolución de problemas”. En Parra, C. y Saiz, I. (comps.). Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones. Paidós. Bs. As.

Poder Ejecutivo de la Provincia de Buenos Aires.Dirección General de Cultura y Educación (2000) Formación Docente de Grado Res. N° 13271-99 Modificada por Res. N° 3581-00. Estructura General. La Plata.

Súarez, Daniel (2007) “Docentes, narrativa e investigación educativa”. En: Sverdlick, Ingrid (comp.) “La investigación educativa. Una herramienta de conocimiento y de acción”. Noveduc. Bs. As.

Análisis del material de estudio utilizado en la formación en geometría sintética de futuros profesores.

LUCÍA SCHAEFER
NATALIA SGRECCIA
lucias@fceia.unr.edu.ar / sgreccia@fceia.unr.edu.ar
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario.

Introducción

El trabajo que se presenta está enmarcado en el plan de investigación denominado "La Geometría Sintética en la Formación del Profesor en Matemática: el caso de la Universidad Nacional de Rosario", correspondiente a una Beca de Estímulo a las Vocaciones Científicas, otorgada por el Consejo Interuniversitario Nacional durante septiembre 2015-2016, cuyo propósito general es conocer acerca de las prácticas de enseñanza para la construcción de conocimientos de Geometría Sintética en la formación inicial de profesores en Matemática. A su vez, se inscribe en el proyecto de investigación "Procesos de acompañamiento en la formación inicial y continua de profesores en Matemática", radicado en la misma Universidad.

Como encuadre global se adopta el modelo del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT, por sus siglas en inglés) del grupo Michigan (Ball, Thames y Phelps, 2008) y en particular se lo ha aplicado de manera completa (recorriéndose los seis subdominios de conocimiento: común del contenido, en el horizonte matemático, especializado del contenido, del contenido y de los alumnos, del contenido y de la enseñanza, del contenido y del currículum) para analizar clases observadas en el aula de formación de profesores (Schaefer y Sgreccia, en evaluación). En otras ocasiones se ha analizado algún subdominio de conocimiento en particular del modelo (Schaefer y Sgreccia, 2016), como es el conocimiento especializado del contenido (SCK), dado que uno de los desafíos en la formación de profesores en Matemática consiste en el desarrollo de ese tipo particular de conocimiento matemático que es exclusivo para quienes se dedican a la enseñanza (Sgreccia y Massa, 2012).

Puntualmente, las actividades que un profesor propone a sus alumnos comprenden un tipo de conocimiento que se asocia con este subdominio (SCK). En el desmenuzamiento del análisis específico se presta atención a la consigna, tanto su formulación como los registros de representación mediante los que se expresa; también, al proceso de resolución que se presume que conlleva, a la cantidad de soluciones que podría involucrar y a las habilidades que se supone que promueven (Abrate, Delgado y Pochulu, 2006; Duval, 1999; Höffer, 1981).

Entre los objetivos específicos de la investigación se destacan identificar, describir y conceptualizar las prácticas de enseñanza de Geometría Sintética desarrolladas en el primer año de la carrera, así como caracterizar las acciones docentes que promueven u obstaculizan las oportunidades de aprendizaje de contenidos geométricos. En particular, y en lo que concierne al presente trabajo, se espera reconocer los modos de activación de peculiaridades del subdominio SCK en el material de estudio que, cabe aclarar, está escrito por el propio profesor.

Gutiérrez (2010) señala que la Geometría Sintética está escasamente desarrollada en la escuela secundaria y muchas veces se olvida cómo tratarse durante la formación de profesores, lo cual es preocupante dado que las experiencias formativas por las que transita un futuro profesor son determinantes para su desempeño profesional (Ministerio de Educación, 2010).

En particular, en los núcleos temáticos básicos a desarrollar en los Profesorados en Matemática Universitarios del país (Consejo Interuniversitario Nacional, 2013), se distingue al área Geometría como ejemplo paradigmático para la enseñanza de una teoría axiomático-deductiva y se subraya su potencial para el desarrollo de la intuición, inducción, visualización, percepción de relaciones, regularidades y propiedades.

En este marco cobra especial atención el material de estudio que se les facilita a los futuros profesores en la etapa de su trayecto de formación, dado que se constituye en una fuente primaria de estudio, no solo en términos de adquisición de conocimientos matemáticos, sino también en cuanto al recorrido posible para ello que se propone desde la enseñanza en el aula de formación. Esto adquiere relevancia dado que se cree que el conocimiento especializado del profesor puesto en juego en la elaboración del material influye en la formación de este tipo de conocimiento en los futuros docentes. Es así que en este trabajo se presenta una propuesta para analizar el material de estudio empleado por los profesores en formación, que procura atender a la forma en que están presentadas las consignas de las actividades matemáticas así como los procesos que se pretenden desarrollar a través de las mismas.

Referentes teóricos-metodológicos

Duval (1999) estudia los sistemas semióticos y, en particular, los registros de representación semiótica. Para que un sistema sea registro de representación debe ser identificable, es decir, que constituya un conjunto de signos y reglas propias reconocible como la representación de algún objeto, en este caso, matemático. También debe permitir su tratamiento, lo cual refiere a la transformación de una representación dentro del mismo registro. Por último, debe admitir la conversión a una representación que pertenezca a otro registro, conservando parcial o totalmente el contenido. Teniendo en cuenta estas características, el autor determina tres registros de representación: natural, gráfico y simbólico.

Abrate et al. (2006) centran su estudio en la caracterización de las actividades propuestas en libros de texto utilizados en escuelas secundarias de la provincia de Córdoba, referidas a cuestiones de Geometría. A partir de los datos recogidos, elaboran variables de análisis conjugando algunas investigaciones ya existentes en el tema con la propia experiencia docente. Entre ellas se destacan la formulación de la consigna (la cual puede ser cerrada o abierta), el proceso de resolución de acuerdo a la actividad mental que realiza el alumno al resolver una situación (automático, algorítmico o heurístico), la cantidad de soluciones (única o múltiples), así como las habilidades que tiende a desarrollar la actividad.

Con respecto a las habilidades, en particular geométricas, Höffer (1981) considera cinco grupos que se desarrollan a partir del estudio de la Geometría: habilidades visuales, de razonamiento, de dibujo y construcción, de comunicación, y de aplicación y transferencia.

Método

En la investigación se toma el caso del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario. La asignatura analizada es Geometría I que corresponde al primer año de la carrera, de cursado anual y en común con la Licenciatura en Matemática. En el primer semestre se estudia lo relativo a Geometría Sintética y, en el segundo, se trabaja con Geometría Analítica. La parte de Geometría Sintética de la materia consta de ocho unidades, entre las cuales “Congruencia de triángulos, área de figuras planas y el Teorema de Pitágoras” es la tercera. A su vez, esta unidad comprende cuatro secciones, donde “El Teorema de Pitágoras” es la última.

El presente trabajo se enfoca en el análisis del material de estudio utilizado por el docente y los alumnos durante el cursado de la materia. Como se anunciara, el mismo es de elaboración propia del profesor a cargo, quien lo actualiza anualmente (hace cuatro años que se desempeña en la materia). Como primera medida para trabajar con el material de estudio se determinaron las variables de análisis. Ello fue posible luego de un proceso exploratorio inicial de inmersión en los datos conjugado con los aportes de investigaciones relativas a la temática, tales como las ya mencionadas de Duval (1999), Abrate et al. (2006) y Höffer (1981). Básicamente fue posible reconocer cinco variables (V1 a V5) a considerar para el análisis de las actividades propuestas a los estudiantes (Tabla 1).

Consigna	**V1. Registros de representación**	**Natural**	Lenguaje habitual; oral o escrito.
		Gráfico	Representación o boceto de objetos geométricos.
		Simbólico	Signos o notación propia de la Matemática, en particular, de Geometría.
	V2. Formulación	**Abierta**	Depende de la interpretación del resolutor; puede llevar a distintas respuestas.
		Cerrada	Contiene toda la información necesaria para la resolución; es posible detectar cuál es la respuesta esperada.
Proceso de resolución	**V3. Actividades mentales**	**Automática**	Solo demanda reconocer datos o propiedades; la solución es inmediata.
		Algorítmica	Requiere el uso planificado y organizado de algoritmos o fórmulas ya asimiladas por el alumno.
		Heurística	Implica creatividad para poner en juego nuevos métodos; la estrategia de resolución no se detecta fácilmente a partir de los datos.
	V4. Cantidad de soluciones	**Única**	Admite solo una respuesta,aunque pueden existir distintos procedimientos para llegar a la misma.
		Múltiples	Admite más de una respuesta, como el caso de las demostraciones de una proposición.
	V5. Habilidades involucradas	**Visuales**	Implicarepresentar internamente objetos matemáticos y reconocer propiedades de un objeto independientemente de su tamaño, textura, color u orientación.
		Dibujo y construcción	Conlleva utilizar representaciones externas, como gráficos o esquemas, para representar una imagen mental.
		Comunicación	Involucra leer e interpretar nueva información en distintos formatos, así como explicar y socializar resultados.
		Razonamiento	Se asocia areconocer semejanzas y diferencias de objetos, clasificar o identificar si un objeto pertenece o no a cierta clase, generalizar resultados, realizar deducciones lógicas, entre otras.
		Aplicación y transferencia	Comprendemodelizar situaciones del mundo físico o de otras disciplinas, así como utilizar lo aprendido para resolver problemas geométricos.

Tabla 1. Variables para el análisis del material

Luego de seleccionar y determinar las variables, se procedió a analizar el material mediante una descripción breve de la organización y presentación del contenido, con especial detenimiento en las actividades planteadas a los alumnos. Cada actividad fue analizada en función de las cinco variables presentadas. Para ello, se elaboraron matrices de identificación y recuento, como principal herramienta para hallar regularidades y relaciones con el MKT.

Resultados

Al comienzo de la sección relativa al Teorema de Pitágoras del material en cuestión, se relata parte de la historia de la Matemática, mencionando a los pitagóricos. Al finalizar esto se cuenta, brevemente, de qué tratará la sección para luego enunciar y demostrar el Teorema de Pitágoras. Por último se presenta también el recíproco del teorema.En segundo término se proponen 16 actividades para el alumno. A continuación se analizan sus enunciados.

1. Determinar si los números a, b y c dados en cada caso pueden o no ser las medidas de los lados de un triángulo rectángulo.
   a) $a = 50cm$, $b = 30cm$, $c = 40cm$;
   b) $a = 9cm$, $b = 10cm$, $c = 5cm$;
   c) $a = 15cm$, $b = 9cm$, $c = 12cm$;
   d) $a = 13cm$, $b = 6cm$, $c = 11cm$.

Las consignas presentadas con registros *simbólico* y *natural* son *cerradas* y admiten *únicas* soluciones, dado que la respuesta es una sola en cada caso: los números corresponden o no a las medidas de los lados de un triángulo rectángulo. Resolverlas implica cierta actividad mental *automática* (solución relativamente inmediata conociendo la propiedad pitagórica) y habilidades de *razonamiento* alidentificar si los lados corresponden o no a los de un triángulo rectángulo.

2. Una industria construye bastidores para colocar telas para pintura de $80cm$ por $60cm$. Para reforzarlos se utlizan dos barillas de pino que se colocan en las diagonales. Las barillas se obtienen cortando tirantes de pino que miden $2,10m$ de largo. ¿De cada tirante pueden obtenerse refuerzos para cuántos bastidores?

Su consigna es *cerrada*, con solución *única* y presentada a través del registro *natural*. En su resolución se ponen en actividades mentales *algorítmicas* y habilidades *visuales*, al representar mentalmente la forma del bastidor y reconocer las propiedades geométricas implícitas, *de construcción* de un esquema -si es necesario- y *de razonamiento*, al abstraer las propiedades de los triángulos rectángulos y realizar las deducciones lógicas.

3. Sea $\overset{\triangle}{ABC}$ un triángulo isósceles con $AB = BC$.

   a) Demostrar que el pie de la altura correspondiente al lado $\overline{AC}$ es el punto medio de $\overline{AC}$.

Mediante los registros natural y simbólico se presenta la consigna de la actividad, la cual es cerrada y admite múltiples soluciones (distintas demostraciones de la proposición). Involucra actividades mentales algorítmicas y heurísticas dado que requiere utilizar el Teorema de Pitágoras de manera organizada, diagramando estrategias previas y posteriores a su aplicación. Propende a desarrollar habilidades visuales para representar la situación mentalmente, de construcción para realizar -si fuera necesario- un dibujo del triángulo y su altura que ayude a la resolución, de razonamiento al efectuar deducciones lógicas teniendo en cuenta propiedades de la altura y de los triángulos rectángulos determinados por la misma, y de aplicación y transferencia de lo aprendido a la situación geométrica presentada en este caso.

3. Sea $\overset{\triangle}{ABC}$ un triángulo isósceles con $AB = BC$.

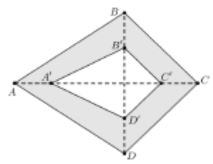
   b) Calcular el área de $\overset{\triangle}{ABC}$ si $AC = 22cm$ y $BC = 13$.

5. Un trapecio isósceles tiene $63cm$ de perímetro, los lados no parelelos miden $12cm$ y la base mayor es igual al doble de la base menor. Determinar su área.

6. Determinar la longitud de la altura de un triángulo equilátero de lado 2.

8. Un cuadrado y un triángulo equilátero tienen el mismo perímetro, y la diagonal del cuadrado mide 1. Calcular el área del triángulo.

10. Ambos cuadriláteros de la figura son romboides y $d(A, A') = d(B, B') = d(C, C') = d(D, D') = 5cm$. $ABCD$ tiene diagonales de $25cm$ y $45cm$ y el lado mayor mide $7cm$. Calcular el área de la figura sombreada.



Sus consignas son *cerradas*, con *únicas* soluciones (un único valor posible para el área pedida en cada caso) y presentadas en registro *natural* (en el caso del ítem 10, también surge el registro *gráfico*; en el 3b y en el 10, se utiliza el *simbólico*). Involucran actividades mentales *algorítmicas* dado que para su resolución se necesita planificar dónde y cómo utilizar el Teorema de Pitágoras, propiedad que se combina con otras propias de las figuras geométricas en cuestión. Desarrollan habilidades *visuales* al requerir la formación de una imagen mental de la situación presentada, como por ejemplo, el triángulo equilátero o el trapecio isósceles, o al reconocer las propiedades de los romboides en el ítem 10. También fomenta habilidades *de razo-*

namiento,al realizar deducciones lógicas para organizar el uso de las propiedades, y *de aplicación y transferencia* al utilizar estas propiedades aprendidas en situaciones geométricas concretas.

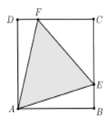
4. Un trapecio en el cual los lados no paralelos son congruentes se denomina **trapecio isósceles**. Calcular el área de un trapecio isósceles si sus lados paralelos miden $5cm$ y $11cm$, y los lados congruentes no paralelos miden $4cm$.

Con consigna *cerrada* y de *única* solución (un único valor para el área pedida), la actividad se presenta con registro *natural* e involucra actividades mentales *algorítmicas*, dado que los alumnos deben aplicar el Teorema de Pitágoras identificando primero el triángulo determinado por la altura y los lados del trapecio. Tiende a desarrollar habilidades *visuales* para crear mentalmente la imagen de la figura geométrica y los datos dados, y luego representarla gráficamente (habilidad *de dibujo y construcción*), así como las *de comunicación* para interpretar una definición nueva, la de trapecio isósceles, y *de aplicación y transferencia* de las propiedades trabajadas en esta situación.

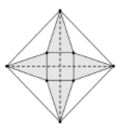
7. Determinar una fórmula para calcular el área de un triángulo equilátero de lado l.

La consigna es *cerrada*, con *múltiples* soluciones dado que los alumnos pueden obtener distintas fórmulas (aunque equivalentes entre sí). Está expresada en registro *natural* y resolverla implica actividades mentales *heurísticas* pues requiere nuevas estrategias como trabajar con la medida de un lado en general sin conocer el número. También tiende a desarrollar habilidades *visuales* al precisar de la imagen mental de la situación para luego expresarla externamente -en caso de ser necesario- mediante un esquema (*habilidad de dibujo construcción*), así como habilidades *de razonamiento* para generalizar una propiedad o proposición referida al área de un triángulo equilátero cualquiera.

9. En un cuadrado $ABCD$ de lado 1 se inscribe un triángulo equilátero $\overset{\triangle}{AEF}$. Determinar su área.



11. En la siguiente figura ambos cuadriláteros son cuadrados y todos los triángulos son isósceles. Determinar el área de la figura sombreada si el cuadrado mayor tiene diagonales de $55dm$ y el perímetro del cuadrado del centro es $4m$.



Son presentadas en registros *natural* y *gráfico*, con consignas *cerradas* que admiten *únicas* soluciones (únicos valores para el área pedida en cada caso). Al resolverlas se ponen en juego actividades mentales *algorítmicas* y *heurísticas* porque se necesita elaborar estrategias y detectar cuándo y dónde aplicar el Teorema de Pitágoras según las propiedades de las figuras y los datos dados, además de habilidades *visuales* para interpretar los gráficos, *de razonamiento* para realizar deducciones lógicas a partir de las propiedades de los triángulos equiláteros e isósceles y del cuadrado, y *de aplicación y transferencia* de la propiedad pitagórica a la situación geométrica presentada.

Síntesis de los hallazgos

En las Tablas 2 y 3 se puede apreciar un resumen de los resultados, relativos a las variables: V1 a V4 (Tabla 2) y V5 (Tabla 3).

Actividad	V1			V2		V3			V4	
	Natural	Gráfico	Simbólico	Abierta	Cerrada	Autom	Algorít	Heuríst	Unica	Múltiples
1ª	X		X		X	X			X	
1b	X		X		X	X			X	
1c	X		X		X	X			X	
1d	X		X		X	X			X	
2	X				X		X		X	
3ª	X		X		X		X	X		X
3b	X		X		X		X		X	
4	X				X		X		X	
5	X				X		X		X	
6	X				X		X		X	
7	X				X			X		X
8	X				X		X		X	
9	X	X			X		X	X	X	
10	X	X	X		X		X		X	
11	X	X			X		X	X	X	
12	X				X		X		X	

Tabla 2. Registro y formulación de la consigna, actividades mentales y cantidad de soluciones

En la Tabla 2 se observa que todas las consignas son *cerradas* y presentadascon registro *natural*. Algunas tienen, a su vez, registro *simbólico* y solo tres de ellas, registro *gráfico*. La mayoría involucraactividades mentales *algorítmicas*y, muy pocas, también *heurísticas*. Casi todas ellas tienen *única* solución.

Como se aprecia en la Tabla 3, gran parte de las actividades necesitan de habilidades *visuales* y de *razonamiento* en su resolución. Solo una de ellas tiende a desarrollar habilidades de *comunicación*.

Actividad	V5				
	Visuales	Dibujoy construcción	Comunicación	Razonamiento	Aplicación y transferencia
1a				X	
1b				X	
1c				X	
1d				X	
2	X	X		X	
3a	X	X		X	X
3b	X			X	X
4	X	X	X		X
5	X			X	X
6	X			X	X
7	X	X		X	
8	X			X	X
9	X			X	X
10	X			X	X
11	X			X	X
12	X			X	X

Tabla 3. Habilidades involucradas en las actividades

Comentario final

En la sección presentada en este trabajo es posible apreciar la escasez de consignas abiertas, dado que todas las actividades propuestas son cerradas. Esto puede que dé mayor seguridad al docente a la hora de corregir o llevar adelante la clase, pero también podría limitar la oportunidad de los alumnos de realizar una gran variedad de problemas y desarrollar diversas habilidades. Sería posible modificar, por ejemplo, la consigna cerrada de la actividad 3a *(“Demostrar que el pie de la altura correspondiente al lado AC es el punto medio de AC”*), de modo que sea abierta, de la siguiente forma: *“Conjeturar y demostrar alguna propiedad que verifique la altura del lado desigual en un triángulo isósceles”*. Sin embargo, al realizar este cambio, algún estudiante podría obtener una proposición cuya demostración no necesite del Teorema de Pitágoras, o bien, requiera de conocimientos aún no trabajados. La elección de consignas abiertas o cerradas dependerá de las intenciones del docente: que los alumnos apliquen las propiedades dadas o que exploren nuevas relaciones matemáticas.

Se observa en pocas oportunidades la puesta en juego de actividades mentales automáticas para la resolución. Se considera que estas operaciones son necesarias para que el alumno se apropie de las propiedades y conceptos que se presentaron. Sin embargo, en esta sección particular, tal vez no se incentivan las actividades mentales automáticas dado que el Teorema de Pitágoras ya es conocido por los estudiantes (trabajado previamente en la escuela secundaria).

La multiplicidad de soluciones está presente en dos oportunidades. Las demás actividades admiten una única respuesta (por ejemplo, el área de una figura), pero sí pueden tener múltiples desarrollos, diversos caminos para llegar a la solución esperada. A pesar de esto, se cree que es importante remarcar a los alumnos la multiplicidad de demostraciones de un mismo enunciado o de las construcciones geométricas para llegar al mismo resultado.

Asimismo es posible observar que las habilidades visuales son requeridas por la mayoría de las actividades, posiblemente por tratarse del área Geometría; lo mismo sucede con las habilidades de dibujo y construcción. Tal vez debería incentivarse en mayor medida las habilidades de comunicación.

Por otro lado, teniendo en cuenta el modelo completo del MKT, en la presente sección también se detectan cuestiones relacionadas con el subdominio del *conocimiento en el horizonte matemático*, dado que se hace alusión a situaciones propias de la historia de la Matemática, referentes al concepto en cuestión. A finalizar esto se explicita el objetivo de la sección, lo cual sitúa al estudiante en el tema y puede considerarse un aspecto propio del *conocimiento del contenido y de la enseñanza*. En esta parte del apunte, también se interpreta el enunciado del Teorema de Pitágoras desde un punto de vista geométrico, en estrecha relación con el subdominio del *conocimiento especializado del contenido*. Dentro de esta última categoría también se puede considerar el apoyo en el registro gráfico, principalmente en las demostraciones de las proposiciones.

En general, las variables propuestas en este análisis pueden ser de utilidad en otros trabajos similares, como así también a la hora de re-pensar la propia práctica y la selección de actividades que realizan diariamente para sus alumnos, tanto los docentes en ejercicio como en la formación práctica en la carrera de grado.

Bibliografía

Abrate, R., Delgado, G. y Pochulu, M. (2006) Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, *39*(1), 1-9.

Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Consejo Interuniversitario Nacional (2013). *Estándares para la Acreditación de los Profesorados Universitarios en Ciencias Exactas y Naturales*. Anexo IV: Matemática. Resolución 856/13.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.

Gutiérrez, A. (2010). Introducción al Seminario I sobre Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Sierra (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp.17-19). Lleida: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Höffer, A. (1981). Geometry is more than Proof. *Mathematics Teacher*, *74*(1), 11-18.

Ministerio de Educación (2010). Proyecto de mejora para la formación inicial de profesores para el nivel secundario – Matemática (pp.118-179).

Schaefer, L. y Sgreccia, N. (2016). Conocimiento especializado del contenido al enseñar a medir segmentos y ángulos a futuros profesores en Matemática. En M.R. Otero (comp.). *Actas del Segundo Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática y Tercer Encuentro Nacional de Enseñanza de la Matemática* (pp.66-72). Tandil: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Schaefer, L. y Sgreccia, N. (en evaluación). Enseñanza de Geometría Sintética a futuros profesores. El caso de la Universidad Nacional de Rosario. *REDIMAT: Journal of Research in Mathematics Education.*

Sgreccia, N. y Massa, M. (2012). "Conocimiento especializado del contenido" de estudiantes para profesor y docentes noveles de matemáticas. El caso de los cuerpos geométricos. *Educación Matemática, 24*(3), 33-66.

Aportes para la formación de habilidades de representación geométrica en futuros profesores en matemática. Un estudio de caso.

SABRINA GROSSI

NATALIA SGRECCIA

sgrossi@fceia.unr.edu.ar / sgreccia@fceia.unr.edu.ar

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario.

Presentación

El trabajo que se presenta a continuación se enmarca dentro del Proyecto de Investigación ING445 "*Procesos de acompañamiento en la formación inicial y continua de profesores en Matemática*" (Res. 886/2014) radicado en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario (FCEIA-UNR, Argentina). Dicho trabajo surge a partir de la producción de dos becas de investigación. La primera, otorgada por la UNR, "*Los cuerpos geométricos en los libros de texto del Ciclo Básico de Secundaria: modos de representación de lo 3d en un soporte 2d*" (Res. 2386/2013), desarrollada durante el período 2013/2014. La segunda, "*Las habilidades de representación y comunicación de información 3d: un estudio en la formación de Profesores en Matemática e Ingenieros",* beca de Iniciación a la Investigación Científica y Tecnológica (Res. 1679/2014) otorgada por la FCEIA durante el período 2015/2016.

Desde la antigüedad, el hombre se ha valido del dibujo como un medio importante para la transmisión de ideas. Dibujar es un modo de comunicación, un lenguaje universal (Spencer, Dygdon y Novak, 2009). Particularmente en Geometría, la comunicación gráfica es una herramienta esencial para la representación de situaciones-problema. En este aspecto, la Geometría Descriptiva nos permite representar objetos del espacio sobre una superficie bidimensional, estableciendo propiedades entre las figuras espaciales y las figuras planas. Surge así la necesidad de dar un tratamiento especial a la representación plana en la enseñanza de disciplinas en donde intervienen objetos 3d, procurando promover un análisis crítico de dichas representaciones a través de variadas perspectivas: didáctica, psicológica, técnica, artística, entre otras (Gutiérrez, 1998).

Particularmente, la importancia de la Geometría tridimensional se asocia con frecuencia a acciones más de tipo sensoriales, como ver y tocar, que cognitivas, como modelizar, deducir y operar (Sgreccia y Massa, 2010). De esta manera, alcanzar conocimientos relativos al dibujo mediante el desarrollo de habilidades motoras y sensitivas promueve la capacidad de expresión gráfica para interpretar y resolver situaciones problemáticas. Asimismo habilita la adquisición de conocimientos geométrico-espaciales, ligando habilidades visuales y de razonamiento (Brooks, 2009). En efecto, el desarrollo de la visualización permite a los estudiantes mejorar su capacidad para hacer construcciones y manipular mentalmente figuras en el plano y en el espacio, lo que les resulta de gran utilidad en trabajos intra y extramatemáticos, por ejemplo, en el empleo de mapas, diseño de planos, elaboración de dibujos (Gonzato, Díaz-Godino y Neto, 2011).

Sin embargo, múltiples estudios revelan que los profesores suelen no enseñar Geometría (Moore-Russo y Schroeder, 2007; Tavío y Méndez, 2006). Entre los motivos se destaca la falta de formación en Geometría que han recibido en su escolaridad, abarcando diversos niveles educativos (Gutiérrez, 2010). Como sucede en otras áreas, al enseñar Geometría se reproducen modelos similares a los experimentados como estudiantes (Barrantes y Blanco, 2005).

Puntualmente, el plan de estudios vigente del Profesorado en Matemática (PM) de la FCEIA, está conformado por tres Campos de Formación (Orientada, Especializada y General Pedagógica) y un Eje Integrador. Con respecto a la Geometría, se destinan tres asignaturas del Campo de Formación Orientada a su estudio desde lo disciplinar (I, II y III). Las cuestiones relativas a su enseñanza aparecen en parte de otros espacios, tales como Práctica de la Enseñanza I (del Eje Integrador), Currículum y Didáctica (del Campo de Formación General Pedagógica) y Residencia (del Campo de Formación Especializada).

En la misma institución, las carreras de Ingeniería cuentan con un espacio curricular destinado al tratamiento de los sistemas de representación, inherentemente asociados a un estudio geométrico (aunque con un fin direccionado a su proyección laboral). El estudio que aquí se presenta se valió en parte de lo realizado en este espacio de las Ingenierías.

Ante este panorama, en términos generales, en esta investigación interesa dilucidar modos de fortalecer la habilidad de representación geométrica en futuros profesores. Puntualmente se procura:

- Caracterizar la formación que el PM brinda con relación a dicha habilidad.
- Fundamentar la importancia del desarrollo de tal habilidad según las visiones de docentes de asignaturas afines.

- Reconocer experiencias formativas que estudiantes avanzados del PM han tenido al respecto.

En la siguiente ponencia se muestran de manera concisa los principales hallazgos.

Encuadre teórico

Según afirma Gutiérrez (1998), las representaciones planas de cuerpos geométricos espaciales poseen un valor formativo en los diferentes niveles educativos. Desde su enfoque analiza las formas usuales de representación plana de objetos 3d (proyecciones en perspectiva, paralela, isométrica, ortogonal, ortogonal codificada, representación por niveles), señalando que una representación plana perfecta es la que puede transmitir al observador la misma cantidad de información que el cuerpo tridimensional real al que representa. Pero, entonces, ninguna forma de representación plana de cuerpos espaciales es perfecta, por lo que se hace necesario en este punto que los estudiantes sean capaces de manejar varias de ellas. De esta manera, es posible superar la pérdida de información que se produce al pasar del espacio al plano. El autor manifiesta, también, la necesidad de enseñar Geometría tridimensional y sus representaciones planas mediante condiciones que favorezcan aprendizajes significativos.

Por otro lado, Barrantes, López y Fernández (2015) advierten sobre la presencia de representaciones geométricas estereotipadas en muchas propuestas de enseñanza, las cuales originan interpretaciones sesgadas de las figuras espaciales por parte de los estudiantes. Dichas representaciones se denominan “distractores”, los cuales pueden clasificarse de dos maneras: de orientación (por ejemplo: surgen cuando se representan los cuerpos solo apoyados sobre el plano horizontal) y de estructuración (por ejemplo: aparecen cuando se representan las definiciones de poliedros solo para cuerpos convexos). Es importante que los sistemas de representación (operaciones que permiten obtener proyecciones de un objeto 3d sobre un plano) que se trabajen durante la clase de Geometría sean variados.

Metodología

En consonancia con los objetivos propuestos se llevó a cabo un estudio con enfoque cualitativo, alcance descriptivo-comparativo y de tipo empírico no experimental.

La información fue recolectada por medio de diferentes técnicas que involucraron a los distintos actores. Puntualmente: observaciones de clases de la asignatura Representación Gráfica (Ingeniería Mecánica); entrevistas a docentes de asignaturas afines (Representación Gráfica de Ingeniería, Geometría I y Práctica de la Enseñanza I del PM); análisis documental de producción de estudiantes (Ingeniería) y un cuestionario a estudiantes avanzados (Residencia del PM).

Resultados

En lo que sigue se recorren sucintamente algunos de los resultados del estudio, en particular en cuanto a las primeras clases de Representación Gráfica observadas así como a los pareceres acerca de una propuesta de enseñanza por parte de tres docentes de las asignaturas afines antes indicadas y de dos de los cinco alumnos que se encontraban cursando Residencia.

Clases de Representación Gráfica

Se observó el total de clases (22) de la asignatura Representación Gráfica (correspondiente al primer semestre de las carreras de Ingeniería de la FCEIA). En la Tabla 1 se presenta una síntesis de los contenidos geométricos trabajados en las 10 primeras clases.

Clase	Tópicos de interés trabajados	Clase	Tópicos de interés trabajados
1	*Elementos de Geometría plana.*	6	*Sistemas coordenados. Coordenadas polares. Regla de mano derecha. Punto-segmento-plano.*
2	*Elementos de Geometría plana.*	7	*Posición relativa de rectas. Regla de mano derecha.*
3	*Del espacio al plano. Proyecciones.*	8	*Prismas y cuerpos de revolución. Ensamble y truncamiento a través de la idea de operaciones booleanas.*
4	*Reconocimientos de cuerpos por visualización (manipulación y vistas virtuales). Truncamiento – ensamble.*	9	*Escala. Truncamiento.*
5	*Proporcionalidad. Posición relativa de rectas.*	10	*Tipos de triángulos. Punto medio de segmentos.*

Tabla 1. Tópicos de interés observados en las clases de Representación Gráfica (Ingeniería).

Es posible apreciar que los mismos responden a necesidades del plan de la asignatura en cuestión y, de acuerdo al tratamiento que tienen en clase, son considerados como conocimientos previos. Esto es, la representación se nutre de una base geométrica que se considera conocida por los alumnos. Por otro lado, puede notarse un orden de aparición de contenidos similar al de la Geometría Euclídea en el PM: se comienza por nociones básicas como punto-recta-plano y luego se continúa con figuras planas y cuerpos tridimensionales.

Opiniones de docentes de materias afines

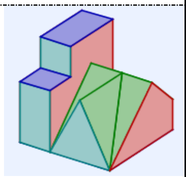
Se entrevistó a un docente de cada una de las siguientes asignaturas: Geometría I (DG), Práctica de la Enseñanza I (DP), ambas del primer año del PM; y Representación Gráfica (DR), del ciclo básico de Ingeniería. Estas asignaturas propenden un primer acercamiento a problemáticas disciplinares-didácticas sobre representación de cuerpos y Geometría espacial. Para el procesamiento de la información se empleó la técnica de análisis comparativo de testimonios (Gutiérrez, 1995), procurando dilucidar elementos especialmente destacados por los entrevistados en cuanto a la enseñanza de la representación gráfica. Para guiar las entrevistas se compartió a los docentes una propuesta de enseñanza (Grossi y Sgreccia, 2015) con seis actividades para trabajar representaciones planas durante clases de Geometría espacial (Fig. 1).

Revalorizando la representación

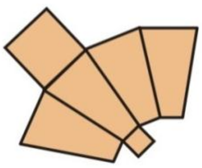
Destinada a trabajar con contenidos específicos sobre cuerpos geométricos (como pueden ser: noción de cuerpo como objeto geométrico y sus características, cálculo de medidas, vínculo de cuerpos geométricos con objetos de la cotidianidad), prestándose especial atención a la representación geométrica de los mismos (composición / truncamiento). A partir de diferentes representaciones planas, se detectan semejanzas y diferencias, y se señalan las bondades de cada representación para la resolución de la actividad.

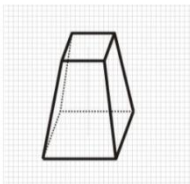
Superando estereotipos visuales

Se da la representación normalizada (distintas vistas de un cuerpo) de algunos cuerpos poliedros no estándar y se solicita al alumno que identifiquen el cuerpo en cuestión. Se pueden realizar *multiple choice*, caracterización con palabras o proponer la construcción con cartón.



Vinculando formas de representar un cuerpo

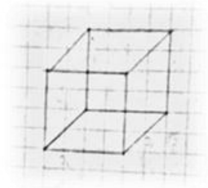




A partir del desarrollo plano de ciertos cuerpos (en principio cuerpos geométricos simples y luego cuerpos compuestos y truncados) se pide a los estudiantes que representen el cuerpo en perspectiva.

Superando ambigüedades en la representación

Se solicita dibujar un cuerpo, para luego ser analizado oralmente y en grupo: cuáles son caras visibles y no visibles, qué sucede con las aristas (si se dibujan o no las aristas ocultas), qué elemento representa el ancho, largo o alto, en dónde está situada la visión del observador, entre otras cuestiones que puedan emerger.



Comunicándonos

Se forman grupos de dos alumnos: uno actúa como “emisor” y otro como “receptor” de la comunicación. El alumno emisor cuenta con un cuerpo (una representación tridimensional del cuerpo geométrico manipulable por el estudiante), y relatará características del mismo a su compañero (el receptor) para que este vaya representándolo gráficamente. Al finalizar se compara el objeto del emisor con lo que ha obtenido el receptor (representación gráfica).

Visualizando con ayuda de un software

Se incorpora, de manera transversal, un software de geometría dinámica para graficar cuerpos en la pantalla y analizar características.

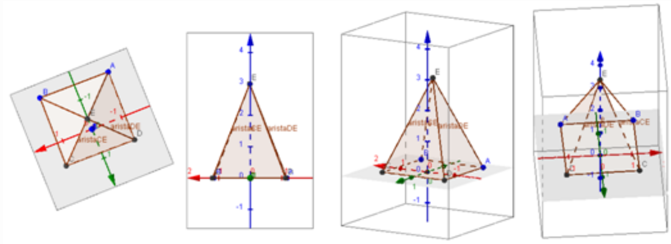


Figura 1. Síntesis de la propuesta de enseñanza.

En base a la propuesta, se indagó a cada docente sobre la posibilidad de incorporar actividades de este tipo a clases de Geometría, indicándose su valor formativo así como dificultades que prevén con relación a los sistemas de representación. A modo general, se sintetizan algunos de sus pareceres:

- En lo relativo al surgimiento de ambigüedades en la representación, DG hace referencia al valor formativo de la propuesta presentada y plantea tratar de ver cuáles son las características fundamentales que tiene el espacio. Luego concluye, haciendo referencia a la carrera en la que dicta Geometría, que es fundamental hacer una correlación plano-espacio (el PM no tiene Representación Gráfica como asignatura/taller formativo). Si bien no lo considera fundamental, cree que sería un aporte significativo.- Por su parte, DR manifiesta que la propuesta origina un gran esfuerzo imaginativo. En el caso de la implementación en nivel medio, la misma será de gran utilidad sobre todo para aquellos jóvenes que van a seguir una carrera universitaria afín. Durante el nivel superior, ayudará al cursado de otras materias (por ejemplo Álgebra y Geometría) permitiendo visualizar cuerpos, identificar cuáles son los problemas que se le plantean y elaborar estrategias propias para resolverlo. Además, DR advierte que, así como la Geometría Analítica es la resolución de los problemas geométricos por métodos aritméticos, la Geometría Gráfica o Cálculo

Gráfico es la resolución de los problemas geométricos por métodos gráficos, lo que resulta una interesante analogía a tener en cuenta.

- Por último, DP añade que las seis actividades de la propuesta favorecen al desarrollo de, entre otras, las habilidades de dibujo, comunicación e imaginación. Indica que las mismas presentan un valor específico geométrico ("no hay para hacer cuentas"), involucran operaciones mentales y habilidades propias de la Geometría que suelen tratarse en la escuela muy vinculadas al eje Medidas. DP también reconoce que la habilidad de representación no se adquiere por sí sola.

En la Tabla 2 se destacan algunas peculiaridades expresadas por los docentes entrevistados acerca del desarrollo de habilidades de representación.

DG	DR	DP
• *Los chicos pierden la noción del espacio en algún momento de la escolaridad.* • *Los tiempos con los que uno llega para dar el desarrollo de un tema condicionan el trabajo sobre la representación.* • *En la carrera (PM): predomina la formalización en detrimento de la manipulación, limitando así la imaginación.*	• *Los alumnos que inician la materia están acostumbrados a visualizar en el espacio. Ven las cosas pero les cuesta mucho trabajo relacionarlo con una representación plana.* • *Falta práctica en representación.* • *Existe una analogía entre las habilidades intelectuales y físicas. Representar es una mera gimnasia intelectual.*	• *La aplicación de la propuesta va a depender del grupo de alumnos y luego deberá ser complementada con algunas otras actividades.* • *La propuesta involucra muchas de las habilidades que hay que promover en nivel medio.*

Tabla 2. Consideraciones acerca del desarrollo de habilidades de representación(docentes de materias afines).

Opiniones de residentes sobre la propuesta

Se realizó un cuestionario abierto a dos alumnos (R1 y R2) del cuarto año del PM -estudiantes que ya habían cursado Práctica de la Enseñanza (I, II y II) y Geometría (I, II y III) y que cursaban en ese momento la Residencia-, también utilizándose como guía la propuesta de enseñanza (Grossi y Sgreccia, 2015). Se resume en la Tabla 3 parte de la información obtenida:

Residente	Aspectos matemáticos/geométricos que pueden fortalecerse a partir de la propuesta	Factibilidad de aplicación de la propuesta en el PM
R1	• *Aporta al alumno una mayor posibilidad de comunicar gráficamente lo que están imaginando.* • *Aporta a clarificar ideas o contrastarlas con las de sus compañeros.*	*"Muy rico realizar una simulación de la misma en alguna de las materias de Prácticas de la Enseñanza ya que dicha cuestión es ignorada casi por completo".*
R2	• *Contribuye a relacionar e interpretar distintas representaciones planas de un cuerpo geométrico con él mismo, analizando ventajas y desventajas de cada una.* • *Ayuda a desarrollar la inteligencia espacial,*	*"Creo que es factible aplicarla, en materias como Geometría o Práctica de la Enseñanza I sería importante destinar pequeños momentos distribuidos a lo largo del año para trabajar con este tipo*

	la habilidad del dibujo, la comunicación de ideas y conceptos matemáticos, entre otros.	*de actividades".*

Tabla 3. Contribución formativa y posibilidad de aplicación de la propuesta (estudiantes avanzados del PM).

En lo referente al paso por la escuela secundaria, R1 y R2 expresaron haber abordado escasamente la cuestión de la representación gráfica en dicho nivel. Para ellos este aspecto está aún vacante, de hecho no se le ha dedicado el tiempo e interés suficiente tampoco en su paso por el Profesorado.

Conclusiones

Se concluye con este trabajo que saber representar cuerpos geométricos forma parte de las herramientas con las que debe contar un profesor en Matemática, pudiendo aplicar diversas formas de hacerlo (Gutiérrez, 1998) así como advertir representaciones geométricas estereotipadas (Barrantes et al., 2015). Éstas ayudan a comunicar ideas, apoyar y clarificar el lenguaje geométrico específico. En este aspecto, formar la visualización permite que la Geometría sea comprendida por los estudiantes como un marco de referencia que ayuda a interpretar y actuar comprensivamente ante situaciones que acontecen en la vida real. También contribuye a entender conocimientos formales. De esta manera, los alumnos fortalecen su capacidad espacial, de visualización, pudiendo comunicar lo que han aprendido. Se pone en práctica aquí la imaginación, herramienta valiosísima para la comprensión, entre otros, la comprensión de conceptos en Matemática. En síntesis, obviar un trabajo gráfico-visual en Matemática puede limitar el entendimiento.

Por otro lado, el PM no se atribuye explícitamente la formación en representación gráfica; si bien en algunas oportunidades ciertos docentes lo trabajan en sus clases, esto no forma parte de sus programas. Particularmente, docentes de materias afines del PM (Geometría I y Práctica de la Enseñanza I) admiten el fuerte apoyo de la formación en representación para el trabajo geométrico y aceptan que es un tema al cual no le dedican el tiempo suficiente. Advierten un fuerte predominio de formalización geométrica en el Profesorado. Por su parte, los estudiantes reconocen la utilidad de ser formados en este aspecto aunque no lo han experimentado en su formación.

En cuanto a la propuesta de enseñanza sugerida para fortalecer el trabajo de la representación, los docentes entrevistados concurren en la idea de que ayudan a complementar el trabajo geométrico aportando al desarrollo de habilidades y conceptos geométricos y a la interpretación de situaciones problemáticas. El empleo del software es una herramienta muy considerada al respecto.

Por ello creemos conveniente, en este marco, aplicar propuestas que revaloricen el trabajo de la representación durante el desarrollo de contenidos de Geometría espacial. De esta manera se traerá aparejado un valioso ejercicio sobre la visualización y el razonamiento geométrico. Más aún, se podrán aprovechar las posibles habilidades gráficas de los alumnos como así también ayudar a desarrollar o fortalecerlas. De todos modos, no se restringe esto al desarrollo de habilidades artísticas (ya sea en papel o con software) sino que se intenta incentivar una enseñanza/aprendizaje de la Geometría que abra las puertas a la aparición de supuestos y deducciones superando la mera aplicación de fórmulas.

Se entiende así que un trabajo reflexivo sobre las habilidades de representación en los espacios curriculares referidos a la didáctica en Geometría del espacio (como puede ser Práctica de la Enseñanza I) favorecerá notoriamente al manejo que los alumnos del PM tendrán de la representación gráfica.

Bibliografía

Barrantes, M. y Blanco, L.J. (2005). Análisis de las concepciones de los profesores en formación sobre la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. *Números, 62*, 33-44.

Barrantes, M., López, M. y Fernández, M.A. (2015). Análisis de las representaciones geométricas en los libros de texto. *PNA, 9*(2), 107-127.

Brooks, M. (2009).Drawing, Visualisation and Young Children'sExploration of "Big Ideas".*International Journal of Science Education, 31*(3), 319-341.

Gonzato, M., Díaz-Godino, J. y Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualizaciónde objetos tridimensionales. *Educación Matemática, 23(*3), 5-37.

Gutiérrez, A. (1995). *Área de conocimiento: didáctica de las matemáticas*. Madrid: Síntesis.

Gutiérrez, A. (1998). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *EMA. Investigación e innovación en Educación Matemática, 3*(3), 193-220.

Gutiérrez, A. (2010). Introducción al Seminario I sobre Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Sierra (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp.17-19). Lleida: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Grossi, S. y Sgreccia, N. (2015). *¿Y si enseñamos a dibujar?* Ponencia presentada en las IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. La Plata, octubre.

Höffer, A. (1981). Geometryis more thanProof. *Mathematics Teacher, 74*(1), 11-18.

Moore-Russo, D. y Schroeder, T. (2007).*Preservice and in servicesecondarymathematicsteachers' visualization of three-dimensional objects and theirrelationships*.Ponencia presentada en el Annual Meeting of the North American Chapter of the International GroupforthePsychology of MathematicsEducation. Reno, Nevada, octubre.

Sgreccia, N. y Massa, M. (2010). Beliefs of futureteachersabouttheteaching of solids in secondaryschool.*Proceedings of theAnnual Meeting of the International GroupforthePsychology of MathematicsEducation, 34*(2), 104.

Spencer, H., Dygdon, J. y Novak, J. (2009). *Dibujo técnico* (8° ed.). México: Alfaomega.

Tavío, C. y Méndez, J. (2006). La democratización del conocimiento matemático: popularizando la geometría. *UNO, 12*(42), 61-70.

La actividad matemática de clasificar. Concepciones de futuros profesores.

María Florencia Cruz
Marcela Götte
Ana María Mántica
ma.florenciacruz@gmail.com / marcelagotte@gmail.com / ana.mantica@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Introducción

Se presenta un estudio que se lleva a cabo con alumnos que cursan la asignatura Taller de Geometría, correspondiente al tercer año del plan de estudio del Profesorado en Matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral. Los estudiantes han cursado Geometría Euclídea Plana (GEP) y Geometría Euclídea Espacial (GEE), en el Taller de Geometría se trabajan problemas de síntesis y profundización de las materias mencionadas, generando espacios que permiten a los alumnos elaborar sus propias conjeturas y analizar su validez para luego demostrar.

En el presente trabajo se realiza el análisis de una entrevista que se lleva a cabo con dos alumnos. Se analizan: los criterios que tienen en cuenta al caracterizar familias de poliedros; el tipo de clasificaciones que conocen y, si tienen en cuenta las ventajas y limitaciones de los diferentes tipos de clasificaciones.

Consideraciones teóricas

La actividad de clasificar es una de las características esenciales de cualquier rama del pensamiento humano y, en particular, una actividad fundamental en las matemáticas. Las clasificaciones más frecuente en la vida cotidiana se realizan formando subconjuntos disjuntos o por partición y en la enseñanza generalmente se utiliza este tipo de clasificación, lo cual probablemente se debe a las influencias recibidas por la escuela Piagetiana (Guillén, 1991). Establecer clasificaciones en el área matemática, implica considerar durante todo el proceso, el universo objeto de clasificación, el criterio que se utiliza y el tipo de clasificación que se establece. Guillén (2005) sostiene que dependiendo de él o los criterios que se utilizan para dividir en clases la totalidad del universo se establece el tipo de clasificación.

Guillén (1991,2005) identifica distintos tipos de clasificaciones teniendo en cuenta la relación de inclusión, exclusión o solapamiento que determinan sus clases. Por un lado, las clasificaciones particionales en las cuales las subfamilias establecidas deben ser disjuntas y deben de dar cuenta de la totalidad del universo objeto de clasificación.

La autora identifica distintos tipos de clasificaciones particionales. En la mayoría de las clasificaciones se establecen solamente dos clases, por un lado los objetos que cumplen una propiedad y por otro los que no la cumplen, estas las denomina clasificaciones dicotómicas y se caracterizan por definirse con un único criterio (pudiendo variar el criterio considerado). Las clasificaciones que se establecen con varios criterios, pueden determinar clasificaciones disjuntas, en las que sus clases no tienen elementos en común, o particiones superpuestas, en las que las clases resultantes comparten elementos. En este último caso la clasificación puede transformarse de modo tal de convertir relaciones de solapamiento en relaciones de exclusión; el modo más utilizado para convertir las clasificaciones particiones superpuestas en disjuntas es agregar uno o varios adjetivos, provenientes de los diferentes criterios considerados, hasta lograr que las clases no compartan elementos. Por ejemplo, si a los prismas los clasificamos en rectos, oblicuos, regulares e irregulares hay solapamiento, pero si consideramos prismas rectos de bases regulares, prismas rectos de bases irregulares, prismas oblicuos de bases regulares, prismas oblicuos de bases irregulares se transforma en disjunta.

Por otro lado Guillén (1991, 2005) determina clasificaciones jerárquicas, en las que las clases resultantes determinan una relación de inclusión. Estas clasificaciones se determinan de modo tal que las clases particulares forman subconjuntos de las más generales. Las que se encuentran con mayor frecuencia son aquellas en las que las clases resultantes tienen el nombre genérico y uno o varios adjetivos, en las cuales las familias establecidas pueden tener varios nombres, correspondientes a los de todas las familias que las contienen, por ejemplo pirámide recta de base cóncava.

De Villiers (1994) considera a la clasificación jerárquica como aquella que hace referencia a la clasificación de un conjunto de conceptos de tal manera que los conceptos más particulares forman subconjuntos de los más generales, y la clasificación por partición en la que los distintos subconjuntos de conceptos diferentes son considerados disjuntos unos de otros.

En general, según este autor, las definiciones particionales son más largas porque tienen que incluir propiedades adicionales para asegurar la exclusión de casos especiales, mientras que las definiciones jerárquicas aseguran que todos los teoremas demostrados para un concepto se aplican automáticamente a sus casos especiales. No obstante De Villiers (1994) sostiene que las clasificaciones y sus correspondientes definiciones son arbitrarias y no absolutas y que considerar entre jerárquicas y particionales es una opción personal o de conveniencia.

Se destaca que el texto Geometría Métrica de Puig Adam (1980) utilizado en las asignaturas GEP,GEE y Taller de Geometría, utiliza clasificaciones jerárquicas en las definiciones, en particular llama triángulo isósceles al que "tiene dos lados iguales"(p. 36), y triángulo equilátero "a todo aquel que tiene los tres lados iguales"(p. 36). El autor explicita que todas las propiedades demostradas para el caso general (triángulo isósceles) se cumplen para el caso particular, ventaja fundamental en matemáticas de este tipo de clasificaciones.

Diseño y modo de implementación de entrevistas

La propuesta consta de una entrevista grupal en la que participan dos estudiantes (entrevistados) y el entrevistador. Este último realiza intervenciones en ciertos momentos, con el fin de animar a que todos los partícipes den sus opiniones impidiendo las respuestas individuales (Flick, 2012). Se implementan en horario de cursado de la asignatura Taller de Geometría, en particular. Dicho taller se cursa en el cuatrimestre consecutivo al cursado de la asignatura GEE, y en el mismo se recuperan y profundizan los contenidos trabajados en GEP y en GEE.

En particular, el binomio que participa de la entrevista, está constituido por un estudiante que ha acreditado la asignatura GEE y otro que no, pero ha finalizado su cursado. La selección de estos estudiantes es intencional y se toma teniendo en cuenta que las interacciones, entre alumnos en igualdad de condiciones en relación con su conocimiento, permiten la exteriorización de las concepciones, de los proyectos y de la toma de decisiones (Balacheff, 2000).

Durante esta instancia se registra la información con artefactos escritos y grabaciones en audio y video. Se presentan cuatro tareas por escrito a responder por los estudiantes, se presenta una tarea y se espera la respuesta y así sucesivamente, con el fin de no direccionar respuestas. Para el desarrollo de la entrevista se construyen modelos en materiales manipulativos, ocho construidos con Polydron y dos construidos en cartulina (prisma oblicuo y pirámide oblicua dado que con Polydron no es posible construirlos). Durante la resolución de las tareas los estudiantes pueden utilizar la bibliografía trabajada en GEE y en GEP.

Las tareas que se presentan son las siguientes:

Tarea 1: Cada uno de los siguientes grupos de poliedros determina una familia, el universo son los poliedros dados, encontrar las características que permiten que dichos poliedros se agrupen así, ¿qué nombre le pondrías a cada familia? Justifica cada decisión que tomes. Realiza un diagrama de Venn de la clasificación.

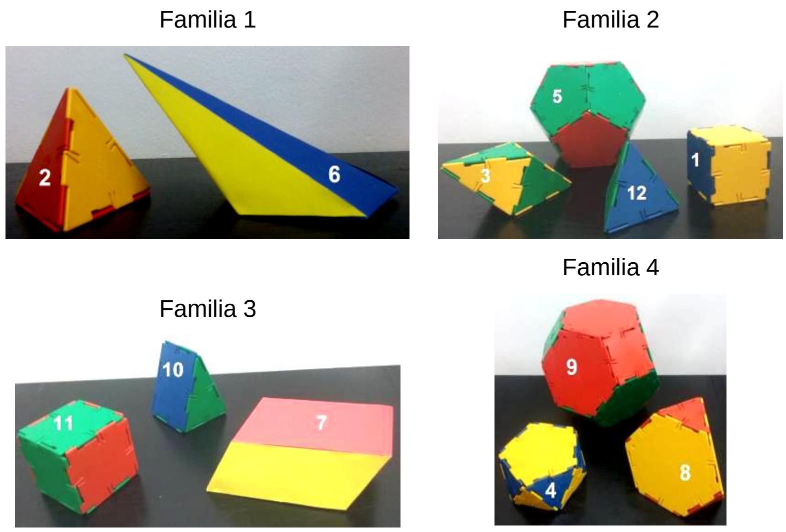


Figura 1.: Familias de poliedros presentadas.

Tarea 2:Dado el siguiente universo de poliedros y las siguientes familias de poliedros, justifica qué poliedros pertenecen a cada una de las familias. Realiza un diagrama de Venn de la clasificación.

Familias de poliedros:

Familia 1: Poliedros con todas sus caras polígonos regulares.

Familia 2: Poliedros cuyas caras son todos polígonos regulares e iguales.

Familia 3: Poliedros convexos.

Familia 4: Poliedros cuyas caras no son polígonos regulares.

Familia 5: Poliedros con caras polígonos regulares.

Los modelos de poliedros son los mismos que forman las familias de poliedros en la tarea 1.

Tarea 3: ¿En qué se diferencian las clasificaciones realizadas en la tarea 1 y en la tarea 2?; ¿Encuentran alguna relación entre la clasificación de la tarea 2 y las clasificaciones trabajadas con cuadriláteros en geometría euclídea plana?

Tarea 4: Se proponen los siguientes tipos de clasificaciones según las relaciones entre las familias que quedan determinadas:

Tipo uno: las familias que los forman no tienen poliedros en común.

Tipo dos: existe una relación de inclusión entre todas las familias determinadas. Cada familia excepto el universo está incluida en otra.

Tipo tres: no son del tipo uno, ni del tipo dos.

¿Qué tipo de clasificación es la obtenida en la tarea uno?; ¿Qué tipo de clasificación es la obtenida en la tarea dos?

Estudio de lo actuado por los estudiantes

Se presenta el análisis de los procedimientos llevados a cabo por el primer grupo entrevistado que denominaremos grupo **G-C,** constituido por los alumnos **G** y **C**. Destacamos que el entrevistador se denota con E.

Tarea 1:

Se organiza la exposición considerando el orden y análisis que realizan los estudiantes de cada una de las familias de poliedros. Se destaca que se expresan en cursiva las expresiones textuales de los estudiantes.

Los estudiantes comienzan la discusión sobre la Familia 2 considerando los poliedros globalmente, analizan caras y ángulos, no miran estas características de forma aislada. En primera instancia consideran que los poliedros de la familia son regulares, sin embargo descartan esta característica porque las caras del poliedro 3 no son regulares y los ángulos poliedros no son iguales.

G: Estos son regulares porque tienen las caras iguales y los ángulos.

C: No, este no tienen los ángulos iguales, tendrían que ser triángulos equiláteros.

G: Entonces no son regulares.

Continúan la discusión centrándose en las formas de las caras que forman los poliedros, caracterizándola finalmente como "*poliedros que tienen todas sus caras iguales*"

Los alumnos caracterizan la Familia 4 como semirregulares, lo realizan rápidamente, lo cual puede deberse a que en la asignatura Taller de Geometría (materia que se encuentran cursando al realizarse esta entrevista), trabajaron dicha definición. Delimitan correctamente la familia, sin embargo no tienen en cuenta que los ángulos poliedros sean iguales, característica que se considera en la definición trabajada en la asignatura que se encuentran cursando.

G: La 4 son semirregulares.

E: Decís que son semirregulares, ¿a qué te referís con poliedros semirregulares?

G: Porque las caras son regulares pero son distintas.

Analizan posteriormente las características de la Familia 1. Utilizan erróneamente el concepto de eje confundiéndolo con el de altura, a pesar que en GEE se define altura de una pirámide como la distancia del vértice V del anguloide que define la pirámide al plano de la base (Puig Adam, 1980). Esto puede deberse a que tienen imágenes conceptuales basadas en ejemplos prototípicos que no incluyen el dibujo de alturas de pirámides oblicuas. No atienden a las características propias de las pirámides, hacen alusión a los modelos de poliedros particulares que conforman la familia. Destacamos que los estudiantes llaman prismas a las pirámides y que en ningún momento recurren a la definición a pesar de tenerla disponible.

*G: La familia 1, son… Pirámides… mmm ¿Cómo se llaman? Prismas, sí prismas. Este es regular (*señalando el tetraedro*) o no sé cómo se llamaba y este oblicuo (*señalando la pirámide oblicua*).*

C: Este es recto y este no, es oblicuo. Recto porque el eje esta perpendicular a la base.

G: Prisma de base pentagonal y prisma de base triangular.

Al caracterizar la Familia 3 no encuentran rápidamente una característica que las distinga de las otras familias. En principio manifiestan que la característica es que "tienen cuadriláteros como caras".

G: Todos tienen al menos un cuadrilátero como cara y puede incluir triángulo pero si o si cuadrilátero. ¿Se puede escribir así? Tiene cuadriláteros como caras y puede tener triángulo, algún que otro triángulo.

Finalizan su análisis determinando como característica de la familia que todos los poliedros que la componen tienen al menos un cuadrilátero como cara. Con esta característica no queda delimitada la familia dado que el poliedro 8, de la Familia 4, también cumple la condición.

Posteriormente realizan correctamente el siguiente diagrama de Venn:

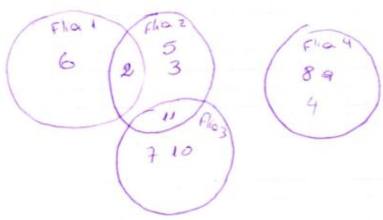


Figura 2.: Diagrama de Venn, tarea 1 Grupo **C-G**.

Tarea 2:

Fácilmente determinan qué poliedro pertenece a cada familia, utilizan conceptos geométricos para realizarlo. Por ejemplo, para determinar los elementos que pertenecen a la Familia 3 "poliedros convexos" tienen en cuenta definiciones y propiedades trabajadas en la asignatura GEE.

C: Yo tomo dos puntos cualquiera que estén adentro, tengo que poder unirlos por adentro.

G: Claro, también. Que los planos que contienen a las caras dejen a todo el poliedro en el mismo semiespacio. Por propiedad de división del semiespacio.

C: Entonces, en la familia 3, van todos.

Al momento de realizar el diagrama de Venn que se solicita en esta tarea analizan la inclusión que se presenta entre las familias.

C: La familia 3 contiene a todas las otras familias. La familia 5 contiene a la familia 1 y la familia 1 contiene a la 2. Y la familia 4 está afuera.

G: La 4 afuera.

C: La 3 contiene a todas.

Finalmente presentan el siguiente diagrama:

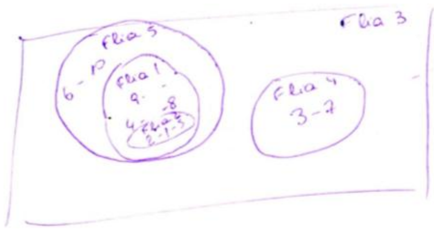


Figura 3.: Diagrama de Venn, tarea 2 Grupo **C-G**.

Tarea 3:

Al responder la primera pregunta establecen una diferencia fundamental entre las clasificaciones realizadas en la tarea 1 y la tarea 2, quedando claro que la relación entre las familias de la tarea 2 es inclusiva. No obstante, el alumno C manifiesta que miran las caras y no los ángulos, considera una definición incompleta de poliedro regular dado que la misma incluye la igualdad de ángulos poliedros, G afirma que no determinan los elementos de las familias teniendo en cuenta esta característica.

C: En el ejercicio 2, la familia 3 contiene a todos los poliedros, están todos encerrados en la misma.

G: Cómo que en el ejercicio 2 hay una de las clasificaciones de las familias que incluye a todos, y en el otro no hay ninguna que incluya a todos. Hay algo que tienen todos en común y en la otra no hay nada que tengan todos en común.

C: Lo que tienen igual es que todas las familias (las de las dos tareas), están determinadas considerando las caras. No se pensó en ángulos poliedros, en paralelismo de caras (considera que deben guardar la relación de paralelismo los planos que contienen a las caras del poliedro), o algo así.

G: Sí, siempre las caras. La similitud es que se miran las caras y la diferencia son las clasificaciones.

En relación con la segunda pregunta determinan que los poliedros con los que se trabaja en las tarea 2 son convexos, lo que consideran una similitud con lo trabajado en geometría euclídea plana, dado que en la asignatura se prioriza el trabajo con polígonos convexos planos. Posteriormente reconocen que las clasificaciones inclusivas tienen ventajas sobre otro tipo de clasificaciones, ya que, como plantea De Villiers (1999) en matemática, en general, se utilizan clasificaciones jerárquicas debido a las ventajas que proporciona, entre ellas: simplifica la sistematización deductiva y la derivación de las propiedades de conceptos especiales.

G: Que son convexos… También, si demostrás algo para la familia 5, se cumple para la 1 y para la 2.

C: Para todas las que contengan, porque pertenecen al conjunto. (Refiriéndose a lo trabajado en cuadriláteros en GEP) Las diagonales, por ejemplo, primero dimos paralelogramo y como el rectángulo es un paralelogramo cumple todas las propiedades del paralelogramo más otras.

C: Si demostrás una propiedad para un conjunto o grupo de cuadriláteros todos los que estén incluidos dentro de ese conjunto van a cumplir las propiedades.

G: La inclusión es lo que tienen de parecido, hay algo más global. No sé cómo expresarlo. Si uno cumple una propiedad…

C: Todos los subconjuntos de ese conjunto lo van a cumplir.

<u>Tarea 4:</u>

Analizan si las clasificaciones presentadas en las tareas 1 y 2 cumplen con las características que se especifica en cada tipo de clasificación:

Tipo uno: las familias que los forman no tienen poliedros en común.

Tipo dos: existe una relación de inclusión entre todas las familias determinadas. Cada familia excepto el universo está incluida en otra.

Descartan que las clasificaciones sean del tipo uno, luego analizan si son del tipo dos, afirmando que la dada en la tarea dos corresponde a este tipo de clasificación si se considera a la familia 3 como el universo. Finalmente sostienen que la clasificación de la tarea 1 es de tipo tres por no cumplir con las condiciones establecidas en el tipo dos.

C: El tipo 1 dice "la familia que los forman no tienen poliedros en común". En el ejercicio 1 tienen en común la familia 1, con la familia 2 y la familia 2 con la familia 3 también tienen en común.

G: La actividad 2 no puede ser del tipo 1 porque hay una familia que contiene a todas.

C: Ninguna de las dos son del tipo 1.

G: En la tarea 1 no existe una relación de inclusión entre todas las familias determinadas, porque hay una que esta suelta, no es del tipo 2.

C: En la tarea 2 salvo que vos digas que la familia 3 es el universo. Ahora bien la familia 3 sería la única que no está incluida en otra.

G: Pero no es el universo.

C: La 3 si es el universo, si son todos.

G: Ahora sí, es del tipo 2.

C: La clasificación de la tarea 1 es del tipo tres, porque no es del tipo uno, y no es del tipo dos.

Reflexiones finales

En el trabajo realizado se manifiesta que el grupo C-G realiza una mirada parcial de los poliedros haciendo hincapié en los polígonos que forman los poliedros, aunque en algunas casos colocan el nombre de alguna familia conocida, no obstante para realizarlo no utilizan las definiciones trabajadas en las asignaturas de geometría.

En el desarrollo de la tarea 2 determinan que poliedro pertenece a cada familia y realizan posteriormente el diagrama de Venn, en el cual establecen la inclusión que existe entre las familias correctamente.

En la respuesta de la primera pregunta de la tarea 3 el grupo establece la diferencia entre las clasificaciones propuestas, reconociendo la inclusión presentada entre las familias de la tarea 2. Al responder la segunda pregunta reconocen que la clasificación trabajada en GEP es inclusiva al igual que la de la tarea 2, y manifiestan algunas ventajas de la misma sobre las clasificaciones particionales, como ser: si una propiedad se cumple para el caso general entonces se cumple para el particular.

En la tarea 4 determinan correctamente que la clasificación de la tarea uno es de tipo 3 (solapada) y la de la tarea dos es de tipo 2 (inclusiva).

Bibliografía

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Bogotá: Una empresa docente.

De Villiers, M. (1994).The Role and Function of a Hierarchical Classification of Quadrilaterals.*For the Learning of Mathematics,* 14(1), 11-18.

Flick, U. (2007).*Introducción a la investigación cualitativa*.Madrid: Morata.

Guillén Soler, G. (1991). *El mundo de los poliedros*. Madrid: Síntesis.

Guillén Soler, G. (2005). Análisis de la clasificación. Una propuesta para abordar la clasificación en el mundo de los sólidos. *Educación Matemática*, 17 (2), 117-152.

Puig Adam, P. (1980). *Curso de Geometría Métrica*. Tomo I. Fundamentos. Euler, G. Madrid: Puig Ediciones.

Un trabajo institucional: proyectos que apuestan a mejorar la formación inicial de profesores de matemática.

María Angélica Zurbriggen
Patricia Cavatorta
Patricia Marioni
mazurbriggen@gmail.com / patricia.cavatorta@gmail.com / profpmarioni@gmail.com
Instituto Superior del Profesorado N° 6 "Dr. Leopoldo Chizzini Melo".

Introducción

Desde hace unos años un grupo de docentes de la carrera Profesorado de Educación Secundaria en Matemática del Instituto Superior del Profesorado N° 6 "Dr. Leopoldo Chizzini Melo" comienza a pensar y gestar experiencias con la intención de enriquecer, en relación a lo disciplinar y a lo pedagógico, la formación inicial de los estudiantes de la misma. Interesa brindar una formación de calidad y la realidad muestra que generalmente en sus primeras intervenciones áulicas los estudiantes reproducen prácticas tradicionales, guiadas por planificaciones muchas veces prescriptas por lo propuesto en los libros de textos.

Pochulu y Rodriguez (2012) sostienen que al futuro profesor de matemática se le exige un nuevo comportamiento profesional, conocimientos y habilidades pedagógicas flexibles según las distintas situaciones y contextos educativos; un conocimiento de la disciplina en sí y el conocimiento didáctico asociado a ella. Se pretende que sea hábil en la generación de entornos de aprendizajes matemáticamente enriquecedores, diseñando modelos que se adapten a las cambiantes condiciones de aprendizaje que se dan en las clases.

Si se espera que los estudiantes en su futuro desempeño docente elaboren propuestas innovadoras que atiendan a estos aspectos, y sobre todo que favorezcan la construcción del conocimiento, es necesario que en primer lugar vivan el aprendizaje de ese modo. Es decir, que en su formación inicial, cuenten con experiencias que le permitan el desarrollo de un pensamiento crítico, donde puedan plantearse inquietudes, construir conceptos ligados a su origen e historia, relacionar con otros conceptos matemáticos, con otras disciplinas y con la vida real.

En virtud de lo expuesto, se considera importante que los estudiantes, junto a docentes del instituto, puedan planificar e intervenir pedagógicamente, en forma colaborativa, a través de proyectos que apuestan a una enseñanza desde la construcción de saberes con sentido. Asimismo que tengan un contacto precoz con alumnos del nivel secundario y con la comunidad en general.

Durante el año 2016 se materializan estas ideas en acciones a través de tres proyectos de intervención en instituciones educativas de la localidad de Coronda, que involucran en conjunto a todos los estudiantes del profesorado.

Fundamentación

La construcción o reconstrucción de los conceptos Con Sentido y con intervenciones reales en el futuro campo de acción es fundamental en la formación inicial de profesores de matemática.

Charnay (1995) plantea que "uno de los objetivos esenciales (y al mismo tiempo una de las dificultades principales) de la enseñanza de la matemática es precisamente que lo que se ha enseñado esté cargado de significado, tenga sentido para el alumno" (Charnay, 1995:52). El estudiante debe ser capaz no sólo de repetir o rehacer, sino también de resignificar en situaciones nuevas, de adaptar, de transferir sus conocimientos para resolver nuevos problemas.

En el caso de la formación de formadores el desafío es doble, por un lado el aprendizaje o reconstrucción de los conceptos y por el otro el aprendizaje del cómo enseñar. Pogré (2011) sostiene que la formación inicial de docentes además, debe involucrar un proceso formativo, que favorezca la apropiación de las nuevas concepciones de la educación, la generación de nuevas realidades institucionales, y que posibilite vivenciar, en toda su extensión, un nuevo modelo de aprendizaje que resulte un referente claro al momento de desempeñarse como docente.

Es sabido que las experiencias como estudiante están fuertemente internalizadas e influyen notoriamente en la formación docente. Por tal razón, se procura que la formación docente cree condiciones tales que permitan al futuro profesor revisar sus modelos y matrices de aprendizaje. (Davini, 2002).

En este sentido, resulta prioritario asumir con compromiso la formación de futuros docentes, concibiendo estrategias que permitan al estudiante apropiarse de herramientas para su futuro desempeño. Terigi sostiene que:

> Una formación inicial eficaz debería reunir al mismo tiempo dos características aparentemente contradictorias: debería ser resistente a la práctica y debería ser permeable a ella. Debería ser resistente en el sentido de no desvanecerse ante los imperativos de la vida cotidiana en las instituciones educativas, de romper con los circuitos reproductivos. Debería ser permeable en el sentido de dotar a los futuros profesores de esquemas conceptuales y prácticos en términos de los cuales la vida cotidiana en las escuelas y colegios, y su propio desempeño en ellos, se les hagan inteligibles. (Terigi, 2009:133)

Para lograr una formación así entendida, Terigi (2009) plantea que las prácticas en las que se forman los futuros profesores deben encontrarse empapadas del tipo de trabajo intelectual de análisis de la realidad educativa que se pretende que éstos realicen cuando ingresen al sistema escolar. Por ello, considera que un aspecto decisivo de la transformación de la formación de profesores es la revisión de los modos de enseñar que brindan los formadores de profesores, los cuáles deben resultar formativos. Si bien, se advierte que aprender algo en la formación inicial no asegura que sea apropiado y reutilizado en el desempeño profesional, también se sabe que las herramientas que no se conocen no podrán ser utilizadas, por lo que la labor que debe realizarse durante la formación inicial cobra gran relevancia.

Desde esta óptica, Pogré (2011) propone que el estudiante adquiera contacto con el futuro campo de acción, mediante un proyecto construido interinstitucionalmente (la escuela y la institución formadora) que:

> trascienda la necesidad de encontrar un espacio de práctica pre- profesional para quienes se están formando, un proyecto de trabajo y colaboración interinstitucional donde directivos y docentes de ambas instituciones tienen un plan de trabajo conjunto en el que las prácticas y residencias de los futuros docentes son apenas una de las tareas de responsabilidad compartida. En este caso no solo el estudiante, futuro profesor, participa en la vida de la escuela, son las comunidades docentes de ambas instituciones las que incorporan a quienes serán parte del colectivo. (Pogré, 2011:53)

Por lo expuesto, se considera que las experiencias llevadas a cabo mediante la participación de diversos proyectos habilita un camino de trabajo colaborativo que favorece la (re)construcción de conocimientos tanto disciplinares como pedagógicos, que enriquece la formación inicial de los estudiantes del Profesorado en Matemática.

Los Proyectos

Durante el ciclo lectivo 2016 se concretan en el ISP Nº 6 tres proyectos que tienen por objetivo común que los estudiantes de los distintos años de la carrera vivan la experiencia de planificar propuestas de enseñanza con un enfoque significativamente diferente al tradicional e intervenir colaborativamente en instituciones educativas de la ciudad de Coronda. Los mismos son: "Proyecto Eratóstenes", "Talleres con GeoGebra" y "Muestra itinerante: Busqueda DeMente", a cargo de estudiantes y profesores de 2º, 3º y 1º y 4º año respectivamente.

El Proyecto Eratóstenes

El Proyecto Eratóstenes es una propuesta del departamento de Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UBA, del Laboratorio Pierre Auger, Universidad Tecnológica Nacional, Regional Mendoza (Argentina) y de la Asociación Física Argentina. El mismo está destinado a estudiantes de las escuelas secundarias de Iberoamérica y Europa. El objetivo del proyecto es que los estudiantes en forma colaborativa hallen el radio de la Tierra utilizando el método de Eratóstenes, un astrónomo del siglo III A.C.

Cada cálculo del radio terrestre demanda, al menos, dos escuelas asociadas del mundo que midan sombras y longitudes de gnomones, cada una en su punto geográfico durante el mediodía solar, de un mismo día, cerca de los equinoccios, o eventualmente de días diferentes, cerca de los solsticios https://sites.google.com/site/imagenesdelasticenelisp6/home/una-propuesta-de-la-jefatura-de-seccion-matematica - ftn2

Esta propuesta es considerada por la Sección de Matemática del instituto a partir del año 2014, cuando una docente de EESO Nº 201 "José Elías Galisteo" y de la carrera del Profesorado de Matemática del ISP, inscribe a uno de sus cursos del secundario para que participe del proyecto y propone que estudiantes y docentes de la carrera coordinen la puesta en marcha del mismo. A partir de entonces, se efectúa todos los años, realizando los cambios que se consideran adecuados para mejorar el desarrollo del mismo.

En este trabajo se describe lo realizado en el ciclo lectivo 2016. Se ha decidido, al notar el esfuerzo y compromiso que el proyecto implica, valorar la participación considerándolo como un trabajo práctico compartido entre las materias: Cálculo en una variable, Matemática Discreta y Teoría del Número y EDI II (Trigonometría), espacios curriculares correspondientes al segundo año de la carrera.

El rol de los estudiantes es de tutores de los alumnos del secundario y son los encargados de planificar una serie de actividades, entre ellas una presentación del proyecto, guía y orientación para la selección de materiales, concreción de las mediciones, cálculos según las mediciones obtenidas, socialización y análisis de datos y resultados, coordinación para la elaboración de presentaciones visuales. Los profesores del ISP supervisan la pertinencia de lo planificado (tecnologías digitales - materiales - textos - dinámicas - oradores) y acompañan a los estudiantes del profesorado en cada una de las acciones.

Es importante destacar que para cada uno de los encuentros previstos, los estudiantes del profesorado planifican y plantean objetivos. Esto implica organización y discusión respecto a las metodologías, los recursos, los tiempos, los espacios, etc. Esto permite que desarrollen diversas acciones como lectura de material, investigación, búsqueda de material audiovisual, construcciones con GeoGebra, consultas a especialistas. A su vez, desde el primer encuentro, los tutores acuerdan con los alumnos del secundario a su cargo los medios a utilizar para mantenerse comunicados (grupos en redes sociales, de WhatsApp, etc), los elementos necesarios y las actividades que deben resolver y presentar en cada encuentro. Esto requiere del futuro docente una postura de liderazgo, que implique generar motivación e interés en la propuesta.

Luego de cada acción, los tutores y sus docentes realizan una pequeña reflexión de lo vivido. A partir de ello, se disponen a repensar el siguiente encuentro teniendo en cuenta las características de los grupos a cargo, organizando y coordinando actividades, previendo situaciones y dificultades.

Al finalizar, se solicita una reflexión general de lo experimentado y aprendido. Esta experiencia significa para los alumnos del nivel terciario poner en juego sus conocimientos de Geometría sintética, Física, Trigonometría, Álgebra, Didáctica de la matemática, Pedagogía, entre otros. Como así también, la profundización e investigación en relación a los conceptos matemáticos, la transposición didáctica de ellos y la tarea de enseñar.

Talleres con GeoGebra

A partir del pedido de una docente de la EESO N° 201 a inicios del ciclo lectivo 2016, quién manifiesta la necesidad de que los estudiantes de 4° y 5° año de dicha escuela aprendan a manejar el software GeoGebra y matemática a través de él, se organiza un proyecto denominado “Talleres con GeoGebra”. El mismo tiene como objetivo final que estudiantes avanzados en la carrera del Profesorado realicen intervenciones áulicas, mediadas por el GeoGebra, en clases de matemática.

Se decide institucionalmente que los estudiantes que forman parte del proyecto son los que cursan la materia Tópicos de Geometría del tercer año de la carrera, considerando la participación en el mismo como trabajo práctico de este espacio. Si bien este proyecto tiene anclaje en la unidad curricular mencionada, para la confección y puesta en escena de las actividades del taller se hansumado al equipo de trabajo un adscripto y otros docentes del instituto.

Como primera acción se realizan algunos encuentros entre estudiantes, profesores del instituto y docentes de la EESO, de modo de plantear inquietudes, conocer los modos de trabajo, las características de los alumnos del secundario, establecer acuerdos y los tópicos a abordar. Se decide trabajar a partir de guías de actividades mediadas por Geogebra, profundizando el estudio de funciones.

A partir de ello, los estudiantes del ISP indagan e investigan sobre lo referido el tema funciones, tipos de abordajes para la enseñanza del tema, las posibilidades del software GeoGebra y la enseñanza con TIC.

Se crean luego documentos compartidos en Google Drive para la construcción y reconstrucción de las guías para las clases. De esta manera se favorece el trabajo colaborativo y continuo por parte de los involucrados en el proyecto. Para la confección de las guías no se tomó ninguna actividad prescripta en libros de textos, son construcciones propias del grupo a partir de las discusiones dadas sobre los conceptos, las posibilidades del software y los objetivos planteados.

Durante la instancia de elaboración del material se enfatiza en la escritura de las consignas, ya que estas dan cuenta de la postura frente a la enseñanza y al aprendizaje. Se generan muchos debates del orden de lo pedagógico-didáctico-tecnológico. A continuación de cada consigna se explicita lo que se pretende institucionalizar. Es de destacar que el reto fue muy grande, ya que algunos estudiantes del secundario conocían poco sobre el manejo de GeoGebra y otros nada, y el objetivo del proyecto no es enseñar a usar el software, sino enseñar matemática usando GeoGebra intentando integrar curricularmente las TICs. Se intenta principalmente, problematizar sobre los conceptos matemáticos y no sobre el software, pero al mismo tiempo se espera que las intervenciones habiliten el aprendizaje sobre el uso de algunos recursos que ofrece el mismo. No se tiene por objetivo explicar un contenido y que los alumnos luego lo apliquen, sino que a partir de la resolución de las consignas vayan construyendo o resignificando entre todos, los conceptos y propiedades que se pretenden enseñar. Esto da cuenta de una postura frente a la enseñanza y al aprendizaje, donde se intenta trabajar desde un modelo de la enseñanza de la matemática donde se privilegia la construcción de saberes por parte de los sujetos.

Una vez culminadas las guías se destinan clases para organizar los encuentros, los intervinientes en las clases y las dinámicas. Las intervenciones áulicas se realizan en pequeños grupos rotativos de tres estudiantes y una o dos docentes a lo largo del año. Posterior a las clases se escriben memorias de clase con todas las observaciones de las dinámicas puestas en juego, las preguntas e intervenciones de los alumnos y docentes, los tiempos, las dificultades observadas y apreciaciones didácticas en general, que sirven como insumo para la socialización con el equipo y para pensar las futuras guías, como así también documentar lo vivido.

Esta experiencia permite a los estudiantes del profesorado pensar y reflexionar sobre las prácticas de enseñanza y las implicancias de realizar una planificación consciente. A su vez, generar propuestas de enseñanza que involucren el uso de TIC, a partir de la integración curricular de las mismas y considerando a los sujetos que aprenden constructores colectivos de sus aprendizajes.

Muestra itinerante: "Búsqueda DeMente"

Desde hace unos años docentes de las sección de Matemática del ISP han preparado y presentado en la Expocarrera del Instituto, diversas actividades con el objetivo principal de invitar a la comunidad en general, a acercarse a la matemática, de una manera activa y desestructurada.

Ante la reducida asistencia de la comunidad, se ha decidido a partir de 2016, proponer una muestra itinerante, visitando distintas instituciones de la región, y participando en diversos eventos de la comunidad, con el objetivo principal de compartir una mirada diferente sobre la matemática y romper con ciertos mitos que se tienen de la misma, como así también poner en juego los saberes didácticos de los estudiantes de la carrera.

Para organizar la muestra se conforma un grupo de trabajo con docentes y estudiantes de la carrera. Los estudiantes son los cursantes de Geometría I (de primer año) y de Taller Integrador de Resolución de Problemas (de cuarto año). De este modo, se intenta que los estudiantes avanzados integren y sumen a los estudiantes ingresantes a un trabajo colaborativo y enriquecedor. Cabe destacar que la participación en este proyecto se considera un trabajo práctico de ambos espacios.

En primera instancia, resulta necesario discutir en plenario los objetivos, el planteo de ideas para llevar a cabo la muestra y la revisión del estado y pertinencia de los materiales lúdicos con los que cuenta la sección. En función de ello, se decide organizar la totalidad de estudiantes en pequeños grupos de trabajo, en el que cada uno busca, adapta, reacondiciona y elabora nuevos materiales. Es de destacar, que resulta un desafío la preparación previa, ya que la muestra se destina al público en general, por lo tanto los juegos que se presenten deben resultar adecuados y/o adaptables para todas las edades.

Una vez logrados algunos acuerdos, se crea un documento compartido en Google docs, donde se escribe en forma colaborativa el proyecto, que incluye introducción, objetivos, destinatarios, fundamentación, organización de la muestra y los juegos propuestos por cada grupo.

En el 2016, el proyecto se lleva a cabo con alumnos de 6° y 7° grado de la Escuela de Enseñanza Primaria N° 1244 "María Margarita Gervassoni", de la localidad de Coronda. La muestra cuenta en esta oportunidad con diez estaciones a cargo de los estudiantes involucrados del profesorado de Matemática y una estación central a cargo de docentes del ISP. Para una mejor organización y aprovechamiento del tiempo, se destina dos turnos de aproximadamente una hora reloj cada uno para realizar el recorrido. En el primer turno concurren los alumnos de sexto grado y en el segundo turno, alumnos de séptimo grado. A su vez, en cada turno se conforman diez grupos de cinco alumnos y se asigna a cada grupo un tutor que los acompañe y guie en su itinerario. Para comenzar, cada grupo junto a su tutor, quien lleva consigo una tarjeta con todas las estaciones propuestas, se acercan a la estación central, donde se les indica la primera estación a visitar. Al terminar de jugar en la estación indicada, el tutor realiza una marca en la tarjeta apuntando el juego visitado y regresan a la estación central, donde se les señala la próxima la estación a visitar. En el caso, de que deban esperar a que alguna estación se desocupe, la estación central cuenta con otros juegos y adivinanzas, que pueden aprovechar mientras esperan el turno para continuar. De este modo, cada grupo realiza un recorrido diferente e incluso, en algunos casos, conocen algunos juegos distintos, ya que por el tiempo estipulado, es posible que los grupos no recorran todas las estaciones. Resulta importante aclarar que en esta oportunidad, se ha considerado propicio solicitar la colaboración de estudiantes del segundo año del Profesorado de Nivel Primario, quienes asumieron el rol de tutor de los diversos grupos conformados

Por último, luego de la muestra, los estudiantes del profesorado de matemática presentan una valoración y reflexión de lo trabajado durante el proyecto y las vivencias y sensaciones generadas durante el encuentro con el otro.

Esta experiencia permite interactuar con estudiantes de distintos años de la carrera e incluso con estudiantes pertenecientes a otras carreras. A su vez, habilita a reflexionar acerca del juego como un recurso para la enseñanza y como una situación problemática a resolver, además de posicionarse y de adaptar una situación según el sujeto participante, en este caso, niños del ciclo superior del nivel primario.

Reflexiones en torno a los aprendizajes construidos

Los diferentes proyectos y el tipo de actividades diseñadas para articular con diferentes profesores e instituciones responden a los lineamientos propuestos por Terigi (2009) y Pogré (2011), permitiendo encontrar una hendija, para trabajar articuladamente y colaborativamente entre instituciones en pos de brindar experiencias enriquecedoras de los aprendizajes sobre el ser docente de Matemática en la formación inicial de los estudiantes. Estas experiencias son ricas en el sentido que vivencian formas de hacer, de aprender y de enseñar diferentes a las que muchas veces se les propone. Proporciona a los futuros formadores un mayor acercamiento con estudiantes del nivel secundario e incluso con otros niveles, desde una posición activa en la construcción de aprendizajes.

Además, el trabajo en estos proyectos resulta significativo para los estudiantes del ISP, porque genera un acercamiento precoz, por fuera de sus prácticas docentes generando movilizaciones, inquietudes, interrogantes, dudas y certezas sobre el rol docente. Este contacto con alumnos no es superficial, como simples espectadores, sino que permite la intervención activa en situaciones de aprendizajes y la articulación interinstitucional e interdisciplinar.

A su vez, posibilita el uso de diversos recursos, materiales e ideas, que permiten ampliar la mirada de las futuras prácticas y generar propuestas de enseñanzas diferentes, cargadas de sentido como plantea Charnay (1995)

Por último, esta línea de trabajo fomenta como plantea Pogré (2011) que los futuros docentes construyan el sentido de comunidad, como "construcción subjetiva e identitaria de una profesión que es claro no es una práctica individual, sino una profesión colectiva".(Pogré, 2011:53) Por lo tanto, contribuye a que tanto estudiantes como docentes logren un trabajo en equipo, colaborativo, alcanzando consensos y formas de actuar, respetando la palabra del otro, estableciendo un modo de trabajo, que evidencia la responsabilidad y el compromiso que exige la tarea docente.

Referencias bibliográficas

Charnay, R. (1995): Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En Parra, C y Saiz, I (comp.) *Didáctica de matemáticas*. *Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Ediciones Paidós.

Davini, M. C. (2002*). De aprendices a maestros*. *Enseñar y aprender a enseñar*. Buenos Aires: Papers.

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas, UBA (2012). *El proyecto Erátostenes* [on line] Consultado el 12 de agosto de 2015 en: http://difusion.df.uba.ar/Erat/InstructivoEratostenes2012.pdf

Pochulu, M. y Rodriguez, M. (comp.).(2012) *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.* Los polvorines: Universidad Nacional de Sarmiento.

Pogré, P. (2011) Formar docentes hoy, ¿qué deben comprender los futuros docentes? *Perspectiva Educacional* 51(1), 45-56.

Terigi, F. (2009) F. La formación inicial de profesores de Educación Secundaria: necesidades de mejora, reconocimiento de sus límites *Revista de Educación*, 350,123-144.

Formación de profesores para enseñar geometría analítica. Estado de avance de una tesis doctoral.

VIRGINIA CICCIOLI
NATALIA SGRECCIA
cicciolivirginia@gmail.com / nataliasgreccia@gmail.com
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario.

Presentación

El siguiente trabajo se enmarca en estudio que las autoras actualmente están llevando a cabo en el marco de una tesis de la carrera Doctorado en Enseñanza de las Ciencias con orientación en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires en su etapa inicial.

El interés por la temática surge a partir de ciertas problemáticas que se detectan en la enseñanza y los aprendizajes de la geometría analítica en el nivel secundario. La lectura de bibliografía especializada sobre esta temática muestra dos grandes campos de investigación en torno a dicha problemática: por un lado, la falta de complementariedad entre los enfoques sintético y analítico en la enseñanza de la geometría y, por otro lado, la complejidad subyacente en las conversiones entre registros de representación.

Entre los investigadores del primer campo, se considera a Gascón como principal referente. Este autor (2002, 2003) asocia la problemática a las limitaciones con que se abordan las técnicas sintéticas que, a su vez, dan sentido (son las razones de ser) a las técnicas analíticas, en dicho nivel. El autor reconoce que las técnicas analíticas son introducidas artificialmente como objetos de enseñanza en el nivel secundario superior, sin establecer ningún tipo de conexión con las técnicas sintéticas desarrolladas en los primeros años de la educación secundaria. Explica que, a pesar de la continuidad y complementariedad de ambas, existe una falsa controversia entre la geometría sintética y la geometría analítica que es fruto de un análisis epistemológico superficial. También Henríquez y Montoya (2015) hacen referencia a una falta de complementariedad (en el sentido de que se influencian mutuamente) entre los enfoques de geometría euclidiana con y sin coordenadas cartesianas -geometría analítica y geometría sintética-.

En concordancia con lo observado por Gascón (2002, 2003), Alves, Mendoça y Coletti (2010) concluyen, luego del estudio de algunos documentos oficiales y de libros didácticos, que el desarrollo de las nociones de rectas y planos en los espacios R2 y R3 alcanzan un nivel prioritariamente técnico en la enseñanza secundaria. No se explica específicamente la transición del marco geométrico al algebraico, esencial para su comprensión. También Bonilla y Parraguez (2013) hacen referencia a una falla en el tránsito (en el sentido de continuidad) entre los modos de pensamiento sintético geométrico, analítico aritmético y analítico estructural. Observan que aquellos estudiantes en los que se promueve inicialmente este tercer modo de pensamiento son capaces de relacionar de manera más natural los enfoques sintético y analítico y, consecuentemente, comprender de manera más profunda.

La geometría analítica unifica el álgebra y la geometría sintética, como consecuencia de la asociación de números con puntos y de ecuaciones con figuras. Es por ello que una formación desprovista de ciertos aspectos geométricos sintéticos, en el sentido en que lo plantean los distintos autores mencionados, podría derivar en una algebrización de la geometría analítica, con una consecuente pérdida de sentido. Esto es advertido por Bishop (1987) cuando describe algunos obstáculos para el aprendizaje de la geometría y, en particular, de las geometrías vectorial y analítica.

Entre los estudios del segundo campo, autores como Duval (1999) señalan que la conversión entre registros de representación es un aspecto inherente a la propia génesis de la geometría analítica: amalgama entre lo gráfico y lo simbólico/algebraico. Según el autor no se requiere únicamente de figuras geométricas o gráficos cartesianos sino un trabajo semiótico asociado a la identificación, tratamientos y conversiones, en coordinación con razonamientos discursivos.

Es así que otras investigaciones consultadas (Arellano y Oktac, 2009; Dallemole, Oliveira y Moreno, 2014; Karrer y Navas, 2013) aluden al modo en que se favorece o desfavorece, desde la enseñanza, la construcción de significados de los conceptos de la geometría analítica en los distintos registros y las correspondientes conversiones.

Arellano y Oktac (2009) en particular señalan las dificultades que presentan los alumnos que están finalizando la secundaria en el pasaje del registro gráfico al algebraico en el tratamiento de sistemas de ecuaciones lineales. Infieren que dichas dificultades surgen como consecuencia de una enseñanza desprovista de comunicación entre los distintos registros semióticos. Por su parte, Dallemole, Oliveira y Moreno (2014) se detienen en los conceptos de recta y circunferencia, observando que las mayores dificultades surgen en las conversiones que involucran las representaciones en lengua natural y las representaciones algebraicas. Siguiendo esta misma línea de estudio, pero focalizándose en el contenido superficies esféricas, Karrer y Navas (2013) explican el modo en que las dificultades de conversión son potenciadas por los libros de texto y por las características de la formación de los docentes (matemáticos) a cargo de su enseñanza. Observan que en los libros de texto se prioriza el tratamiento de registros monofuncionales discursivos (como el algebraico) y, a su vez, la formación de los matemáticos está fuertemente orientada al uso de estos registros.

Todos estos estudios señalan lo dificultoso que resulta el aprendizaje de la geometría analítica al finalizar la escolaridad secundaria e iniciar estudios superiores, y algunos de ellos avanzan hacia propuestas de enseñanza superadoras. Analizan temas o asuntos puntuales en los que se hace notar la mencionada complejidad en la conversión entre registros.

Sin embargo, no se han encontrado investigaciones que se centren en la formación de profesores ni aborden la geometría analítica en un sentido más amplio que desde la particularidad de un tema puntual. Por otro lado, dada la importancia para la formación de los modelos docentes vividos (Santaló, 1999), es de interés conocer cómo se van cimentando las bases de toda una rama de la Matemática tan trascendente, como es la geometría analítica, en estudiantes que proyectan ser profesores.

En efecto, esta investigación se propone caracterizar la configuración del conocimiento matemático para enseñar (MKT) (Ball, Thames y Phelps, 2008) geometría analítica en estudiantes del Profesorado en Matemática (PM) de la Universidad Nacional de Rosario (UNR) y sugerir consecuentemente algunas líneas de acción específicas que propendan al fortalecimiento -en términos de complementariedad y sustento entre los distintos registros- de la formación que se ofrece.

En particular se procura hacerlo, por un lado, a través del análisis de la activación de los dominios del MKT y desde los aportes de asignaturas, tanto disciplinares -donde se sientan las bases de la geometría analítica- como de la práctica docente en el PM -donde se problematizan peculiaridades de su enseñanza-, que propenden a sentar las bases para la enseñanza de esta rama de la Matemática. Esto permitirá, a la luz de los referentes considerados, describir las condiciones institucionales a partir de las que se construirá, de manera particular en cada futuro docente, su MKT geometría analítica.

Por otro lado y asumiendo que la construcción del conocimiento para la enseñanza no finaliza al concurrir la formación inicial, resulta de interés conocer de qué manera los docentes egresados del PM moldean y reconstruyen su MKT geometría analítica en sus prácticas áulicas. En este sentido, será de interés analizar qué herramientas, estrategias o conocimientos adquiridos en otros espacios (de la formación inicial o continua) aportan a la construcción de dicho MKT.

Marco teórico

El tópico *conocimiento y habilidades de los profesores* es uno de los cinco ejes de relevancia para las investigaciones relativas a la formación de profesores en Matemática (Sánchez, 2011). Engloba, básicamente, aquello de lo que debe disponer un docente para generar una buena enseñanza. Se reconoce a Shulman (1986) como el precursor de esta línea de investigación sobre la formación del profesor, con una propuesta de categorías para conceptualizar la clase de conocimiento requerido en la enseñanza de cualquier materia.

Ball *et al.* (2008), de la Universidad de Michigan, avanzan en la línea de investigación de Shulman (1986), orientándola hacia la Matemática. Según estos autores, la mayoría de la gente está de acuerdo en que conocer Matemática es importante para su enseñanza. Sin embargo, lo que abarca tal conocimiento y su alcance aún amerita indagación especializada. Por y para ello estos autores proponen un conjunto de seis dominios de *MKT* que han de disponer los profesores (Tabla 1).

Conocimiento disciplinar	*CCK*	Matemática de cualquier ámbito científico o profesional.	Conceptos, procedimientos, significados, denominaciones, notaciones, casos, deducciones.
	HCK	Conciencia sobre la génesis y relación de los contenidos matemáticos.	Relaciones conceptuales más allá de lo que se está desarrollando en cierto momento, apreciaciones valorativas sobre los objetos matemáticos, encuadres epistemológico, histórico y real.
	SCK	Usos específicos, adaptaciones y secuenciaciones realizadas para transformar el contenido en enseñable.	Empleo de distintos registros (coloquial, gráfico y simbólico), selección de ejemplos pertinentes y variados, formulación de preguntas y re-preguntas procurando favorecer el sentido matemático.
Conocimiento didáctico del contenido	*KCS*	Integra conocimiento acerca de la cognición de los alumnos.	Previsión de comportamientos, creencias, dificultades, errores, adecuaciones de los niveles de abstracción, potenciación de las respuestas estudiantiles.
	KCT	Conocimiento pedagógico y didáctico específico que requiere un profesor para actuar desde la enseñanza.	Orientación de las explicaciones, promoción de la participación estudiantil, administración de los tiempos de la clase, empleo de metáforas, de recursos didácticos.

KCC	Se precisa para dar un enfoque y organización a los contenidos que se pretenden enseñar.	Articulación de contenidos de la asignatura así como de otras, vinculación del desarrollo de la teoría con el de la práctica, referencias a lo estudiado en niveles previos de escolaridad.

Tabla 1. Dominios del MKT (Ball et al, 2008)
con ejemplos para su caracterización (Ciccioli y Sgreccia, 2017).

Ball y Bass (2003) introducen la necesidad de conceptualizar el conocimiento matemático para enseñar (MKT) a partir de la observación del trabajo de profesores en aulas de Matemática. Este modelo teórico surge y se nutre de investigaciones empíricas en contextos de aula. Ball et al. (2008) sugieren que un sentido más claro de las categorías de conocimiento requerido para la enseñanza, puede dar información acerca del diseño de materiales de soporte para docentes en ejercicio y docentes en formación. Agregan que los estudios de esta índole ayudan a clarificar un currículum sustancial para la formación de docentes, profesionalmente fundado y atravesado por la práctica profesional. Estas ideas concuerdan con la formación integral a la que se apunta en la Propuesta de Estándares para la Acreditación de las carreras de Profesorado Universitario en Matemática (Consejo Interuniversitario Nacional, 2013) así como con resultados de investigaciones recientes en esta línea, en tanto campo multifacético de estudio (Ponte, 2014) que da importancia a diversos factores que entretejen los conocimientos matemáticos necesarios para la enseñanza (Chapman, 2015).

Es así que el modelo teórico que se adopta para la lectura y análisis de datos surge y se nutre desde investigaciones empíricas en contextos de aula, acorde con el trabajo que aquí se plantea.

Metodología

Diseño y etapas de la investigación

Esta investigación tendrá un enfoque eminentemente cualitativo. El alcance será principalmente descriptivo, ya que busca especificar las características y los perfiles importantes del caso en estudio de acuerdo a las categorías de análisis (Hernández, Fernández y Baptista, 2010).

El diseño responde al de un estudio de caso: el PM de la UNR, centrado en la configuración del *MKT* geometría analítica.

Comprender de qué manera se dan las condiciones institucionales para la construcción del *MKT* geometría analítica en dicha carrera, desde lo disciplinar y la práctica docente, implica focalizarnos en dos actores fundamentales: docentes y alumnos de al menos dos asignaturas (Geometría I y Práctica de la Enseñanza II).

De acuerdo al Plan de Estudios del PM de la UNR, Geometría I es una asignatura de primer año del Campo de Formación Orientada. Está constituida por dos partes: geometría sintética y geometría analítica, desarrolladas en el primer y segundo semestre respectivamente. La parte de geometría analítica, que es la que interesa estudiar aquí, está conformada por los siguientes bloques temáticos: vectores, recta en el plano, plano, recta en el espacio, cónicas, ecuación general de segundo grado con dos incógnitas, superficies y curvas en el espacio.

Por otro lado, las Prácticas de la Enseñanza (I a III) corresponden al Eje Integrador y tienen como objetivo insertar la problemática de la práctica de la enseñanza desde el primer año de la carrera, a través de la articulación teórico-práctica de los contenidos que constituyen los tres Campos de Formación (general pedagógica, especializada y orientada). La asignatura Práctica de la Enseñanza II se ubica en el primer semestre del tercer año del PM. Se desarrollan actividades que promueven el análisis y la reconstrucción de actuaciones propias del quehacer docente, en particular aquí se refieren a contenidos disciplinares correspondientes al eje Álgebra y Funciones del Ciclo Orientado de la Educación Secundaria (Santa Fe.Ministerio de Educación, 2014), momento de la escolaridad en el que se abordan contenidos relativos a geometría analítica.

Conocer el modo en que se reconstruye y moldea el *MKT* geometría analítica en estudiantes del PM, una vez transcurrida la instancia de formación inicial, implica también considerar a egresados de la carrera. En particular, se centrará la mirada en egresados de los últimos 10 años que actualmente se estén desempeñando en el ciclo orientado del nivel secundario.

Categorías y técnicas del estudio

Las categorías para analizar la problemática en cuestión son seis: los dominios del *MKT* (Tabla 1).

Se pretende aplicar las siguientes técnicas para recolectar la información:

* *Observación de clases* en las asignaturas Geometría I y Práctica de la Enseñanza II.Se recogerán los datos mediante grabaciones de audio y notas manuales de campo de lo que sucede en la clase. La técnica de observación favorece el acceso a la situación investigada en toda su complejidad y en el momento en que los aconteci-

mientos suceden, sin artificios ni simplificaciones y, a su vez, permite acercarse al punto de vista de los actores investigados (Marradi *et al.*, 2007).

* *Análisis documental* del material de estudio y de las producciones escritas de algunos estudiantes de las asignaturas involucradas. Se revisarán sus producciones escritas para obtener indicios de los modos en que los estudiantes construyen y se apropian del *MKT* geometría analítica.

* *Entrevistas en profundidad* a estudiantes de las asignaturas Geometría I y Práctica de la Enseñanza II. Se pretende conocer las perspectivas y experiencias de los estudiantes acerca de los conocimientos construidos (y en construcción) con relación al tópico en cuestión. Se propone utilizar disparadores para analizar en profundidad determinados elementos de interés que puedan surgir del análisis de sus producciones escritas. En este sentido, esta técnica permite expresar no simplemente una sucesión de acontecimientos, sino la verbalización de una apropiación individual (Marradi, Archenti, y Piovani, 2007).

* *Grupos enfocados* con egresados del PM. Se recogerán los datos mediante grabaciones de audio y notas manuales de campo. La elección de esta técnica se considera adecuada para responder al propósito de describir el *MKT* construido (y en proceso de construcción) por egresados del PM. Se pretende trabajar con preguntas disparadoras en las que se someta a un análisis crítico el material que su utiliza como soporte en las clases de Geometría I y algunas de las clases planificadas en Práctica de la Enseñanza II relativas temáticas de geometría analítica con la intención de sacar a la luz el impacto de la formación inicial en su actual desempeño. También, interesa reconocer qué otros momentos de la formación inicial o continua influyeron en su construcción del *MKT* geometría analítica.

Los instrumentos que se elaboran se sustentan en técnicas cualitativas de recolección de la información. Se diseñan de manera tal de entretejer convenientemente las categorías de análisis, los objetivos de la investigación, las técnicas y los actores a quienes van dirigidos. Se pretende realizar una triangulación de los datos recogidos ya que en la indagación cualitativa se posee una mayor riqueza, amplitud y profundidad en los datos si estos provienen de diferentes actores del proceso, de distintas fuentes y de variedad de formas de recolección (Hernández *et al.*, 2010).

Avances al momento

Se han observado nueve clases de la asignatura Geometría I en el segundo semestre del año 2016. Los registros (provenientes de las grabaciones de audio y notas de campo) se están sistematizando atendiendo a las categorías de análisis que están delimitadas, a priori, por los seis dominios del *MKT*, donde el contenido matemático se vincula con geometría analítica. Para dicho proceso de categorización se cuenta con la base de un estudio anterior (Ciccioli y Sgreccia, 2017) en el que se elaboraron sub-categorías de análisis para cada dominio del *MKT*.

A su vez, se ha diseñado un dispositivo didáctico para implementar en la asignatura Práctica de la Enseñanza II con la intención de documentalizar producciones de los estudiantes en torno a una temática específica de geometría analítica para luego ser sometidas a un análisis detallado que podrá requerir de algunas instancias de entrevista con los estudiantes de dicha asignatura.

Se muestra a continuación el dispositivo que se implementará en el primer semestre del 2017.

Actividad: "El problema de la escalera"

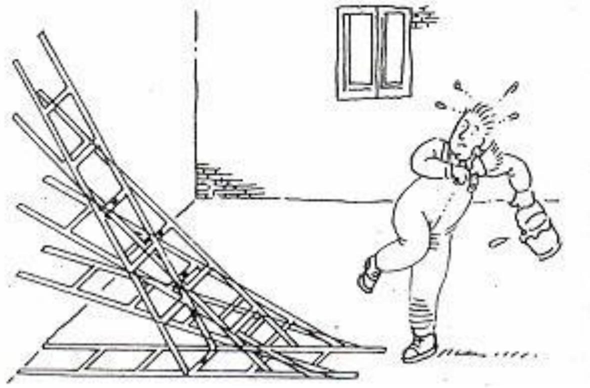
Resuelvan el problema de tres formas distintas explicitando todos los pasos realizados y argumentando por qué consideran a dichas formas distintas entre sí.

Para cada forma, especifiquen cuáles son los conocimientos previos que debería poseer un estudiante del ciclo orientado del nivel secundario para poder abordarla así como las dificultades con las que podría encontrarse al abordar este problema. También hacer explícitos los recursos didácticos que se procurará emplear en la resolución.

Problema

Una escalera que tiene una longitud de 2 metros está apoyada por su extremo superior a una pared vertical, y su extremo inferior está situado en el suelo (la pared y el suelo forman un ángulo recto).

¿Cuál es la figura que describe el punto medio de la escalera, al resbalar y caer ésta?



Impacto en el área y resultados esperados

Los principales beneficiarios de los resultados de este estudio serán alumnos, egresados y docentes del PM de la UNR, y a largo plazo los futuros alumnos de los mismos. Debido a que la investigación se centra en la construcción del MKT geometría analítica y las materias directamente involucradas en las bases de dicha construcción son Geometría I y Práctica de la Enseñanza II, las propuestas que surjan de esta investigación podrían ser consideradas como material didáctico de utilidad para potenciar aprendizajes en geometría analítica en cualquiera de dichas asignaturas.

Asimismo, los aportes de este estudio podrían tener impacto en toda la carrera ya que este tipo de investigaciones dan información acerca de cómo se conceptualiza el MKT en el PM de la UNR y a su vez echan luz acerca de cómo construir un currículum para la formación docente profesionalmente fundado (Ball y Bass, 2003).

Entendiendo el caso del PM como un caso típico (Stake, 1994), los resultados de esta investigación podrían reinterpretarse, en la particularidad de cada contexto, para dar respuesta a interrogantes que puedan presentarse en otros Profesorados de características similares.

Bibliografía

Alves, M., Mendoça, T. y C. Coletti (2010). "A transição ensino médio e Superior: a noçao de retas e planos emR2 e R3". En: P. Lestón (editora). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 23. México.

Arellano, F. y Oktaç, A. (2009). "Algunas dificultades que presentan los estudiantes al asociar ecuaciones lineales con su representación gráfica". En: P. Lestón (editora). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 22. México.

Arce, M. y Ortega, T. (2013). Deficiencia en el trazado de gráficas de funciones en estudiantes de bachillerato. PNA, 8(2), 61-73.

Ball, D. y Bass, H. (2003). "Toward a Practice-based Theory of Mathematical Knowledge for Teaching". Proceedings of the Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group, 26, pp. 3-14.

Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389-407.

Bishop, A.J. (1987). Quelques obstacles à l'apprentissage de la géométrie.En R. Morris (Ed.). Études sur l'enseignement des mathématiques: L'enseignement de la géométrie 5 (149-169). Paris: UNESCO.

Bonilla, D. y Parraguez, M. (2013). La Elipse desde la perspectiva de la Teoría de los Modos de Pensamiento. En R. Flores (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 26 (611- 618). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Chapman, O. (2015). Understanding and Supporting Mathematics Teachers' Knowledge for Teaching. Journal of Mathematics Teacher Education, 18(2), 101-103.

Ciccioli, V. y Sgreccia, N. (2017).Formación en geometría analítica para futuros profesores. Estudio de caso basado en el MKT. Revista Educación Matemática, 29(1), 141-170.

Consejo Interuniversitario Nacional (2013). Estándares para la Acreditación de las carreras de Profesorado Universitario en Matemática. Consultado el 30 de septiembre de 2013 de http://www.cin.edu.ar/descargas/asuntosacademicos/18-12-%20Subcom.%20 Profesorados%20-%20Estandares%20MATEMATICA.doc.

Dallemole, J., Oliveira, C. y Moreno, L. (2014). Registros de representación semiótica y geometría analítica: una experiencia con futuros profesores. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17(2), 131-163.

Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali: Universidad del Valle.

Gascón, J. (2002). Geometría sintética en la ESO y analítica en el bachillerato. ¿Dos mundos completamente separados? Suma, 39, 13-25.

Gascón, J. (2003). Efectos del autismo temático sobre el estudio de la geometría en secundaria. Suma, 44, 25-34.

Henríquez, C. y Montoya, E. (2015). Espacios de trabajo geométrico sintético y analítico de profesores y su práctica en el aula. Revista de Investigación y Experiencias didácticas en Enseñanza de las Ciencias, 33(2), 51-70.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). Metodología de la investigación. México: Mc Graw Hill.

Karrer, M. y Navas, S. (2013). Superfícies Esféricas: Uma proposta de ensino como auxílio de um ambiente de geometría dinámica. En: R. Flores (editora).Acta latinoamericana de Matemática Educativa Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 26. México.

Marradi, A., Archenti, N. y Piovani, J. (2007). Metodología de las ciencias sociales. Buenos Aires: Emecé.

Ponte, J. P. (2014). "Mathematics Teacher Education as a Multifaceted Field of Study".Journal of Mathematics Teacher Education, 11(6), 489-490.

Santaló, L. (1999). La formación de profesores de matemática para la enseñanza media. En Santaló, L. (y Cols.), Enfoques: Hacia una didáctica humanista de la matemática (pp. 209-214). Buenos Aires: Troquel.

Santa Fe. Ministerio de Educación (2014). Diseño Curricular: Educación Secundaria Orientada. Santa Fe: (s.n.).

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15(2), 4-14.

Stake, R. (1999). Investigación con estudio de casos. Madrid: Morata.

La ficción matemática y los mandalas como recurso didáctico.

Néstor Oscar Komarnicki

Patricia Alejandra Bussetto

nkomarnicki@yahoo.com.ar

Instituto Superior de Formación Docente N° 100.

Introducción

La localización de distintos indicadores que parecían señalar la falta de articulación entre los contenidos didácticos teóricos y la práctica docente en estudiantes del Profesorado de Matemática del I.S.F.D. N° 100 (Avellaneda – Pcia Buenos Aires) motivó la realización de dos proyectos tendientes a mejorar esta situación. Dichos proyectos tuvieron la finalidad de trabajar sobre distintos temas que hacen a la práctica docente del área, desde una perspectiva basada en la reflexión sobre la práctica, que permitiera efectuar tomas de decisiones con un criterio adecuado. Siendo el primer tema a tratar: el rol socio-cultural de la Matemática a través de los problemas que enfrentó en el desarrollo de su Historia, trabajo que culminó con la publicación del libro: *100 Problemas que cambiaron la Historia de la Matemática*. En la segunda iniciativa que terminó con la publicación del texto: *100 Construcciones Geométricas con Herramientas Manuales e Informáticas*[i], los objetivos fueron, utilizar y valorar los conocimientos relacionados con la geometría, en la creación de estrategias didácticas y en el reconocimiento de su valor social y cultural, para la mejora de la enseñanza de la disciplina en el nivel medio, además de comprender los aportes de la geometría al mundo tecnológico, a la reflexión científica y al mundo artístico, como producto cultural que permite la interpretación de la realidad para su transformación.

Objetivos del tercer Proyecto vinculado con la visión cultural de la matemática

Enmarcado en el tercer proyecto denominado “Cultura y Creatividad Matemática”,los estudiantes dentro de los espacios curriculares: Historia de la Matemática y

Matemática y su Enseñanza III (ambas asignaturas del 3° año del Profesorado de Matemática del ISFD N°100 de la Ciudad de Avellaneda) y Taller de Matemática del Profesorado del Nivel Inicial (ISFDyT 24 de la Ciudad de Bernal, Partido de Quilmes) se encargaron de investigar distintos problemas vinculados con la visión cultural de la matemática y los aportes creativos de este conocimiento. Siendo los objetivos de referencia para el tratamiento de estos temas los siguientes:

Indagar en textos antiguos y modernos (incluyendo fuentes de Internet) sobre los aportes creativos y culturales de la matemática.

Representar algunas construcciones y representaciones geométricas encontradas utilizando el programa GeoGebra.

Buscar opciones didácticas para enseñar distintos contenidos matemáticos mediante recursos creativos con aplicación del programa GeoGebra en algunos casos.

Sistematizar y procesar la información obtenida a fin de establecer estrategias didácticas viables para modificar la práctica docente en el área de la matemática en forma creativa.

Marco de referencia del trabajo de Investigación

La Geometría en el nivel medio parece ocupar un rol secundario detrás del álgebra y la geometría analítica, en esta posición, no se constituiría en un conocimiento significativo, y por lo tanto, podría dificultar desarrollar en los estudiantes un pensamiento matemático que les permita afrontar con éxito las exigencias del mundo actual, puesto que se verían privados de importantes saberes que hacen referencia directa a la interpretación de la realidad. Esta afirmación se basa en las posturas didácticas de Julio Rey Pastor, Luis Santaló, Miguel de Guzmán, entre otros, quienes vieron a la geometría como una parte integral y fundamental de la matemática. Los conocimientos geométricos brindarían el sustento necesario para la comprensión de complejos conocimientos abstractos, como históricamente la geometría sintética preparó el camino para la llegada del álgebra y la geometría analítica.

La utilización del programa GeoGebra, permite lograr construcciones geométricas precisas como así también posibilita desarrollar diseños creativos todavía no muy trabajados en el ámbito de la didáctica en Argentina, lo que ya es común en otros países. Estos diseños permitirán reconocer e investigar interactivamente las características y propiedades de distintos entes geométricos.

Alcanzar una buena presentación de los conocimientos y sus resultados también producen un efecto de satisfacción y orgullo por parte del/de la estudiante, además de ayudar a crear un mejor vínculo entre el/la estudiante y el conocimiento matemático. La creatividad es un elemento casi olvidado en la enseñanza de la matemática del nivel medio y superior, solo suele aparecer en la resolución de problemas, pero es necesario que también se encuentre presente en cada tema que se trabaje dentro del área, para esto se debería tener en cuenta que la búsqueda del valor estético es un punto clave para entrar en el terreno de creatividad.

A continuación presentaremos una parte de los contenidos trabajados acentuando la estrategia de abordaje, debido a la breve extensión del presente informe.

Conceptos básicos de la teoría de juegos abordados con el recurso de diseños geométricos

El Ta te ti se juega sobre un tablero cuadrado de tres filas y tres columnas, es un juego que se origina en tiempos remotos y aunque en principio es demasiado simple, posee mucho encanto. Dos jugadores con una habilidad mínima podrían estar toda la vida jugando sin que uno lograra ganar al otro por razones que no fueran, el aburrimiento y el cansancio, generados por la propia monotonía de este pasatiempo. Sin embargo, hay aspectos interesantes en este entretenimiento, por ejemplo, es fácil comprobar que los casilleros no tienen el mismo valor estratégico, el central tiene la mayor importancia, luego en orden jerárquico se encuentran los vértices. Por esto los jugadores buscan el centro, porque al contar con este espacio tienen mayor posibilidad de ganar.

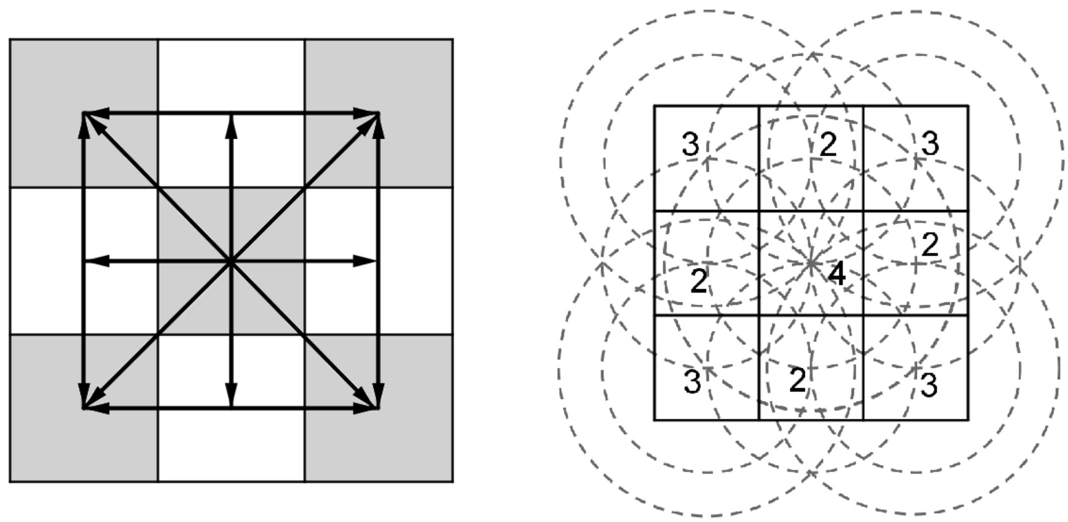


Figura 1 - Direcciones del Ta te ti a la izquierda y trazado de circunferencias cuyos centros coinciden con los centros de los casilleros a la derecha. Los números indican la cantidad de líneas que forman Ta te ti en cada casillero.

En clase se pueden discutir las estrategias que permiten no perder el juego de Ta Te Ti para después en base al diseño del tablero buscar diseños de mandalas como el siguiente:

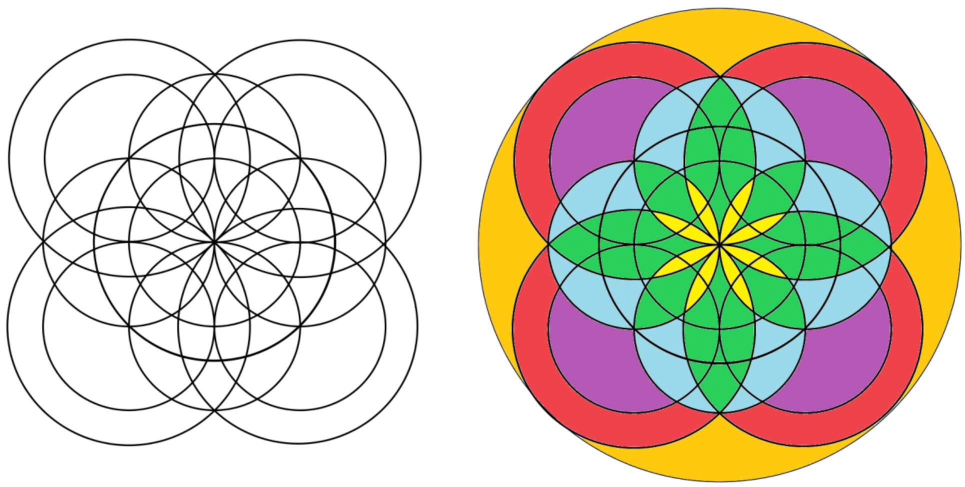


Figura 2 - Las circunferencias concéntricas con los casilleros del Ta te ti permiten dibujar un mandala Margarita.

Por otra parte, al trazar las circunferencias que tienen como centro los vértices del cuadrado externo del tablero y como radios la longitud de los lados de uno, dos y tres casilleros, se determina un mandala donde las circunferencias de mayor longitud se enlazan a través de cuatro vesicas piscis[ii], mientras que en su parte central aparece una cruz de Malta inclinada.

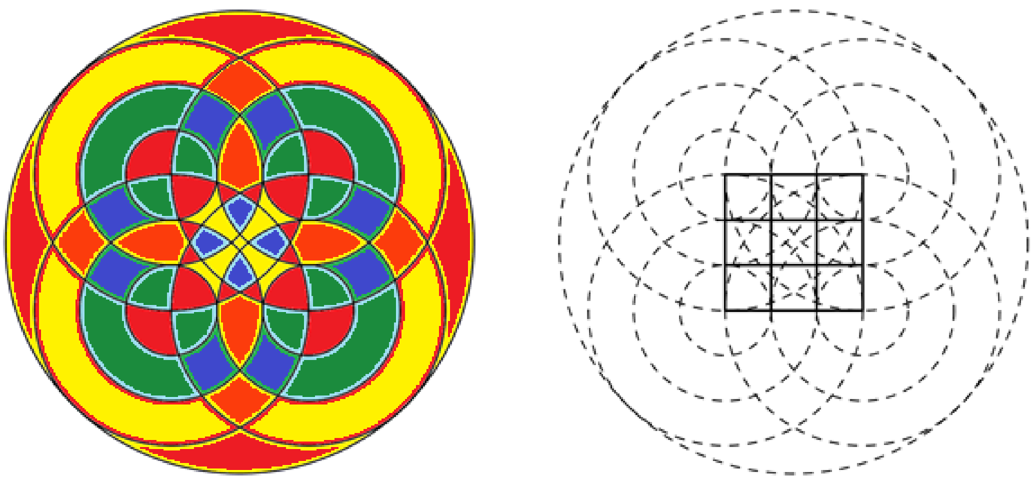


Figura 3 - Mandala Cruz Malta que surge de circunferencias con centro en los vértices del tablero de Ta te ti.

La siguiente es otra opción de mandala utilizando como base el tablero de Ta Te Ti.

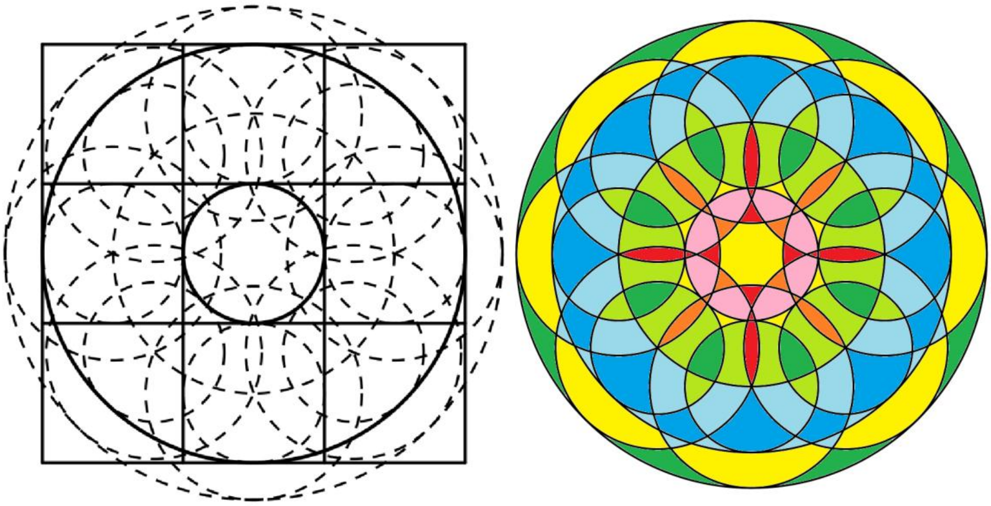


Figura 4 - Mandala Sol basado en circunferencias concéntricas con el casillero central de un tablero de Ta te ti.

Ta te ti triple

Existen otras opciones del juego que permiten estudiar y comparar estrategias para ganar. En el Ta te ti triple participan dos jugadores, que cuentan con 9 fichas cada uno, las que van colocando alternativamente. Cuando un jugador logra colocar tres de sus fichas en una línea retira una ficha cualquiera de su contrincante, gana el juego quien logra establecer una mayor cantidad de fichas en ordenamientos de tres en línea.

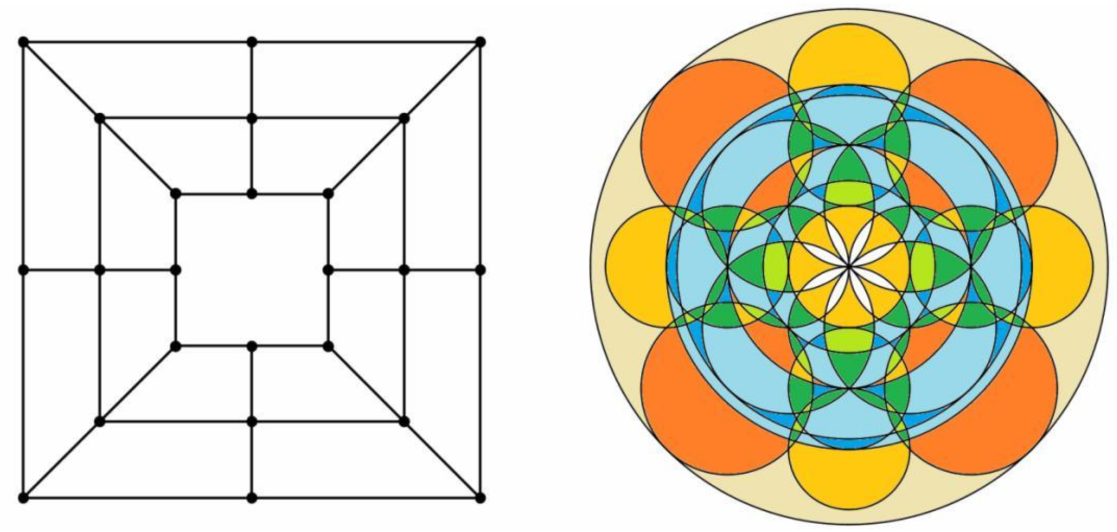


Figura 5 - El tablero Ta te ti triple y a su derecha un mandala margarita inspirado en este juego.

Buscando en viejos libros de matemática recreativa pueden encontrarse otras versiones del pasatiempo que se muestran con menos limitaciones que la versión original, pero claro, algo en el imaginario de la gente debería ser un obstáculo para que estas no prosperaran.

Ta te ti áureo

Dentro de las variaciones del juego encontramos el áureo[iii], creado por Thomas O' Beirne dentro de un estudio topológico que realizó sobre distintos tipos de disposiciones de los nueve casilleros del Ta te ti buscando la distribución más equitativa para los jugadores. La disposición que se ilustra a continuación tiene como base un triángulo equilátero, en que se establecen secciones áureas donde se ubican los círculos que sirven de casilleros, estos círculos que se colocan también en los extremos son nueve. O' Beirne le dio el nombre comercial de Tri-Ex a este juego donde los jugadores van colocando alternativamente cuatro fichas de color distinto cada uno, ganando el primero que logra colocar tres fichas en línea.

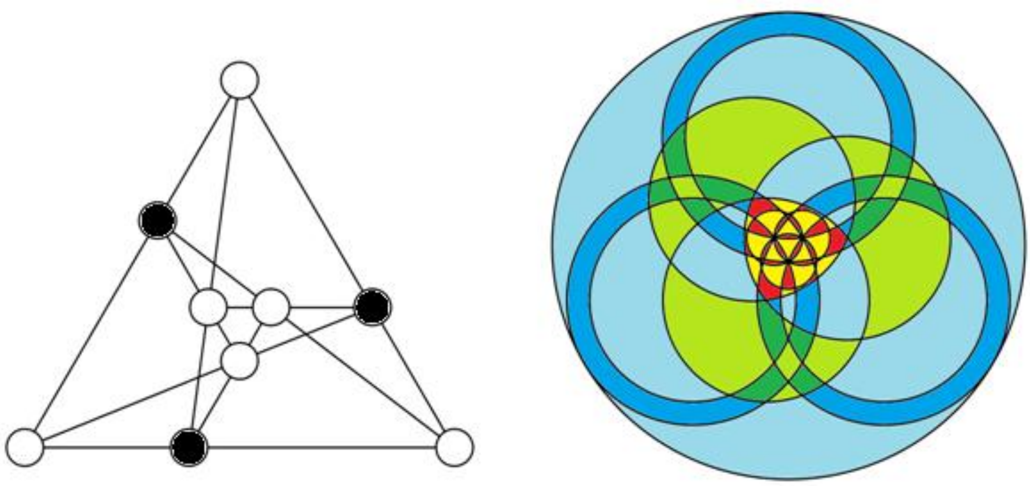


Figura 6 - Ta te ti áureo y mandala asociado.

Por cada círculo pasan tres opciones distintas de tres en línea, lo que parecería no permitir la existencia de casilleros privilegiados. De todas maneras, si el jugador que inicia ocupa en su primer movimiento una de los tres círculos marcados con negro, sin importar donde coloque la ficha el contrincante, puede obligarlo a realizar un movimiento determinado para evitar que complete tres en línea en el tercer turno, luego puede plantar las fichas para amenazar la realización de tres en línea y concretar el triunfo en la cuarta jugada.

Otras opciones para la construcción de mandalas

En nuestra práctica aúlica hemos trabajado con mandalas que parten de polígonos regulares, con algunos que parten de teselados con figuras regulares y con mandalas de naturaleza fractal. Hay por supuesto, muchas opciones para construir mandalas, a partir de distintos elementos geométricos, lo que permite resignificar distintos conocimientos básicos del área.

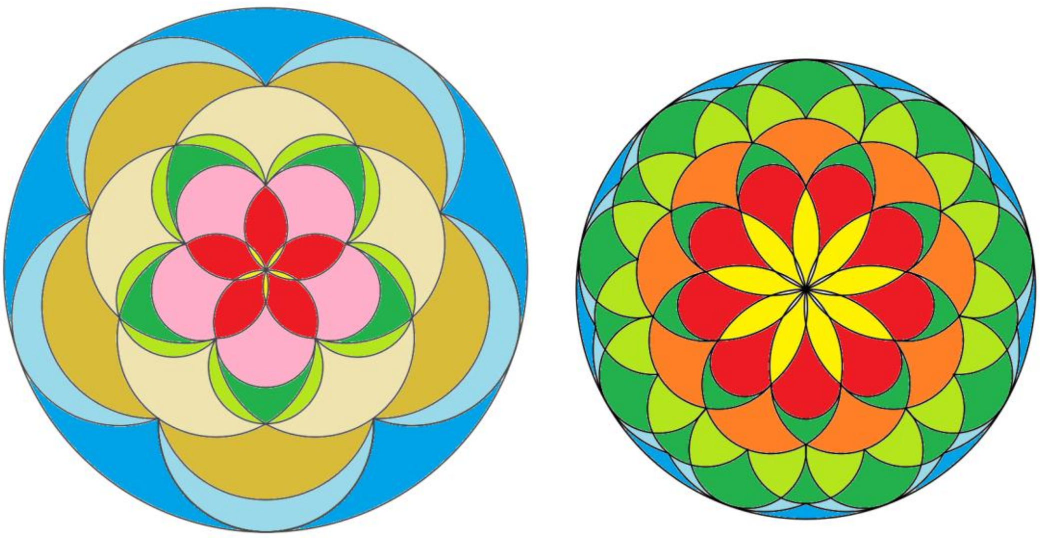


Fig. 7 - Mandalas de la vida a partir de un pentágono y un eneágono.

Conclusión

En el presente informe hemos expuesto las situaciones didácticas utilizadas para introducir los rudimentos de la teoría de juego y a la vez trabajar sobre diseños geométricos creativos. La utilización del programa GeoGebra como recurso nos ha permitido además conocer algunos de los muchos recursos de este software.

Por último destacamos que con este tema y otros que hemos trabajado, como por ejemplo: los cuadrados y cubos mágicos, los números poligonales y perfectos, los fractales, el infinito, pudimos construir una propuesta didáctica distinta basada en un texto ficcional que esperamos pueda ser fácilmente adaptable para utilizar en la práctica del aula.

Bibliografía

Alberti, M. (2011). Planeta matemático, Un viaje numérico por el mundo Colección: El Mundo es Matemático, Navarra R.B.A.

Babini, J. (1978), Pitágoras y la Matemática, Historia Universal de la Ciencia y de la Técnica N° 6, Buenos Aires. Centro Editor de América Latina.

Euclides (2007), Elementos I. Barcelona. Ed. Gredos.

Gardner, M. (1983), Circo Matemático Madrid. Ed. Alianza.

Gardner, M. (Agosto 1979), Juegos Matemáticos, Problemas ajedrecísticos en otro plano, incluidos giros y simetrías, Investigación y Ciencia N° 35, Barcelona. Prensa Científica S. A.

Gardner, M. (1993), Miscelánea Matemática, Barcelona. Ed. Salvat.

Gracian, E. (2011), Un descubrimiento sin fin, El infinito matemático. Colección: El Mundo es Matemático, Navarra. R.B.A.

Guzman Ozamiz, M. (1994). Tendencias innovadoras en Educación Matemática, Madrid. Universidad Complutense de Madrid.

Kasner, E. y Newman, J. (1985), Matemáticas e Imaginación, Buenos Aires. Hyspamérica.

Komarnicki, N. y otros (2012), 100 Problemas que cambiaron la historia de la matemática, Buenos Aires. Dunken.

Komarnicki, N. y colaboradores. (2013), 100 Construcciones Geométricas con Herramientas Manuales e Informáticas, Buenos Aires. Dunken.

Komarnicki, N. (2016) Crónicas del Cielo Azul. Buenos Aires. Gran Aldea Editores.

Kraitchik, M. (1946), Matemáticas recreativas, Buenos Aires. El Ateneo.

Puig, L. (1992), Aprender a resolver problemas, aprender resolviendo problemas, Universidad de Valencia, Departamento de Didáctica de la Matemática, Barcelona.

Levi, B. (2006), Leyendo a Euclides, Buenos Aires. Ed. Libros del Zorzal.

Lucas, É. (2009), Cuadrados mágicos de Fermat (Juegos matemáticos III), Buenos Aires. Ed. Aguilar.

Pickover, C. (2012), El Libro de las Matemáticas, De Pitágoras a la 57a dimensión, 250 hitos de la Historia de la Matemática, Kerkdriel, Ed. Librero.

Stewart, I. (Agosto 1990), Juegos Matemáticos, Matemáticas de la Escala Musical, Investigación y Ciencia N° 167, Barcelona. Prensa Científica S. A.

---

[i]Seleccionado como Recurso educativo para Formadores en Ciencias y Matemática por el Instituto Nacional de Formación Docente.

[ii] Basado en la proporción áurea, donde el todo es a la parte mayor, como la parte mayor es a la parte menor.

[iii]Figura determinada por dos circunferencias de igual radio que se intersecan en dos puntos y sus centros distan la longitud de su radio.

Eje 5: La educación matemática en carreras no matemáticas

Prácticas de enseñanza de Análisis Matemático I en ingeniería.

SILVINA SUAU
ROMINA FERRANDO
silvinasuau@yahoo.com.ar / romivfh@gmail.com
Facultad Regional Santa Fe. Universidad Tecnológica Nacional.

1. Introducción

A lo largo de los años de experiencia docente hemos identificado varias dificultades en los estudiantes relacionadas con la comprensión de conceptos de "Análisis Matemático I" (AMI). Esta asignatura forma parte de las materias básicas de las cinco carreras de grado que se dictan en la UTN-FRSF: Ingeniería Civil, Mecánica, Eléctrica, Industrial y en Sistemas de Información. En las prácticas docentes observamos que los alumnos presentan dificultades para pensar significativamente los conceptos dados, y para poder transferirlos a situaciones nuevas. Generalmente realizan la resolución de problemas en forma mecánica y repetitiva. A partir de nuestro propio autoanálisis hemos llegado a la conclusión que, entre otros numerosos factores, los mismos docentes fomentamos el pensamiento repetitivo en nuestros alumnos. Ser conscientes de esto, como docentes, nos da la posibilidad de implementar propuestas didácticas que tiendan a revertir la situación, considerando la importancia de la enseñanza como motor para la comprensión de conceptos. Sin embargo, es importante considerar que el alumno tiene una gran responsabilidad para que el proceso quede completo y pueda comprender y aprender. En este artículo describimos algunas de las prácticas de enseñanza que venimos implementando desde el año 2014 para hacer frente a esta situación.

2. Marco referencial: comprensión y motivación

No solo es importante saber un contenido, sino también como enseñarlo, de qué forma transmitir los conocimientos y con qué recursos. Para ello, los docentes debemos replantearnos la forma de enseñanza de la matemática con el objetivo de que los alumnos entiendan a la misma como un campo de investigación plenamente integrado, que desarrollen el poder deductivo y de razonamiento lógico y así contribuir en la formación de ingenieros creativos, criteriosos, hábiles, acostumbrados a autogestionar sus aprendizajes, comprometidos con el progreso científico.

Es necesario asegurarse de que los estudiantes tienen la motivación suficiente a la hora de plantearles objetivos, retos y actividades (Alonso Tapia, 2001). Todo esto implica revisar y reflexionar sobre la enseñanza, valorando las acciones que como docentes se llevan adelante. El estudiante universitario busca aprender y se interesa si eso que se le quiere enseñar está cargado de sentido, si no percibe la utilidad de lo que se ha de aprender, el interés y el esfuerzo tiende a disminuir en la medida que el alumno se plantee la cuestión de la utilidad (Alonso Tapia, 2005).

La comprensión, por otro lado, tiene que ver no sólo con los datos o contenidos particulares sino con una actitud respecto de la disciplina. Comprender implica entender algo en su contexto y concebir el todo en relación a sus partes. Implica, por supuesto, que haya interés por comprender y aprender. La comprensión va más allá de la posesión de conocimientos, implica un estado de capacitación, "la persona que entiende es capaz de "ir más allá de la información suministrada"" (Perkins, 1995, p.82). Es importante, como docentes, favorecer la comprensión para que los alumnos sean capaces de resignificar conceptos o contenidos en situaciones nuevas.

Según Stone Wiske (1999) la enseñanza para la comprensión implica involucrar a los alumnos en actividades de comprensión, entendiendo la misma como un desempeño flexible y como la capacidad de usar el propio conocimiento de maneras novedosas. El marco de referencia de la pedagogía para la comprensión implica responder preguntas tales como: *"¿Qué tópicos vale la pena comprender? ¿Qué aspectos de esos tópicos deben ser comprendidos? ¿Cómo podemos promover la comprensión? ¿Cómo podemos averiguar lo que comprenden los alumnos?"* (Stone Wiske, 1999). De esta manera, en el marco de la EpC estudiamos cuestiones como por ejemplo qué conceptos resultan interesantes para los alumnos dentro del currículum, cómo se pueden abordar dichos conceptos, cómo evaluar de manera formativa y continua, cómo enfrentar a los estudiantes con actividades de comprensión, entre otros.

La enseñanza de la matemática en ingeniería, debería tratar de vincular a los alumnos con el trabajo profesional del ingeniero, o por lo menos con una parte de éste. Una de las formas para logar esto es la utilización de material didáctico con el objetivo de lograr que el alumno incorpore el uso de software y tecnologías que complementen sus actividades, desarrolle la capacidad de escritura de textos en el ámbito académico, pueda trabajar en equipo y aprender a buscar en diferentes fuentes de información, pueda comprender consignas y resolver problemas de aplicación, sea capaz de explicar oralmente lo que hizo y justificarlo.

La motivación es un fenómeno complejo que está condicionado por innumerables factores. Motivo, motor y motivación tienen la misma raíz, que implica acción. La palabra motivación deriva del vocablo latino movere, que significa mover, motivación significa moverse hacia. Se asocia la motivación con la forma en que la conducta se inicia, se energiza, se sostiene, se dirige y con el tipo de reacción subjetiva que está presente cuando realizamos una actividad.

La motivación del alumno por aprender influye en el significado que le otorga a una actividad, de manera que las actividades propuestas por los docentes deben tratar de ayudar al alumno en su motivación. Básicamente, las actividades propuestas a los alumnos deberían hacer posible *incrementar sus capacidades* y a su vez *hacer que el alumno disfrute al utilizarlas*. "*Conseguir que los alumnos afronten el aprendizaje atribuyéndole el significado señalado tiene efectos máximamente positivos, lo que plantea la cuestión de saber qué característica debe reunir el modo en que el profesor plantea la enseñanza para que los alumnos la afronten del modo indicado*" (Alonso Tapia, 2005).

Motivación y comprensión parecen constituirse en aspectos indisociables. Si no se genera un clima favorable para mejorar la capacidad de pensamiento estratégico y para la comprensión, se enfatizan los aprendizajes repetitivos y mecánicos, con una clara incidencia negativa sobre la comprensión.

Como docentes es importante reflexionar acerca de nuestro rol y qué puede hacerse para incrementar el interés y el esfuerzo de los estudiantes.

3. Prácticas de enseñanza implementadas en Análisis Matemático I

A partir del año 2014 comenzamos a implementar algunas experiencias de cátedra que apuntan a mejorar la comprensión y motivación de los alumnos y a aplicar las nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Describimos algunas de ellas a continuación.

3.1. Modificación de las guías de ejercicios

Una de las implementaciones realizadas fue la modificación de las guías de ejercicios y problemas para trabajar en las clases. Los motivos del cambio responden a que las guías utilizadas hasta el año 2013 habían sido elaboradas hace muchos años, no todos los ejercicios y problemas eran aprovechables para el momento actual y la mayoría no contaban con las respuestas.

Asimismo, los cursos de alumnos recursantes veían los mismos ejercicios cada vez que recursaban la materia, lo cual no era motivador para ellos al momento de estudiar. Cabe destacar que existe actualmente una cantidad importante de alumnos recursantes (aproximadamente 200 sobre un total de 760 alumnos que cursan AMI).

Las nuevas guías de ejercicios han sido implementadas a partir de 2015 con buenos comentarios por parte de docentes y alumnos. Estas guías cuentan con una cantidad de ejercicios y problemas para trabajar en clase, y otra parte como ejercitación complementaria, para que el alumno realice cuando estudia. Algunos ejemplos de ejercicios pueden observarse en Figura 1 y Figura 2.

Graficar una función que cumpla con las siguientes condiciones:

a) $\lim_{x\to 2^+} f(x) = 2;\ \lim_{x\to 2^-} f(x) = 0;\ \lim_{x\to 0} f(x) = 1;\ f(2) = 0;\ f(0) = 1$

b) $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 1;\ \lim_{x\to 1^-} f(x) = -2;\ \lim_{x\to 3} f(x) = 0;\ f(-1) = 1;\ f(3) = 0$

c) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty;\ \lim_{x\to 2^-} f(x) = -\infty;\ \lim_{x\to 4} f(x) = -1;\ \lim_{x\to 2^+} f(x) = 2;\ f(4) = 0;\ f(2) = 0$

d) $\lim_{x\to 3^+} f(x) = +\infty;\ \lim_{x\to 3^-} f(x) = -\infty;\ \lim_{x\to 0} f(x) = 3;\ \lim_{x\to +\infty} f(x) = 1;\ \lim_{x\to -\infty} f(x) = +\infty;\ f(0) = 3$

Figura 1. Ejercicio de la nueva guía práctica correspondiente al tema Límites.

En la figura anterior se observa un ejercicio de tipo conceptual, en el cual se requiere que el alumno conozca y maneje los conceptos teóricos. En las distintas comisiones, los docentes detectamos dificultades en los alumnos en el momento de la resolución del ejercicio de la Figura 1, debido a que tienen que interpretar el enunciado, manejar varios conceptos teóricos desarrollados tales como el de límite de una función, límites laterales e imagen de la función en un valor determinado.

El ejercicio presentado en la Figura 2 es muy interesante, ya que no tiene una única respuesta y además es de aplicación conceptual. Se trabaja actualmente en las clases prácticas y la metodología implementada es mediante resolución en forma grupal. Luego algunos grupos exponen sus resultados en el pizarrón y de esta manera todos los alumnos intercambian las distintas posibilidades de resolución del ejercicio y además se sugiere, como un complemento al enunciado, la utilización de algún software para graficar las funciones que se proponen en el ejercicio de manera de comprobar si las gráficas realizadas son las correctas. En estos casos es importante la participación activa de los docentes para orientar a los alumnos en el proceso de aprendizaje.

Escribir y graficar una función continua para todos los reales, excepto en los siguientes puntos:
a) $x = -5; x = 3$
b) $x = -1/2; x = 0; x = 1$
c) $x = -1; x = \sqrt{2}$

Figura 2. Ejercicio 2 de la nueva guía práctica correspondiente al tema Continuidad.

3.2. Utilización del campus virtual

Un aspecto importante a la hora de comunicarnos con los alumnos es la utilización del campus virtual de la UTN-FRSF, el cual no se utilizaba hasta el año 2014 en AMI.

Aprovechando las potencialidades del campus virtual y teniendo en cuenta que es una TIC que está institucionalizada en nuestra Facultad, decidimos incorporar el uso de las herramientas del Campus para favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje. Algunas de las herramientas utilizadas fueron las más comunes, como subir material para los alumnos y enviarles novedades mediante los Foros. Además, se implementaron Tareas en las cuales los alumnos debían subir archivos (realizar una entrega de un TP) y tenían un determinado plazo de entrega configurado mediante el Campus.

A partir de 2015 todos los docentes de AMI utilizamos esta plataforma virtual para comunicarnos con nuestros alumnos, subirles información y plantearles actividades, con muy buenos resultados en su implementación.

La opción de enviarles tarea a través del campus ha dado mejores resultados que cuando la tarea es encomendada en la misma clase en persona. Por lo que hemos observado, los alumnos han respondido satisfactoriamente cuando reciben un email con la tarea.

3.2.1. Implementación de cuestionario online

La siguiente práctica de enseñanza fue aplicada por primera vez en algunas comisiones de la cátedra AMI en 2015 y se elaboró específicamente para ayudar a los alumnos a autoevaluarse para el primer parcial.

Realizamos un cuestionario online de autoevaluación para el primer parcial, para ayudar a los alumnos a evaluarse en cuestiones teóricas y conceptuales y en vocabulario de examen. Esto se fundamentó en que, al ser el primer parcial, los alumnos debían estudiar a fondo "por primera vez" la teoría de la materia y esto generalmente les cuesta mucho porque están acostumbrados a hacer la parte práctica y a no estudiar regularmente la teoría. Entonces, la idea fue ayudarlos mediante esta herramienta en las cuestiones teóricas y conceptuales de la materia, las cuales creemos que son fundamentales.

El cuestionario contaba con una pantalla inicial de descripción de la actividad. Luego, el alumno accedía al cuestionario (Figura 3). El mismo tenía 25 preguntas de tipo "opción múltiple" o "verdadero-falso". Cada una tenía un puntaje de 0,40 puntos. El alumno tenía 2 intentos para realizar el cuestionario, sin tiempo límite, y en cada uno de los intentos las respuestas de las preguntas se ordenaban en forma aleatoria. Al finalizar el intento se mostraba al alumno (con colores) cuáles de sus respuestas fueron correctas e incorrectas, así como el puntaje total obtenido.

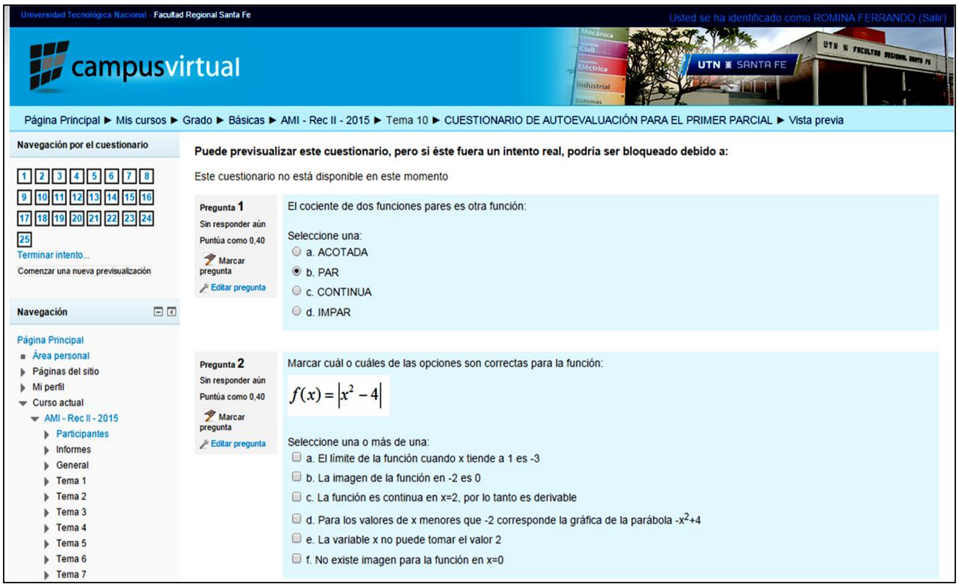


Figura 3. Cuestionario online.

El cuestionario estuvo habilitado desde el martes al viernes a las 23:55 hs. (hasta unas horas antes del parcial, que fue el sábado) ya que la idea fue que lo realicen cuando hayan terminado de estudiar y se sientan seguros de los conocimientos. Esto, por supuesto, se los fuimos anticipando en las clases de las semanas anteriores, así se iban preparando para realizar el cuestionario. Notamos que la incorporación de esta TIC, de esta manera, funcionó también como un incentivo para que estudien, ya que los alumnos no sólo estaban esperando el parcial, sino que estaban esperando el cuestionario.

La incorporación de esta TIC en el proceso de enseñanza fue muy positiva, por un lado para nosotras las docentes, que aprendimos una herramienta muy potente (que incluso tiene muchas más opciones de las aquí aplicadas) y por otro lado para los alumnos, que se sintieron estimulados para estudiar teoría y conceptos y pudieron acceder a una autoevaluación en cualquier momento y lugar, como están acostumbrados con la tecnología.

3.3. Nueva planificación implementada en 2016

En 2016 se aplicó una renovación completa de la planificación de cátedra, para todas las comisiones de AMI. Los criterios fundamentales considerados para esta nueva propuesta didáctica fueron: favorecer la integración de los contenidos teóricos y prácticos y la comprensión de los conceptos; fomentar en los estudiantes una actitud activa en la materia y el trabajo en equipo; incorporar las tecnologías al proceso de enseñanza y aprendizaje (software, aplicaciones, campus virtual); encarar la resolución de problemas de aplicación, contemplando la formación básica del ingeniero.

Uno de los grandes cambios implementados fue reemplazar el uso de los apuntes de cátedra de años anteriores por el libro "Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas" de James Stewart (2008), porque consideramos que este texto presenta los temas de la asignatura de manera clara, comprensible para la lectura de los alumnos, contiene muchos ejemplos resueltos y problemas aplicados a la ingeniería y a la vida real, lo que facilitaría al alumno el aprendizaje de los nuevos conceptos.

Otro cambio realizado en la planificación de la asignatura está relacionado con una reorganización del contenido a enseñar. Alteramos el orden para dar algunos temas, eliminamos algunas demostraciones que requerían demasiada memorización (por ejemplo: la demostración del Criterio de serie alternada o alternante para series numéricas y la deducción de la fórmula de área de un sólido de revolución) y tratamos de incorporar algunos problemas de razón de cambio, de optimización y de aplicaciones de integral definida con un enfoque más ingenieril.

Como consecuencia de las falencias algebraicas que detectamos en los alumnos todos los años y en todas las asignaturas, agregamos al contenido de la asignatura un primer tema: "Precálculo" para el cual elaboramos un apunte de cátedra que contiene propiedades y ejercicios resueltos de Lógica, Potenciación y Radicación, Polinomios, Exponenciales y Logaritmos, Trigonometría, Números reales, Desigualdades y Valor Absoluto. La incorporación de estos temas a AMI tiene como objetivo retomar conceptos, propiedades y operaciones que utilizamos más adelante, mediante la resolución de ejercicios más complejos. La implementación de "Precálculo" tuvo buena aceptación por parte de los alumnos.

Algunas de las actividades metodológicas propuestas a partir del nuevo plan fueron:

Desarrollar las dos clases semanales de AMI de carácter teórico-prácticas, alternando la utilización de la pizarra con la proyección de diapositivas en Power Point y la utilización del software GeoGebra y los conceptos teóricos con ejercicios o problemas de aplicación.

Estimular la realización de trabajos grupales en clase, con problemas para resolver en formato papel y otros utilizando sus dispositivos portátiles, ya que consideramos que pueden producirse experiencias positivas de aprendizaje cuando los alumnos comparten sus descubrimientos, se brindan apoyo para resolver problemas y trabajan en forma conjunta.

Dar a conocer a los alumnos material extra tales como videos, aplicaciones interactivas, lecturas adicionales seleccionados por los docentes, a través de la utilización del campus virtual.

Realizar la exposición por grupos de la resolución de algunos ejercicios o problemas de aplicación propuestos, con el objeto de discutir distintas formas de resolución, las operaciones algebraicas realizadas y detectar errores.

Aplicar en clase algunas metodologías participativas tales como trabajos grupales en los que luego los grupos se intercambian lo realizado y tienen que corregir lo que hicieron sus compañeros, revisar detenidamente lo realizado, asignar puntajes, realizar observaciones, etc.

3.4. Incorporación de software y trabajo en equipo

Se implementó en 2016 un Trabajo Práctico Integrador e intercátedra. Esta actividad propuesta tuvo como objetivos la integración de temas dados en las asignaturas Álgebra y Geometría Analítica (AGA) y en Análisis Matemático I (AMI), el trabajo en forma grupal por parte de los estudiantes, el uso del software GeoGebra como herramienta para facilitar la exploración y el descubrimiento mediante la representación de imágenes dinámicas que permiten la visualización y la comprensión de los conceptos utilizados, el uso del Campus Virtual para la entrega del mismo y la integración de los trabajos de laboratorio que son requisitos para la regularidad en ambas asignaturas.

Los alumnos recibieron las indicaciones, consignas y descripción del trabajo práctico grupal que debían realizar a través del campus virtual, donde además tenían material complementario y la posibilidad de realizar consultas mediante un foro.

Los contenidos involucrados en esta actividad fueron: mínimos cuadrados y ajuste de curvas y aplicaciones de la derivada, como recta tangente e interpretación del Teorema de Lagrange. Los alumnos tuvieron que subir al campus, en el plazo establecido, un informe por grupo que incluía el archivo de GeoGebra y un archivo Word con las respuestas y las conclusiones del mismo.

Los trabajos prácticos no aprobados en primera instancia, recibieron una devolución de resultados por parte del docente con las correspondientes indicaciones para ser corregidos y reenviados.

Esta experiencia piloto tuvo como fortaleza la integración y la cooperación de docentes de ambas cátedras que trabajaron juntos para elegir temas a evaluar, redactar las consignas del trabajo, corregir y comunicar al resto de los docentes el listado de alumnos aprobados por cada comisión; y por otro lado, los alumnos tuvieron que trabajar en equipo, aportar datos personales como parte de las consignas del trabajo, tener claros determinados conceptos enseñados previamente en ambas asignaturas, comunicar los resultados obtenidos mediante un informe en el formato establecido, realizar la entrega de un solo trabajo de laboratorio para ambas asignaturas en lugar de dos trabajos distintos, uno para cada materia, como se venía haciendo desde años.

La idea al aplicar este tipo de TP es utilizar la tecnología como complemento de los conceptos y cálculos realizados, que es como un ingeniero la utiliza en su actividad profesional. Para una próxima experiencia de este tipo, creemos importante trabajar más en el diseño de actividades que generen conocimientos nuevos para el alumno y estén basados en el razonamiento, la reflexión y la toma de decisiones para resolver problemas aplicados a la ingeniería.

4. Conclusiones

En octubre de 2016 aplicamos una encuesta para todos los alumnos (anónima, vía formulario de Google) para conocer sus opiniones sobre la nueva planificación. No se procesaron los datos en forma estadística, sólo se analizaron y discutieron las respuestas con todos los docentes. Algunos resultados importantes fueron: 1. La mayoría de los alumnos expresa que asiste a clases porque facilita el aprendizaje, no tanto por la asistencia. La mayor parte de los alumnos asisten a clases de consultas sólo antes de los exámenes. Muy pocos lo hacen regularmente. 2. El libro nuevo de cátedra les resultó útil y, en algunos casos, extenso. Las guías de TP les resultaron-muy útiles. Gran parte de los alumnos manifestaron una preferencia por clases en la que el docente explica los problemas en el pizarrón.

Por otra parte, no contamos aún con datos referidos a cantidad de alumnos recursantes, regulares y libres luego de aplicar los cambios, ya que creemos que es necesario más tiempo para poder ver resultados en lo académico. Al promover un cambio en la metodología de trabajo en el aula, queremos lograr en los alumnos que: comprendan los conceptos, sean capaces de resolver situaciones problemáticas nuevas, utilicen las TIC como herramientas de apoyo, adquieran una actitud más activa en clase, aumenten el interés por la materia y la dedicación al estudio, sean capaces de razonar, reflexionar, comprobar, conjeturar y, como consecuencia de esto, mejorar el rendimiento académico.

Bibliografía

Alonso Tapia, J. (2001) *Motivación y estrategias de aprendizaje: Principios para su mejora en alumnos universitarios.* En: García, A. y Muñoz-Repiso,V. Didáctica Universitaria. Madrid: La Muralla.

Alonso Tapia, J. (2005) *Motivación para el aprendizaje: la perspectiva de los alumnos*. Publicado en: Ministerio de Educación y Ciencia (2005). La orientación escolar en centros educativos. (págs. 209-242). Madrid: MEC.

Perkins, D. (1995) *La escuela inteligente*. Barcelona: Gedisa.

Stone Wiske, M. (comp.), (1999) *La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*, Barcelona: Paidós.

Impacto de una intervención pedagógica en un curso de ambientación a la vida universitaria en el área matemática.

SANDRA PONCE
MAGALÍ SOLDINI
ADRIANA MARICHAL
GABRIELA MARTINEZ
R. DARÍO PONCE
adrimarichal@gmail.com
Facultad de Ciencias Agropecuarias. Universidad Nacional de Entre Ríos.

Introducción

Cada año nos encontramos, al momento de realizar la evaluación diagnóstica previa al curso de ingreso, con un nivel muy bajo de aprobación y con calificaciones inferiores al 10%, lo que evidencia que muchos de los estudiantes llegan a la Universidad con un nivel académico bajo, con una base mínima y con poca iniciativa. También se puede observar que en los grupos de estudiantes actuales no existe un perfil homogéneo, ya que éstos al comenzar sus estudios universitarios tienen expectativas, motivaciones, estilos de aprendizaje y conocimientos previos muy diferentes. En general, son jóvenes muy influenciados por la tecnología, que tienen un gran dominio de dispositivos y aplicaciones que le permiten un rápido acceso a la información y poseen una gran habilidad para la comunicación digital. Ingresan a la Universidad inmersos en un contexto comunicacional muy grande, en el que su atención se divide en diferentes pantallas y múltiples aplicaciones de comunicación. Dedican en general muy poco tiempo al estudio. No tienen la cultura del esfuerzo ni del trabajo. Son muy dependientes de lo que el profesor les aporta en la clase y esto se acentúa en los alumnos de primer año.

Se observa con claridad un desinterés por lo que se les enseña y no se logra motivarlos en la búsqueda de nuevos conocimientos. Es una generación acostumbrada a realizar varias cosas a la vez, con competencias digitales innatas y esta realidad pone a los docentes frente a un escenario en el que deben dar respuesta a través de estrategias para promover el buen uso de las tecnologías y de este modo generar múltiples sinergias en el ambiente áulico con el claro objetivo de generar motivación en los mismos como así también mejorar su rendimiento académico.

Steiman, J. (2004) en su publicación "¿Qué debatimos hoy en la didáctica? Las prácticas de la enseñanza en la educación superior", nos propone pensar el aula reconociendo las características de los alumnos, precisando los contenidos que se pretenden desarrollar como así también las formas de intervención didácticas. Nos llama a reflexionar sobre qué "cosas" suceden y en qué "lugar", para que se produzca el aprendizaje.

En nuestro caso particular, el aula de Matemática del Curso de Ambientación para alumnos ingresantes a Ingeniería Agronómica, la situación de aprendizaje se caracteriza por ser un lugar en el que se establecen relaciones contextualizadas entre el alumno, el saber, los instrumentos culturales y el docente.

Justamente, al pensar las formas de intervención en la enseñanza conviene tener presente que se trata de construcciones personales donde cada docente debe atender a tres particularidades: el contenido que enseña, los alumnos a quienes se lo enseña y sus propias intencionalidades.

A través del tiempo hemos comprobado que la mayoría de los ingresantes, han acuñado durante sus años de escolarización, métodos de aprendizaje de la matemática que se basan casi de manera exclusiva en la aplicación de técnicas de resolución de ejercicios directos relacionados a cada noción matemática desarrollada.

Por otro lado, si bien las asignaturas de corte matemático generalmente resultan áridas para los estudiantes de cualquier carrera, en Ingeniería Agronómica esto parece acrecentarse. En general se trata de materias que el alumno enfrenta al inicio de su formación universitaria, coincidiendo con la etapa de adaptación a un nuevo sistema educativo con todos los retos que ello conlleva. Muchas veces estos estudiantes ni siquiera tienen en claro por qué aparece esta ciencia en sus planes de estudio, situación que se convierte en un conflicto cotidiano que afecta la motivación e influye, sin lugar a dudas, en los resultados académicos.

Ante este panorama, comenzamos a preguntarnos si sería posible, aún desde las primeras clases, enseñarles a relacionar estos conceptos con su futura práctica profesional, interviniendo didácticamente en el aprovechamiento del tiempo efectivo de clase y del tiempo extra-áulico.

Entendimos que las nuevas tecnologías podían ayudarnos y decidimos que el modelo Flipped Classroom o Aula Invertida era el marco metodológico adecuado para encuadrar nuestra intervención.

Este modelo se alza como una de las tendencias que reta a cambiar el modelo de enseñanza tradicional por uno guiado y centrado en las nuevas necesidades del estudiante y de las instituciones. Este modelo consiste básicamente en una metodología educativa que implica "dar la vuelta a la clase".

Tradicionalmente los alumnos universitarios reciben del docente una primera aproximación a los contenidos de la asignatura, sobre los cuales, posteriormente, profundizan en su casa o en una clase posterior realizando ejercitaciones o trabajos prácticos. Aplicar el modelo Flipped Classroom supone invertir este proceso. Mediante el uso de las TIC, los alumnos acceden a algunos de los contenidos de la asignatura, fuera del aula, normalmente a través de videos u otros recursos hipermediales. Estos materiales permiten al alumno establecer un primer contacto con los contenidos o herramientas a trabajar.

Una vez en clase, los alumnos realizan tareas de producción (consultar dudas, debates, trabajos colaborativos, realización de prácticas y mini proyectos), monitoreados por el docente, que los escucha y retroalimenta.

Sin embargo, "invertir" una clase es mucho más que la edición y distribución de un video o de cualquier otro tipo de contenidos multimedia. Se trata de un enfoque integral que combina la instrucción directa con métodos constructivistas, actuaciones de compromiso e implicación de los estudiantes con el contenido del curso y la mejora de su comprensión conceptual.

Descripción de la experiencia

Puede decirse que el ser humano desde que nace es un ser social, destinado a vivir en un mundo social y que, para ello, necesita la ayuda de los demás. Ese ser social, además, se va haciendo poco a poco a través de la interacción con los otros, en un proceso continuo de socialización (Jiménez, 2005).

En este contexto y siguiendo a Steiman (2004) resulta fundamental preguntarse acerca de la influencia que tiene el grupo de pares en el aprendizaje del alumno/a adulto y entender cómo se capitaliza la particularidad de dicho grupo en el cual convergen seguramente diversas historias personales y diversas experiencias escolares o laborales. Como señala dicho autor "… contenido a enseñar, sujeto que lo aprende e intencionalidad conforman una unidad indisoluble a la hora de pensar en lo metodológico", cuestión para nada neutral a la hora de planificar en una intervención en el aula.

Justamente, entendiendo al proceso educativo como una actividad sociocultural, implementamos durante el año 2017 un cambio metodológico en el desarrollo del Módulo Matemática del Curso de Ambientación a la Vida Universitaria para los alumnos ingresantes a Ingeniería Agronómica de la UNER. Esta intervención exigió repensar los elementos didácticos (alumno, docente, objeto de saber e instrumentos), como así también incorporar elementos provenientes de la perspectiva sociocultural, como comunidad y división de tareas.

Básicamente nos enfrentamos al desafío de romper con el supuesto: "...no hay otra forma de enseñar que no sea a través de la transmisión oral (clase magistral, exposición)" Nos planteamos que era posible lograr un primer acercamiento del estudiante con los contenidos fuera del aula, de manera autónoma y adaptada a su nivel. De esta manera logramos flexibilizarlos tiempos y ocupamos la instancia áulica para trabajar en actividades que implican niveles más altos de pensamiento, como el análisis o la síntesis (Jordán Lluch, Pérez Peñalver, Sanabria Codesal, 2014)

Para ello se tuvo en cuenta la secuenciación cuidadosa de las actividades pensadas para realizar de manera autónoma previamente a los encuentros presenciales, diferenciándose de las consignas que debían realizarse durante la clase.

Respecto de las primeras, incluían el repaso de los conceptos teóricos estudiados en la escuela media. Estas instancias de aprendizaje autónomo requirieron de la elaboración de un material ad hoc escrito por el equipo docente, al que llamamos guía de estudio.

Al diseñarlo, entendimos como guía de estudio aquel instrumento digital o impreso que constituye un recurso para el aprendizaje a través del cual se concreta la acción del profesor y los estudiantes dentro del proceso docente, de forma planificada y organizada(García Hernández, de la Cruz Blanco, 2014)

Las guías desarrolladas por los docentes se confeccionaron teniendo en cuenta estas características, puesto que se consideró que serían un recurso muy significativo al actuar como mediadoras entre los docentes y los alumnos y cuyo objetivo principal sería consolidar la autonomía del alumno (actividad independiente)

Cada semana tenía asignados contenidos teóricos delimitados por esta guía, la cual incluía una breve justificación de la importancia de dichos temas dentro de la carrera, recomendaciones para encarar el repaso de los mismos desde esta perspectiva y una serie de ejercicios que cubrían los contenidos del bloque teórico. Algunas de las actividades planteadas se resolvían en la clase presencial, lo cual daba lugar a la discusión y puesta en común.

Este material fue complementado con recursos audiovisuales y multimediales (videos y presentaciones) subidos al Aula Virtual de la asignatura, que permitieron dar un soporte visual y dinámico a los contenidos, a la vez que posibilitaron acceder a múltiples ejemplos y explicaciones, tantas veces como el alumno quisiera. Algunos de estos se encuentran disponibles en Internet y otros fueron creados por el equipo de profesores.

En el Aula Virtual los contenidos fueron presentados en bloques temáticos que se corresponden con las unidades del programa del curso.

Dentro de cada bloque, el contenido se organizó del siguiente modo: se publicó una imagen con hipervínculos a la guía de estudio y a un libro en el que se accedía al material audiovisual. Un ejemplo de esto puede verse en la Figura 1.

Figura 1: Vista del bloque temático 1 publicado en el Aula Virtual.

Las guías de estudio se encontraban en formato PDF y permitían ser descargadas para ser impresas posteriormente.

El material audiovisual se organizó dentro del recurso libro del que dispone la plataforma del campus de la Universidad. En éste se podían encontrar videos, enlaces a páginas web como así también a contenido interactivo publicado en Internet, los cuales se encontraban organizados mediante una tabla de contenidos desde la que se podía navegar libremente. Un ejemplo de esta organización se puede observar en la Figura 2.

Figura 2: Vista del libro publicado en el aula virtual.

Respecto del trabajo pensado para realizar en el aula, podemos afirmar que ocupaba el eje central de la metodología adoptada. El objetivo de esta fase consistía en que los estudiantes trabajen en sesiones colaborativas de resolución de problemas y actividades de transferencia a situaciones cercanas a las Ciencias Agropecuarias. Ver ANEXO

Durante la clase contaban con la asistencia de los docentes para ayudarles sobre cualquier aspecto de su trabajo, ya sea para la comprensión de los contenidos teóricos que debían manejarse, como para la transferencia de los mismos a la actividad planteada. Los docentes durante estos espacios de encuentro realizaban breves exposiciones sobre aspectos relevantes del contenido, recomendaciones sobre errores habituales, indicaciones generales, todo esto para reforzar la confianza del alumno.

Asimismo se desarrollaron tres trabajos prácticos, de carácter grupal. Dos de ellos se plantearon como trabajo final de cierre de algún bloque temático en el cual se les daba una situación agronómica a resolver con las herramientas matemáticas adquiridas en el curso. El tercer trabajo práctico se desarrolló como actividad integradora y de manera interdisciplinaria con los demás espacios curriculares del curso de Ambientación, tomando como disparador el paper "Balance de nutrientes en campos agrícolas de la provincia de Entre Ríos" de BARBAGELATA P A. y R.J. M. MELCHIORI, Desde el área matemática se realizó una guía con preguntas relacionadas al texto en la cual los estudiantes debían aplicar conocimientos de polinomios, expresiones algebraicas, cálculos de superficie y reglas de tres simple.

Resultados

Como docentes de una cátedra de Matemática inserta en una carrera no matemática nos enfrentamos diariamente a los bajos rendimientos y a la escasa motivación de nuestros alumnos hacia esta ciencia, a la que consideran muy compleja y alejada de su futura tarea profesional. A partir de esta experiencia observamos un aumento significativo de la motivación hacia la tarea matemática a partir del cambio metodológico implementado. El trabajo contextualizado logró que los alumnos se involucren significativamente con el tema, generando un intercambio muy rico de opiniones entre sus pares y con los docentes, a la vez que facilitó el desarrollo de la intuición, permitiendo que comprendieran lo que hacían mientras se acercaban a los objetos matemáticos desde una perspectiva diferente.

Este se vio reflejado en el rendimiento académico en la evaluación final. En comparación con los resultados obtenidos en cohortes anteriores, la tasa de aprobación mejoró, como puede verse en la tabla 1.

Año	Alumnos Inscriptos	Presentes en el diagnóstico	% de aprobados	Presentes en la evaluación final	% de aprobados
2013	215	168	1.19%	172	12.85%
2014	196	163	1.23%	152	8.55%
2015	163	141	0.71%	125	10.4%
2016	123	107	3%	97	22%
2017	146	132	4%	121	38%

Tabla 1: Rendimiento académico por cohorte. (Datos obtenidos de los informes finales de cursos presentados oportunamente a Secretarìa Acadèmica)

Si nos detenemos en los datos del 2017, apreciamos que de un total de 146 alumnos inscriptos, 132 estuvieron presentes en la evaluación diagnóstica y 121 en la evaluación final, lo cual nos indica una tasa muy baja de abandono durante el cursado. La asistencia a clase fue muy buena.

Por otra parte, si comparamos los resultados de la evaluación diagnóstica y final, existe un notable incremento en el rendimiento de los alumnos luego de haber realizado el curso de ambientación, pasando de solo un 4% de los ingresantes aprobados inicialmente a un 38% de aprobados, luego de cursar con la metodología ensayada. Ver gráfico 1.

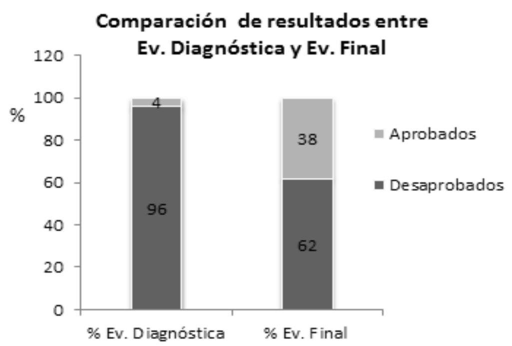


Gráfico 1: Comparación resultado de evaluaciones - año 2017

Si bien en la prueba final aún es alto el porcentaje de alumnos no aprobados, se logró reducir la fracción de alumnos que obtienen notas muy bajas (entre 0 y 39) de un 83% a un 39%. Esto nos hace inferir que si bien muchos estudiantes no lograronaprobar el examen, sí lograron mejorar su rendimiento en la asignatura. En el gráfco 2 se puede observar dicha evolución:

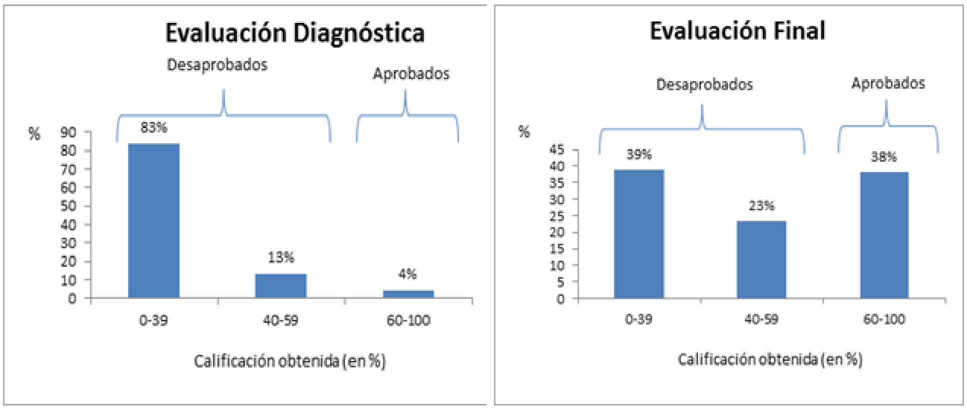


Gráfico 2: Comparación de evaluaciones según las calificaciones obtenidas - año 2017

Antes de realizar la prueba final, se realizó también una encuesta de autopercepción del aprendizaje, en la cual los alumnos debían valorar de 1 al 5 aspectos relacionados con:

- Satisfacción con la forma de impartir los contenidos
- Calidad de los contenidos y materiales
- Aprovechamiento de los tiempos
- Clima de trabajo en el aula

Mediante la encuesta se pretendía obtener datos cualitativos sobre la implementación de la metodología y entender cómo percibió el estudiante su propio aprendizaje.

Respecto de los aspectos más destacados de las respuestas recibidas, podemos decir que los alumnos consideraron enriquecedor el material multimedia elegido para estudiar de manera no presencial los contenidos teóricos. Opinaron que la posibilidad de consultarlos en cualquier momento los convertía en un sustituto adecuado de las clases magistrales, aunque consideraron necesario que en la clase siguiente el profesor realice una síntesis de lo visto de manera autónoma.

Valoraron también como positivo, el hecho de poder ocupar el horario de clase para la realización de sesiones de problemas, aunque advirtieron sobre las dificultades en cuanto a comprensión de las consignas, las cuales no consistían en ejercicios rutinarios de cálculo.

Conclusiones

Hemos presentado una experiencia de intervención didáctica para un curso de Matemática basado en el “aprendizaje invertido” para alumnos ingresantes a la Universidad, pensada con el objetivo de que los estudiantes se involucren durante las cuatro semanas del período de Ambientación y mejoren las tasas de rendimiento en la evaluación final.

La metodología elegida parecía ser a priori un modelo adecuado a este propósito debido a la flexibilidad que aporta en la organización y aprovechamiento de los tiempos de clase. Esta apreciación consideramos que fue corroborada por los resultados obtenidos.

Consideramos oportuno replicar la experiencia durante el cursado de Matemática I con los mismos alumnos, con el fin de poder documentar la evolución del grupo para un análisis futuro a la vez que comparar la efectividad de la intervención.

Bibliografía

Barbagelata P A. y Melchiori R.J. M. (2007). Balance de nutrientes en campos agrícolas de la provincia de Entre Ríos. En Caviglia, O. P.; Paparotti, O. F.; Sasal, M. C. (Eds.) Agricultura sustentable en Entrte Ríos. Ediciones INTA Bs As. (pp 89-94)

García Hernández, Ignacio, & de la Cruz Blanco, Graciela de las Mercedes. (2014). Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo. EDUMECENTRO, 6(3), 162-175. Recuperado en 20 de abril de 2017, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-742014000300012&lng=es&tlng=pt.

Jiménez, S. Y. (2005). Capítulo 24. Socialización y aprendizaje social. In Psicología Social, cultura y educación (pp. 819-844).

Jordán Lluch, C.; Pérez Peñalver, Ma. J. y Sanabria Codesal, E. (2014) Investigación del impacto en un aula de matemáticas al utilizar flip education. Pensamiento Matemático, 4(2), 9-22

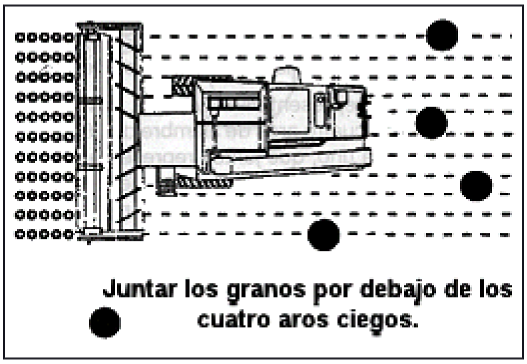
Steiman, J & Melone, C. (2006). Capítulo 2. Dame más didáctica -en la educación superior-.

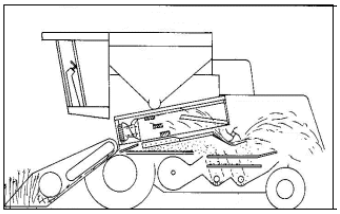
Steiman, J. (2004) ¿Qué debatimos hoy en la didáctica? Las prácticas de la enseñanza en la educación superior, Bs.As., Colección Cuadernos de Cátedra, UNSAM, Baudino Ediciones.

ANEXO

Situación planteada en el bloque Cálculo de áreas y volúmenes

Uno de los métodos que me permite estimar las pérdidas en la cosecha de granos es el *Método de los Aros.*[1] Para ello se elige una zona representativa y se tiran al azar cuatro aros de 56,4 cm de diámetro. En el área que ocupan los aros se cuentan la cantidad de granos encontrados en el suelo luego del paso de la cosechadora. El promedio de los granos encontrados en los cuatro aros es la pérdida estimada en esa superficie (la del aro).





En un campo de cultivo de Maíz se quiere determinar la eficiencia de una cosechadora. Para ello se utilizó el Método de los Aros, realizando cinco repeticiones (en cinco sectores se tiraron cuatro aros).

a) Determinar los kg de grano perdidos por hectárea, teniendo en cuenta que 33 granos de maíz pesan 10 gramos y que 1ha = 10000 m².

b) Si el maíz vale u$s76 la tonelada, ¿cuánto dinero perdió el productor si la superficie total cosechada fue de 120 ha?

	Aro 1	**Aro 2**	**Aro 3**	**Aro 4**	**Total Rep**
Repetición 1	28	26	30	24	....
Repetición 2	35	40	41	32	....
Repetición 3	32	33	45	28	....
Repetición 4	40	32	25	22	....
Repetición 5	25	30	33	31	....
					Media:............

1 El método de los aros considera procedimientos y consideraciones que se omiten en el ejercicio para facilitar la resolución del mismo.

Situación planteada en el bloque de ECUACIONES:

Cultivos extensivos

El sistema radical de un cultivo, si bien no es visible en el campo, posee una importancia vital ya que son las raíces quienes permiten el anclaje de la planta, la absorción de agua y nutrientes presentes en el suelo naturalmente o aquellos que incorporamos mediante la fertilización. Conocer las características de estos órganos, su forma, su crecimiento como así también las características del suelo (profundidad de cada horizonte, presencia de capas impermeables, contenido de arcilla, profundidad de la napa freática, etc.) nos ayudará a tomar muchas de las decisiones agronómicas al momento de realizar agricultura extensiva.

Las siguientes ecuaciones muestran la relación entre la profundidad (y) en cm que alcanzan las raíces y los días desde la siembra (x) para los dos cultivos estivales: Soja y Maíz en distintas ciudades agrícolas del país.

	Soja		Maíz
Balcarce	$y = 21{,}2 - 2{,}56x$	Balcarce	$y = 34{,}5 - 2{,}32x$
Córdoba	$y = 25{,}8 - 3{,}56x$	Pergamino	$y = 37 - 3{,}08x$

Si reemplazamos en cualquiera de las ecuaciones el valor de y, o sea, un valor de profundidad de las raíces, nos quedará una ecuación lineal con una sola incógnita (x), y así podremos calcular a los cuántos días luego de la siembra lograrán, dicha profundidad, las raíces del cultivo.

A) Para cada cultivo y cada ciudad encuentra la cantidad de días que deben transcurrir para que las raíces estén a una distancia de - 1,2 m de la superficie del suelo.

Ahora procederemos al revés, ya que podríamos querer conocer la profundidad de las raíces sabiendo cuántos días han transcurrido desde la siembra utilizando los modelos (ecuaciones) obtenidas experimentalmente. Nuevamente reemplazamos, ahora el valor de x (días después de siembra) y obtendremos una ecuación lineal con una sola incógnita (y) que resolviéndola nos dará la profundidad de las raíces a esa fecha.

B) Para cada cultivo y cada ciudad encuentra a qué profundidad estarán las raíces a los dos meses y medio de ser sembrados.

C) ¿Qué factores te parece que influyen para que un mismo cultivo logre diferentes profundidades de raíces en las distintas localidades?

La evaluación de conceptos estadísticos en carreras de ciencias sociales.

Liliana Mabel Tauber
Silvana María Santellán
Mariela Cravero
estadisticamatematicafhuc@gmail.com / santellansilvana@gmail.com /
marielacravero@hotmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral

Introducción

La enseñanza de la Estadística en carreras no matemáticas genera grandes desafíos para los docentes a la hora de tomar decisiones respecto de la propuesta de enseñanza que llevan adelante. Diversos autores plantean esta problemática y proponen algunas ideas para introducir contenidos de Estadística que sean significativos para los alumnos de estas carreras (Behar y Pere Grima, 2014; Herrera y Konic, 2017).

Justamente, ésta ha sido una de las problemáticas con la que nos enfrentamos, quienes integramos el equipo de cátedra del espacio curricular "Métodos estadísticos para Ciencias Sociales", en la Facultad de Humanidades y Ciencias en la Universidad Nacional del Litoral. Esta cátedra es compartida entre alumnos de las Licenciaturas en Sociología, Ciencia Política, Geografía e Historia. Desde 2004, que iniciamos el dictado de este espacio, hemos podido observar que los alumnos comienzan el cursado indicando que aprender los contenidos estadísticos es tarea difícil y, en definitiva, históricamente ha sido una baja proporción de alumnos quienes lograban realizar o terminar exitosamente el recorrido.

A esto, se agrega que, aunque estos alumnos evidencian mucha autonomía en la lectura de textos específicos de las Ciencias Sociales, no la tienen cuando deben leer textos de carácter más técnico como puede ser un texto de Estadística. Por otra parte, no acostumbran a cursar regularmente, lo cual es un problema agregado para la planificación de las clases ya que una gran proporción abandona rápidamente sin darse la oportunidad (a ellos y a los docentes) de trazar una trayectoria completa y continua a través de la asignatura. Toda esta situación nos ha llevado a proponer instancias de trabajo colaborativo y en equipo, con el objetivo de abordar el planteo de actividades de análisis de datos basadas en datos reales.

Cabe aclarar que esta propuesta de evaluación se desarrolla en el marco de una trayectoria de enseñanza y aprendizaje que constantemente busca promover el razonamiento estadístico y la búsqueda de sentido de los conceptos estocásticos. Es por ello que, buscando tener coherencia en la propuesta didáctica, hemos tenido que re-pensar la evaluación de tal modo que el enfoque dado a las clases esté en concordancia con la evaluación realizada.

Por todo lo expuesto, consideramos necesario indicar que, el propósito central del presente trabajo es mostrar las características particulares de la propuesta de evaluación, sus objetivos, la orientación didáctica y sus fundamentos. Es decir, de ningún modo pretendemos realizar un análisis de los resultados obtenidos en los alumnos, trabajo que prevemos desarrollar al finalizar el presente año.

Fundamentos de la propuesta

El escenario descrito nos llevó a pensar en la necesidad de diseñar una propuesta que priorice la participación activa de nuestros estudiantes y en la que el eje mentor de ésta sea la continuidad de los contenidos desarrollados, enmarcada y sostenida siempre en situaciones problemáticas acordes al área de su especialización, pretendiendo que estos contextos logren captar el interés del alumnado.

Así, surge la propuesta de una evaluación continua mediante cuatro prácticos que siguen un “hilo conductor” basado en cuatro tipos de materiales de referencia y asistentes didácticos:

Un texto de Escudero (2014), a partir del cual se propone la discusión sobre los datos, variables e indicadores que se deben tener en cuenta para la construcción del índice de pobreza considerado por el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos.

Dos videos de Hans Rosling, una Charla TED y una entrevista de BBC Four. En los mismos, Rosling trata el tema de la medición de la pobreza desde un enfoque multidimensional, el cual nos permite comparar con la propuesta que realiza Escudero (2014).

Un software de distribución libre: Gapminder, creado por Hans Rosling y colaboradores que presenta una base de datos de indicadores sociales y económicos basados en datos de la ONU, CEPAL y el Banco Mundial, entre otros.

Páginas web de artículos publicados en periódicos, que sean actuales, con información relacionada a la medición de la pobreza en Argentina y en otros países de Latinoamérica.

Datos provenientes de la Encuesta Permanente de Hogares (EPH) del Aglomerado Gran Santa Fe.

El principal objetivo de la propuesta de evaluación fue, propiciar el desarrollo del *razonamiento estadístico* de los estudiantes; adhiriendo a lo que Gal (2004) considera como: "*la forma de dar sentido a la información estadística*".

Por lo tanto, proponemos una enseñanza de la Estadística que se centra en realizar interpretaciones de datos reales, buscando permanentemente lograr la *transnumeración* de diferentes representaciones (Lee; Kersaint; Harper; Driskell; Jones; Leatham; Angotti y Adu-Gyamfi, 2014).

Conscientes de la importancia de que nuestros estudiantes logren razonar estadísticamente, no perdemos de vista que las actividades deben promover el razonamiento crítico basado en:

la calidad de los datos,

la variabilidad presente en los mismos,

el significado de las distribuciones y de sus resúmenes y,

el alcance y limitaciones de las inferencias que podrían realizarse.

Así, considerando la realidad del contexto en el que desarrollamos nuestras prácticas, creemos que estamos en camino de lograr lo que Behar y Pere Grima (2014) plantean como aprendizaje a largo plazo, fomentando la formación de ciudadanos y profesionales cultos estadísticamente (Batanero, 2013). Estos autores sostienen que los cursos de Estadística que se ocupan en la aplicación mecánica y constante de reglas, con problemas simples y artificiales, no aportan elementos al sistema explicativo del estudiante que luego, en su vida profesional, deberá enfrentarse a un problema real. Es así que, consideran indispensable para lograr un aprendizaje a largo plazo, tener en cuenta los siguientes puntos:

Considerar los conocimientos previos que tienen nuestros estudiantes al comenzar el cursado. Esto implica que debemos tener en cuenta que nuestros alumnos se han enfrentado muchas veces en su vida cotidiana a la variabilidad e incertidumbre, lo cual puede servir de base para construir nuevos conocimientos.

Cuestionar los dichos populares sobre el tamaño indicado de una muestra para representar la población. Esto implica que mediante ciertas analogías simples se podría enseñar que el tamaño y el tipo de muestra difiere según el estudio requerido.

*Apartar la planificación de la clase del desarrollo clásico de los libros de estadística en los cuales se incita a ir explicando los indicadores uno a un*o. Esto implica, abordar desde el inicio del curso, situaciones problemáticas donde ellos deben exponer sus ideas y luego, a medida que se incorporan algunos conocimientos vuelvan a las situaciones para poder resolverlas. Al comienzo, los estudiantes responderán con herramientas y justificaciones muy artesanales, pero estas irán mejorándose con el desarrollo del curso.

Desarrollar, de manera informal, el concepto de probabilidad mediante la idea de "propensión" basada en la frecuencia relativa; al analizar tablas de contingencia, desarrollar las ideas de probabilidad condicional conectando muestra y población.

Éstas y otras características hemos tenido en consideración para elaborar la propuesta de enseñanza que desarrollamos a lo largo de cada cuatrimestre y, en consecuencia, también las hemos considerado para la propuesta de evaluación del espacio curricular, la cual describiremos a continuación.

La propuesta de evaluación

Esta propuesta consta de cuatro etapas interconectadas por una misma problemática y persigue los siguientes objetivos:

Objetivo General:

Generar una propuesta inclusiva que permita fortalecer nuestra práctica de enseñanza, vinculando de manera significativa el aprendizaje del alumno con su futura práctica profesional.

Objetivos Específicos:

Iniciar a los estudiantes en el análisis comprensivo de la información presentada en bases de datos reales.

Favorecer la comprensión conceptual y en contexto de los contenidos seleccionados.

Promover el aprendizaje activo y colaborativo en los alumnos.

Incorporar el uso de las TIC y de otros asistentes didácticos.

Redactar informes como síntesis del proceso de aprendizaje.

Buscamos lograr estos objetivos a través de una propuesta de trabajo grupal, promoviendo que los alumnos piensen, reflexionen y resuelvan las siguientes temáticas tratadas en los prácticos evaluativos.

El primer práctico evaluativo

Esta evaluación se centró en la lectura del capítulo seis del libro "*Qué es (y qué no es la Estadística). Usos y abusos de una disciplina clave en la vida de los países y las personas*", de Walter Sosa Escudero. En este capítulo, el autor analiza de manera puntual la complejidad de la construcción de un índice de pobreza que sea fiable y a la vez operativo. Asimismo, resalta la necesidad de obtener un índice que sea simple y adecuado para poder tomar decisiones, sobre todo en los aspectos socioeconómico de un país.

Las actividades que planteamos en este trabajo evaluativo han sido planeadas para que los estudiantes se enfrenten, y luego razonen críticamente sobre las dimensiones que deben considerarse para comunicar la información que aporta este tipo de índices. Es así que, en este contexto específico, descrito con un lenguaje sencillo y poco formal por el autor, los alumnos deben reconocer la unidad elemental, el dato y las variables estadísticas que deben identificarse y medirse para poder obtener el índice referido. De esta manera, nos propusimos que, durante el desarrollo de las actividades, los estudiantes logren reconocer, en un contexto particular, los conceptos enseñados en la asignatura hasta ese momento.

El segundo práctico evaluativo

En esta ocasión, sumamos información relevante sobre las múltiples dimensiones de cómo medir la pobreza. Aquí, presentamos a los estudiantes el software Gapminder creado por Hans Rosling y colaboradores, disponible gratuitamente en el sitio: www.gapminder.org, lo cual permitió el trabajo con bases de datos reales creadas a partir de información recolectada por distintos organismos internacionales. A partir de estos datos, se retoma la discusión sobre el problema de la medición de indicadores sociales, su comparabilidad y fiabilidad.

Los objetivos en estas actividades se centran en la necesidad de que nuestros estudiantes conozcan cómo las nuevas tecnologías colaboran con el análisis estadístico, que confronten información sobre cómo considerar los niveles de ciertos índices y que defiendan sus ideas a través de la elaboración de un informe escrito (Carvajal y Zabala, 2015). Para este informe, les solicitamos que retomen los conceptos asociados a las variables estadísticas, de tal manera que los propios estudiantes puedan re-significar los conceptos y reflexionar sobre las dificultades y errores que habían presentado en el primer trabajo práctico.

El tercer práctico evaluativo

Esta evaluación se inscribe dentro del enfoque exploratorio y el análisis de bases de datos reales (Tukey, 1977). Los datos que deben analizar los alumnos, provienen de la Encuesta Permanente de Hogares de la provincia de Santa Fe (Argentina), trabajando con la base de datos correspondiente al último trimestre que está disponible en la página oficial de la Provincia de Santa Fe (https://www.santafe.gov.ar/index.php/web/Registros-y-Bases-de-Datos/Encuesta-Permanente-de-Hogares/EPHcont-Bases-Usuarias/Bases-Usuarias-Trimestrales.-Aglomerado-Santa-Fe).

Como actividades iniciales se les propone el reconocimiento de algunas de las variables bajo estudio, la unidad experimental y las formas más adecuadas de representar esta información, para culminar con un informe escrito con la descripción del lote de datos analizado.

Esta actividad permite entrelazar las ideas trabajadas en los dos prácticos anteriores con datos reales del entorno en el que viven nuestros alumnos.

También aquí se les presenta una actividad basada en el análisis de datos reales del Índice de Desarrollo Humano, publicado por Naciones Unidas en: http://hdr.undp.org/es/countries/profiles/ARG. A partir de esta información, los estudiantes deben tomar decisiones respecto del resumen más adecuado para representar la informacióncontenida en la página web y fundamentar las decisiones tomadas.

El cuarto trabajo evaluativo

En esta oportunidad, se les presenta la representación gráfica de la variable "Ingreso Total Familiar" de la Encuesta Permanente de Hogares (que se utilizó en el práctico 3) y se les pide a los alumnos que calculen las medidas que permiten describir la distribución de dicha variable, relacionando éstas con lo analizado en el trabajo 1, a partir del texto de Escudero respecto de la línea de pobreza. Para resolver esta actividad, deben explorar la distribución de la variable considerada, utilizando distintos resúmenes numéricos y gráficos y además, deben tomar decisiones sobre las medidas adecuadas fundamentando las mismas a través del análisis de la distribución de frecuencias.

De esta manera, lejos de proponer exhaustivos cálculos e informes estadísticos de datos descontextualizados, perseguimos que, mediante lecturas relacionadas a sus perfiles profesionales y enfrentándose a datos reales regionales cercanos a los alumnos, puedan dar significado a conceptos estadísticos básicos y puedan enfrentar la necesidad de escribir informes claros y objetivos para informar de manera adecuada sobre un contexto. Además, la elaboración de estos informes, se constituye en un recurso articulador, en el sentido que, permite sistematizar cada uno de los contenidos desarrollados en las clases. Por ejemplo, la clasificación de variables, elaboración de tablas de distribución de frecuencias y gráficas estadísticas, cálculo e interpretación de las medidas de tendencia central y de dispersión.

Alcances y limitaciones de nuestra propuesta

Consideramos que hemos logrado elaborar una propuesta de evaluación que, no sólo es coherente con el enfoque que brindamos en las clases sino que la misma permite brindar a los alumnos espacios de reflexión en los que se integran los contenidos estadísticos propuestos en el programa de la materia, con conceptualizaciones sociales que a diario utilizan en otras asignaturas y que seguramente les servirán de referentes para su futuro profesional.

Asimismo, podemos indicar que el trabajo colaborativo y grupal ha brindado el espacio para que los alumnos puedan defender sus propias posturas y a la vez, fundamentarlas desde la evidencia estadística.

Además, como Batanero (2013) plantea, hemos intentado educar para promover futuros profesionales estadísticamente cultos, más allá de promover una actitud crítica en nuestros estudiantes frente a la información estadística y, esperamos haber instalado aprendizajes a largo plazo.

Asimismo, nuestra propuesta persigue fomentar el razonamiento estadístico a partir de datos empíricos, considerando el contexto de donde se obtuvieron y el alcance y las limitaciones de los mismos.

Además, hemos enfocado las actividades de aprendizaje sobre el análisis de las distribuciones a partir de sus representaciones gráficas. Este tipo de análisis busca propiciar que los estudiantes no realicen cálculos mecánicos o prescriptivos sino que tomen decisiones de manera crítica sobre las medidas descriptivas más apropiadas a cada situación. Al conectar el trabajo de las bases de datos con las consideraciones asociadas a las características de cada distribución y a la elaboración de índices e indicadores hemos, de alguna manera, mostrado que el conjunto de datos se debe analizar como tal: “en conjunto” y no pensar cada dato de manera aislada, posibilitando predecir comportamientos en función de esto.

Como limitaciones de la propuesta, podemos indicar que aún nos resta integrar este tipo de evaluación y de análisis en los últimos ejes temáticos del espacio curricular, los cuales están relacionados con el estudio de asociación entre variables.

Por otra parte, consideramos que, en nuevas instancias, deberíamos introducir el trabajo por proyectos, de tal manera que sean nuestros propios alumnos quienes deban construir algún sistema de indicadores y puedan analizar su fiabilidad y comparabilidad. Ambas tareas nos quedan pendientes para futuras propuestas.

Asimismo, tenemos como tarea pendiente, el análisis cualitativo y cuantitativo de las producciones de los alumnos, de tal manera que podamos tener evidencia empírica que nos permita fundamentar los alcances de la propuesta en relación con la calidad de los aprendizajes logrados.

Referencias Bibliográficas

Batanero, C. (2013). Sentido estadístico: Componente y desarrollo. En: Actas de I Jornadas Virtuales de Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria.

Behar, R. y Pere, G. (2014). Estadística: aprendizaje a largo plazo. Algunas reflexiones. En: Actas de II Jornadas en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria.

Castro, D. y Zabala, J. (2015). El Informe Estadístico: Una estrategia de evaluación en Estadística. En: J. M. Contreras, C. Batanero, J. D. Godino, G.R. Cañadas, P. Arteaga, E. Molina, M.M. Gea y M.M. López (Eds.), Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria, 2. Granada, 2015.

Escudero, W. (2014). Qué es (y qué no es) la Estadística. Usos y abusos de una disciplina clave en la vida de los países y las personas. 1ª edición. Colección Ciencia que ladra. Buenos Aires: Siglo Veintiuno Editores Argentina.

Gal, I. (2004). Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. En: D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.), The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking, pp. 47 – 78.

Herrera, M. y Konic, P. (2017). Conocimiento del profesor sobre la importancia del muestreo aleatorio simple para la estimación de parámetros. En: XX (Eds.), Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.

Lee, Hollylynne S.; Kersaint, Gladis; Harper, Suzanne R.; Driskell, Shannon O.; Jones, Dusty L.; Leatham, Keith R.; Angotti, Robin L. y Adu-Gyamfi, Kwaku, (2014). Teachers' Use of Transnumeration in Solving Statistical Tasks with

Dynamic Statistical Software. En: Statistics Education Research Journal, v13 n1 p25-52 May 2014.

Tukey, J. W. (1977). Exploratory data analysis.

Webgrafía

Encuesta Permanente de Hogares - Gobierno de la Provincia de Santa Fe. Disponible en: https://www.santafe.gov.ar/index.php/web/ (Menú de Bases Usuarias) (Búsqueda realizada el 3/4/2017)

Hans Rosling revela nuevas ideas sobre la pobreza (Charla TED). Disponible en: https://www.ted.com/talks/hans_rosling_reveals_new_insights_on_poverty?language=es#t-51199 (Búsqueda realizada el 20/10/2016).

Hans Rosling: 200 países en 200 años (BBC Four). Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=P2QHAbl45jc (Búsqueda realizada el 3/4/2017)

Gapminder World: www.gapminder.org

Naciones Unidas: http://hdr.undp.org/es/countries/profiles/ARG

El proceso de investigación-acción como protagonista del cambio en el plan de evaluación de un curso de matemática para ingeniería.

L. Carolina Carrere
Marisol Perassi
Leandro Escher
Emiliano Ravera
Iván Lapyckyj
Alberto Miyara
Gustavo Pita
Solange Milesi
Diana Waigandt
carrerecarolina@ingenieria.uner.edu.ar
Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Entre Ríos.

Introducción e identificación de la problemática que origina la investigación

Tradicionalmente, la evaluación de los aprendizajes en los cursos de matemática se ha llevado a cabo mediante exámenes parciales y exámenes finales. En consonancia con esto, el sistema de evaluación implementado en las asignaturas Cálculo Vectorial (CV) y Ecuaciones Diferenciales(ED) de la carrera de Bioingeniería de la Facultad de Ingeniería en la Universidad Nacional de Entre Ríos (FI-UNER), hasta el año 2008 consistió básicamente en la aplicación de dos exámenes parciales presenciales e individuales, con ejercicios, más dos Trabajos Prácticos de Laboratorio (TPL) domiciliarios, grupales y con problemas integradores. Para regularizar la asignatura se requería una calificación mínima de 50 puntos en ambas evaluaciones y para promocionar una calificación mínima de 80 puntos.

La observación de ciertas problemáticas reiteradas en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, como por ejemplo que la mayoría de los estudiantes concurrían a las clases pero no participaban, tomaban nota y poco se podía saber sobre su proceso de aprendizaje, y un porcentaje muy bajo de regularización de la asignatura, llevó a los docentes a realizar un análisis de este sistema de evaluación. Este análisis permitió reconocer algunas características sobresalientes del mismo: la evaluación quedaba reducida a lo realizado por el estudiante en las instancias de exámenes, los resultados de las evaluaciones afectaban solamente de manera directa al alumno, los exámenes brindaban una información "tardía" de los errores, la evaluación cumplía exclusivamente una función de acreditación, entre otras. Se hizo visible de este modo que la evaluación estaba ligada a un enfoque sumativo, en la cual los aspectos formativos aparecían diluidos.

En este contexto surgieron algunos interrogantes que dieron origen a las siguientes preguntas de investigación: ¿Qué formas de evaluación contribuyen al proceso de aprendizaje de los estudiantes de matemática en Bioingeniería? ¿Es posible crear escenarios con el estudiante como protagonista principal donde los errores surjan, se reconozcan, se compartan, se analicen, sin que esto genere temores? ¿Cómo el docente puede ayudar al estudiante a detectar sus errores y debilidades hasta lograr paulatinamente una mayor autonomía y confianza en sus criterios? ¿Qué formas de evaluación pueden implementarse con la participación y el consenso de los estudiantes?

Para abordar estas preguntas el equipo docente decidió proponer una investigación enmarcada en los principios metodológicos de la Investigación-Acción. En este trabajo se describen los resultados de dos ciclos de la investigación que se viene desarrollando en la FI-UNER, y de la cual participan todos los docentes de las asignaturas CV y ED, una docente del Departamento Humanidades e Idiomas y la Asesora Pedagógica de la institución.

La Metodología: Investigación-Acción

La Investigación-Acción (I-A) es un tipo de investigación utilizada en diferentes disciplinas de las ciencias sociales, particularmente en el campo de la educación, a través de la cual los docentes investigan su propia práctica con el objetivo de comprender las dificultades que la atraviesan y generar acciones para mejorarla. Elliot (2007) plantea que con esta metodología el docente asume también el papel de investigador al planificar, actuar, observar, reflexionar e indagar sistemáticamente sobre su práctica para producir conocimiento y cambios tendientes a mejorarla.

El proceso I-A se estructura en ciclos de investigación en espiral, contando cada uno con las siguientes fases de acuerdo al modelo de Kemmis y Mactaggart (1988): fase de exploración inicial, fase de planificación, fase de acción, fase de observación y fase de análisis de resultados, generando esta última un nuevo ciclo de investigación.

A partir de estos lineamientos y con el objetivo de asumir el compromiso de una participación activa por parte de los docentes con el proceso de investigación, se optó por instrumentar esta metodología mediante Seminarios Internos de trabajo colaborativo. El mismo se propuso como espacio de encuentro y de reflexión conjunta pero además como ámbito de estudio y discusión de conceptos y referentes teóricos. A través de este trabajo cada docente participante profundiza en los saberes teóricos y prácticos que le permitan investigar el problema en el contexto de su propia práctica docente, comprenderla en profundidad y proponer mecanismos de mejora y transformación. Asimismo esta metodología abre la posibilidad de la observación de las prácticas de los colegas docentes.

El grupo de investigación ha comenzado un proceso en espiral realizando un análisis de la metodología de evaluación en las asignaturas mencionadas para conocerla en profundidad y detectar aspectos que pueden estar incidiendo negativamente en el proceso de aprendizaje para mejorarlos. En la próxima sección se describe brevemente el marco teórico de referencia construido de manera colaborativa por los docentes participantes.

Marco Teórico de Referencia

El sentido concedido a la evaluación en el campo educativo ha ido variando a lo largo del tiempo, moldeado por situaciones sociales, económicas, políticas y también por los avances científicos y tecnológicos (Guardia, 2013). En las instituciones universitarias donde se forman profesionales, como son las Facultades de Ingeniería, el proceso de evaluación tiene un doble sentido: el formativo y el de acreditación (Fernández March et al., 2012). Desde la función formativa la evaluación puede entenderse como la ventana a través de la cual los docentes y los estudiantes van obteniendo información sobre cómo se va desarrollando el proceso de enseñanza y el de aprendizaje. El término “acreditación” está asociado con la “certificación”, y desde esta perspectiva la evaluación es un proceso orientado a constatar que los estudiantes al finalizar cada curso o actividad curricular han adquirido las habilidades y conocimientos básicos para avanzar en la carrera.

En los últimos años y en el contexto internacional se observa un interés por ampliar el sentido de la evaluación en la Universidad, revalorizando así su función formativa. Los principios teóricos de la Evaluación Formativa los encontramos en los trabajos de Black y Wiliam (1998). Estos autores definieron la evaluación formativa como “aquella que abarca todas las actividades llevadas a cabo por los docentes, y/o por sus estudiantes, las cuales proveen información para ser usada como retroalimentación para modificar las actividades de enseñanza y de aprendizaje en las que están involucrados" (1998: 7).

Esta definición permite identificar los tres aspectos que caracterizan la Evaluación Formativa: (1) La comunicación precisa del objetivo a alcanzar, es decir indicaciones claras al estudiante sobre el punto de llegada o el aprendizaje esperado y de los criterios que permitirán valorar su trabajo; (2) la información de la situación actual del trabajo del estudiante en relación a la meta propuesta, ya sea a través de la retroalimentación del profesor o de la autoevaluación, de manera que el alumno conozca el punto de partida antes de emprender un nuevo esfuerzo y continuar su proceso de aprendizaje; y (3) las estrategias de mejora y la orientación necesaria para que el alumno pueda avanzar, superar las dificultades y acercarse a la meta propuesta.

De todo lo anterior se deriva que la evaluación es un proceso estrechamente relacionado con la enseñanza y por ello es necesario relacionar las estrategias didácticas y las actividades propuestas a los alumnos con los objetivos del curso. Es fundamental entonces considerar los criterios de evaluación utilizados los cuales son la especificación de los objetivos de la evaluación (Barbier, 1999) y orientan los juicios de valor que realizan los docentes sobre las tareas de los estudiantes. Al ser elaborados y consensuados previamente a los alumnos, los criterios no sólo transparentan el lugar desde el cual se llevan a cabo las valoraciones sino que además, permiten el mejoramiento de las producciones (Litwin, 1998).

A partir de estas bases conceptuales se comenzó a trabajar introduciendo cambios paulatinos en la planificación de la asignatura que condujeron a un nuevo plan de evaluación.

Resultados

Primer ciclo del proceso de I-A: Diseño e implementación de un nuevo plan de evaluación.

En la siguiente sección se describe el plan de evaluación implementado en las asignaturas a partir del ciclo 2013. El mismo es el resultado de sucesivos cambios y modificaciones que se iniciaron paulatinamente a partir del ciclo 2009. A partir del marco conceptual considerado, y teniendo en cuenta los objetivos del curso, se establecieron las siguientes bases para elaborar el nuevo plan de evaluación: primero, alinear las estrategias didácticas con las metas de aprendizaje incorporando en las clases los aspectos formativos de la evaluación; y en segundo lugar, diseñar actividades que permitan al alumno participar y comprometerse con su proceso de aprendizaje, brinden producciones de los estudiantes que generen información y evidencias de su proceso de aprendizaje, e incluyan la retroalimentación y reorientación necesaria de manera que cada alumno pueda alcanzar la meta de aprendizaje.

La evaluación comenzó a incorporarse con fines formativos en variadas situaciones didácticas y con diferentes protagonistas, tal como se describe a continuación:

La evaluación formativa en el contexto de las clases de práctica: Se cambió la dinámica de las clases prácticas. La misma gira alrededor de un Informe Escrito realizado por los estudiantes trabajando en grupo antes de la clase práctica. El mismo consiste en la realización de tres o cuatro ejercicios, pero tiene ciertas características que lo diferencian de un trabajo práctico ordinario: no se lo evalúa con una nota, no se penaliza el error, no se exige que se presente completo y ni con el resultado correcto. Las consignas promueven el análisis de los datos, y a través de preguntas se orienta al estudiante para que transite por las distintas etapas que componen el proceso de resolución de cada ejercicio o problema, justificando cada paso con conceptos teóricos o propiedades. Durante la resolución el estudiante observa sus dificultades, las cuales debe incorporar al informe para ser compartidas, durante el intercambio de ideas, en la clase práctica. El grupo que expone recibe las opiniones de sus compañeros (evaluación entre pares) y también del profesor, quien trata de crear el clima adecuado en el aula para que los errores y confusiones se expresen sin temor. Además los estudiantes realizan una autoevaluación confrontando sus propios desarrollos y resultados con las conclusiones del debate, marcando en sus hojas de trabajo errores, aciertos y aclaraciones. Al finalizar la clase el profesor lleva consigo los informes con el objetivo de realizar una revisión general, preparar un registro de las dificultades, hacer sugerencias y marcar aspectos no observados durante la autoevaluación. Posteriormente devuelve el trabajo, que ha pasado por tres instancias de evaluación formativa. De esta manera el Informe Escrito brinda información valiosa para detectar errores, los cuales no son sancionados sino, antes bien, bienvenidos y analizados como una oportunidad para poder identificar los obstáculos del aprendizaje.

La evaluación formativa en el contexto de los TPL: Los TPL son dos tareas grupales no presenciales, en los cuales se proponen problemas que incluyen la selección de un modelo matemático y la simulación computacional del mismo. A través de la plataforma Moodle se habilita un espacio, de manera que cada grupo puede optar por enviar un trabajo borrador indicando las dudas y obstáculos que ha encontrado. El docente, realiza una retroalimentación escrita proporcionando información sobre errores evitando presentar explícitamente la respuesta correcta, promoviendo en el alumno la reflexión sobre lo realizado para mejorarlo.

La evaluación formativa en el contexto de las evaluaciones parciales: Previas a la evaluación parcial e incluido en el cronograma de trabajo de la planificación de cátedra, se prevén actividades de repaso que se organizan a partir de la información obtenida en los Informes Escritos, en las autoevaluaciones y a partir de las observaciones realizadas por los docentes. Luego de las evaluaciones parciales el equipo de cátedra realiza un trabajo con los errores observados, categorizándolos y analizando los más frecuentes. A partir de esta información se diseñan las actividades de la semana de repaso. De esta manera las actividades planificadas han incorporado la retroalimentación del docente, la autoevaluación del alumno y el trabajo con los pares conformando una trama estructurada por los contenidos, las metas de aprendizaje planteadas a partir de las incumbencias profesionales del bioingeniero y el tiempo disponible (14 semanas).

Segundo ciclo del proceso de I-A: Participación activa de los estudiantes en la evaluación

Aunque el nuevo Plan de Evaluación se diseñó teniendo en cuenta que la evaluación es considerada por los docentes y los estudiantes como una componente integral de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, la implementación del mismo dio origen a un nuevo ciclo del proceso investigativo. Se consideró que la manera de incluir a los estudiantes, como participantes conscientes y activos de la nueva metodología propuesta, no fue suficientemente analizada en conjunto con los estudiantes.

Para promover la participación activa de los estudiantes en el proceso de evaluación de los aprendizajes se implementó una acción que tuvo como objetivo crear espacios de diálogo para buscar el entendimiento y el consenso en relación a los objetivos del curso, las estrategias adecuadas para alcanzarlos y las formas de evaluar los aprendizajes.

Se centró la acción en uno de los propósitos centrales del curso: *desarrollar en los alumnos habilidades para resolver problemas*. En el año 2016, al inicio del cursado de CV, se realizó un taller de discusión sobre los diferentes aspectos que cada estudiante tiene en cuenta en la resolución, para luego analizarlos en función de las estrategias seguidas por expertos. Se diseñó una herramienta a través de la cual se plasmaron los acuerdos generales, arribando a un "Contrato Didáctico" que incluyó los aspectos centrales a considerar en la resolución de problemas y su comunicación escrita. Esta acción permitió establecer de manera conjunta los criterios de evaluación necesarios para emprender la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación del proceso (Carrere et al., 2016). El nuevo plan de evaluación y la acción del segundo ciclo del proceso I-A se ilustran en la Figura 1.

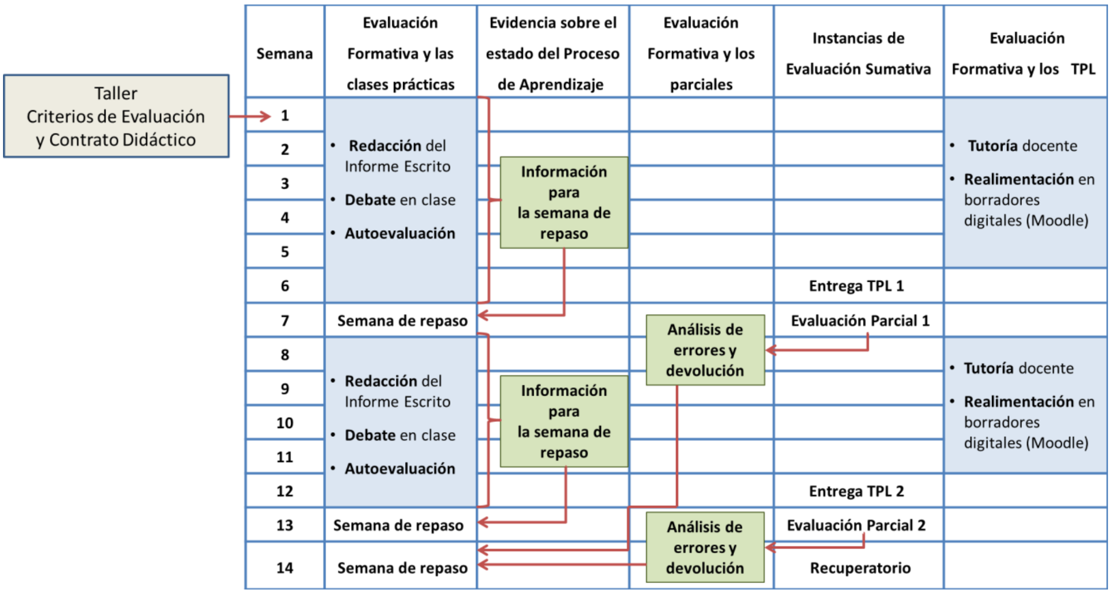


Figura 1. Nuevo plan de evaluación.

Impacto del nuevo plan de evaluación en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Como resultado de la implementación de las acciones de los ciclos del proceso de I-A, se observaron cambios relacionados tanto con los docentes como con los estudiantes. Respecto de los docentes, se han podido reconocer, desde un punto de vista cualitativo, los siguientes cambios en sus prácticas cotidianas de enseñanza:

- Elaboración, comunicación e incorporación en la clase de los criterios de evaluación.
- Observación del desarrollo de las habilidades y estrategias matemáticas que los estudiantes aplican a través de las evidencias encontradas en sus exposiciones orales, informes escritos y borradores.
- Búsqueda de diferentes modalidades retroalimentación para realizar en los Informes Escritos y en los TPL.

- Registro fotográfico de sucesos acaecidos en las clases prácticas durante las exposiciones en el pizarrón y socialización de los mismos con otros docentes.
- Abordaje de los errores en clase de manera tal que los estudiantes expongan sus ideas erróneas sin correr el riesgo de desprestigiarse y obtener una nota baja.
- Análisis de resultados de las autoevaluaciones y errores que surgen en las evaluaciones formales para diseñar nuevos materiales que aclaren conceptos y retroalimenten a los estudiantes.
- Elaboración de rúbricas para la evaluación y comunicación de éstas a los estudiantes.
- Revisión continua de la propia práctica docente.
- Utilización del campus virtual en pos de la retroalimentación permanente.

Respecto de los estudiantes, se observaron cambios en cuanto al comportamiento que muestran en el cursado de la asignatura, tales como:

- Realización del Informe Escrito sin esperar una calificación de su evaluación.
- Esfuerzo por explicar el procedimiento de resolución de un ejercicio en lugar de priorizar la respuesta.
- Exposición en el pizarrón para debatir ideas y dudas en lugar de "pasar a dar la lección".
- Respeto por las exposiciones orales de pares con actitud crítica.
- Socialización de errores, con profesores y compañeros, en los Informes Escritos y borradores.
- Realización de un trabajo reflexivo a través de las autoevaluaciones.
- Utilización del espacio virtual para comunicarse con el docente y recibir la retroalimentación.
- Colaboración en la organización de las clases de repaso, planteando dudas y sugerencias en el campus.

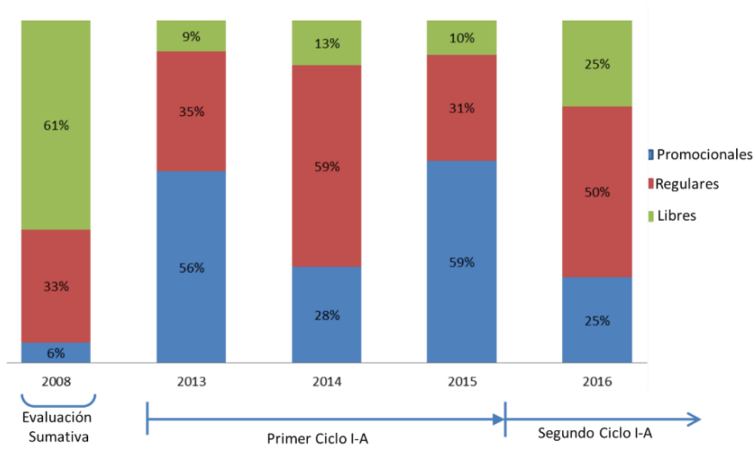


Figura 2. Porcentaje de alumnos regulares, promocionados y libres en los ciclos de I-A implementados comparados con el año 2008.

Por otra parte, desde un punto de vista cuantitativo, estos cambios tuvieron su correlato con el porcentaje de alumnos que quedaba en condición de libre durante el cursado de la asignatura. En la Figura 2 se muestran los porcentajes de alumnos en condición de libres, regulares y promocionados correspondientes a una de las asignaturas (ED), comparando el año 2008 en el cual aún se aplicaba el sistema de evaluación anterior, con los años siguientes hasta el 2016, pasando por las diferentes etapas de la implementación del proceso de I-A.

Conclusiones

A partir de esta Investigación-Acción se ha iniciado un proceso de cambio en la manera de pensar la evaluación, no ha sido sencillo modificar las tradiciones que impregnan la evaluación de la matemática en carreras de ingeniería, vencer estas resistencias ha sido posible a través de un trabajo colaborativo sostenido en el tiempo.

Este proceso ha permitido incluir espacios de reflexión en torno a los aprendizajes logrados, a la enseñanza que los posibilitó y a los mecanismos de evaluación que se emplearon; recuperar dichas reflexiones como elementos de retroalimentación y propuestas para la mejora. Sin embargo queda mucho por hacer, actualmente el grupo está revisando las evaluaciones parciales y finales, la construcción de rúbricas, y cómo mejorar los niveles de participación de los estudiantes en la evaluación de manera que estas experiencias propicien la formación de un Bioingeniero crítico capacitado para evaluar sus conocimientos y emprender nuevos caminos formativos a lo largo de su vida.

Bibliografía

Barbier, J. M. (1999). Prácticas de formación: evaluación y análisis. Buenos Aires: Novedades Educativas.

Black, P., Wiliam, D.(1998).Assessment and classroom learning.Assessment in education 5(1) 7-74.

Carrere, C., Escher, L., Miyara, A., Lapyckyj, I., Milesi, S., Ravera, E., Pita, G.; Añino, M. M.(2016).El contrato didáctico en un curso de matemática para Bioingeniería. En Farías A., Pilar J., Acuña C. (Eds.). *Actas del III Congreso Argentino de Ingeniería: CADI 2016*. 1º Edición.

Elliott, J.(2007).*Assessing the quality of action research*. Research Papers in Education 22(2) 229-246.

Fernández March, A., Maiques March, J. M., and Ábalos Garcerán, A.(2012). *Las buenas prácticas docentes de los profesores universitarios: estudio de casos*. Revista de Docencia Universitaria 10 (1) 43-66.

Guardia, P.(2013).*Sentidos y controversias en torno a la evaluación de los aprendizajes en educación superior*. Argonautas Revista Digital de Educación superior 3 17 – 30.

Kemmis, S., Mactaggart, R. (1988). Cómo planificar la investigación-acción. Barcelona: Laertes.

Litwin, E. (1998): La evaluación: campo de controversias y paradojas o un nuevo lugar para la buena enseñanza. En Camilloni, A, Celman. S. Litwin, E. y Palau, M.: La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo. Buenos Aires: Paidós.

Modelado paramétrico: herramienta para la articulación interdisciplinar.

MARÍA SOLEDAD FRITZ
PAULA GONZÁLEZ MUÉS
MARÍA GRACIELA IMBACH
SANDRA KERNOT
CECILIALASPINA
PAULA RICARDI
HURÍ SPERATTI
MARÍA VICTORIA VUIZOT
graciela.imbach@gmail.com
Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo. Universidad Nacional del Litoral.

Introducción

Algunos contenidos específicos de matemática, históricamente han atravesado el saber proyectual, desde las primeras civilizaciones orientales y la antigüedad griega, manifestándose con mayor o menor jerarquía en diferentes momentos históricos. La tecnología digital aplicada a los procesos proyectuales, en especial el modelado paramétrico, resulta una herramienta que permite articular el campo de la Matemática al proyecto arquitectónico, reconceptualizando el vínculo y reduciendo los esfuerzos necesarios para crear y hacer variantes en el proyecto.

> "El modelado paramétrico es un método matemático que permite alterar determinadas características del modelo, en cualquier instancia del proceso, sin tener que volver a calcular otras características que se verían afectadas frente al cambio realizado. Esta situación lo convierte en una herramienta de gran potencial, constituyendo y definiendo un nuevo marco teórico, que permite introducir una racionalidad constructiva desde el inicio del proyecto." (Fraile, 2012:5).

Según Dalla Costa (2014:16) "Diseñar paramétricamente es generar y explorar, en tiempo real, una solución o familias de posibles soluciones a partir de la definición de un grupo de parámetros iniciales y las relaciones entre sí, utilizando instrumentos digitales (software) que permiten establecer jerarquías de asociaciones matemáticas y funciones a través de algoritmos".

A partir de la utilización de editores algorítmicos, el diseño paramétrico permite eliminar largas y tediosas tareas repetitivas, disminuyendo el error humano y posibilitando obtener una familia de alternativas a partir de la modificación de las variables iniciales.

Los programas de diseño paramétrico, con una interfaz gráfica accesible, más "amigable", actúan como puente entre el diseñador (estudiantes) y el lenguaje de script complejo, permitiendo así que diferentes disciplinas como la arquitectura puedan utilizar la "programación" para experimentar nuevos caminos en el diseño.

Para los diseñadores que están explorando y/o utilizando algoritmos generativos, Grasshopper es un editor de algoritmos generativos gráficos estrechamente integrado con herramientas de modelado 3D de Rhinoceros. Ambos trabajan con archivos propios pero vinculados simultáneamente.

Desarrollo

En el marco del proyecto de investigación CAI+D2011 "Construcción de articulaciones didácticas en el ciclo básico de la carrera de Arquitectura y Urbanismo a partir de las competencias específicas para el estudiante de Sistemas Estructurales I", se propuso la elaboración de propuestas de enseñanza en los talleres de proyecto, en las asignaturas de Estructuras y en Matemática, tendientes a profundizar la reflexión, en los estudiantes, de la relación planteada entre forma arquitectónica y diseño estructural. Puntualmente en Matemática, se inició una investigación respecto al Modelado Paramétrico y la utilización de software de diseño paramétrico, propios de las disciplinas proyectuales.

Se han realizado experiencias didácticas tanto intra como intercátedra utilizando el software de diseño paramétrico Grasshopper.

EXPERIENCIA 1: Actividad integrada con el Taller de Proyecto Arquitectónico I (TPAI)

Las experimentaciones didácticas intercátedras se presentan como oportunidad de articular contenidos, que hasta ahora parecían estancos, a través de los trabajos integrados entre docentes especializados en diferentes campos, que portan diferentes habilidades cognitivas.

> "El proceso integrador no sólo debe contribuir al vínculo de tópicos correspondientes al tronco de integración, sino debe lograr vincular la currícula de todas las cátedras, permitiendo que el alumno obtenga una visión integral de contenidos y al mismo tiempo estimule la autogestión del conocimiento por medio de mecanismos que potencien la búsqueda e investigación hacia nuevos saberes, sobre la base de los ya impartidos." (Girbal y otros, 2012:1).

En el año 2014, la cátedra de TPAI propuso dentro de su planificación la realización de un trabajo práctico en el cual los estudiantes tenían que diseñar un "objeto de uso urbano factible de ser repetible y transportable" con la particularidad de que se debía utilizar una herramienta digital de diseño (Rinoceros – Grasshopper), con el fin de realizar una experiencia didáctica que indague las posibilidades de aplicación de los sistemas paramétricos en el ciclo básico de la carrera.

Una de las premisas era que el "objeto urbano" debía surgir a partir del diseño de una serie de secciones apropiables para diferentes usos, a las cuales se les aplicaría una fórmula paramétrica desde Grasshopper para generar una superficie tridimensional.

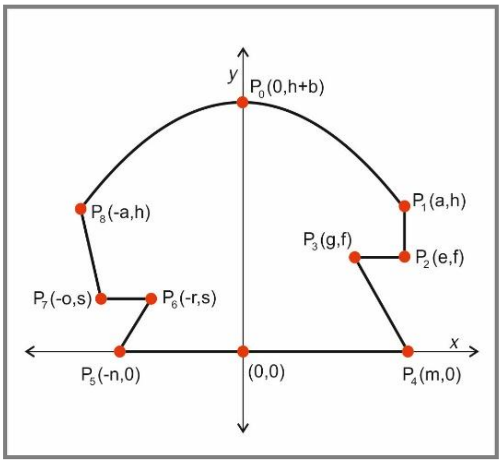
En el marco de este trabajo práctico, propuesto por la cátedra de TPAI, se planteó la realización de una prueba piloto, con un grupo de estudiantes españolas que se encontraban realizando un intercambio estudiantil, que contemplara además la modelización matemática de las secciones generatrices que darían lugar al objeto 3D. Esto implicaría la incorporación de una mayor cantidad de parámetros y permitiría modificar, con la manipulación de los mismos, no sólo la superficie tridimensional final sino cada una de las curvas generatrices. A partir de simples rutinas paramétricas de operación (desplazamiento) y generación (transición entre las curvas bidimensionales ubicadas en el espacio), se obtendría como resultado la envolvente o superficie del objeto tridimensional que sometida a instrucciones de regeneración geométrica, permitiría obtener, simular y explorar más de un resultado o posible continuidad proyectual.

La sección generatriz "genérica" propuesta por el grupo de estudiantes fue diseñada a partir de una parábola y siete segmentos de rectas. Para la modelización de la sección generatriz se trabajó a partir de las ecuaciones paramétricas de la parábola y la recta, definiendo los distintos parámetros que se muestran en la figura.

Siendo las ecuaciones:

Parábola: $V(0, h+b)$

$$(x-x_0)^2 = 4p(y-y_0)$$
$$(x-0)^2 = 4p(y-(h+b)) \rightarrow \begin{cases} x = t \\ y = h+b+\dfrac{t^2}{-a^2/b} \end{cases} \quad -a \le t \le a$$
$$x^2 = 4p(y-h-b)$$



Rectas:

$R_1 : P_1(a,h)$ y $P_2(e,f)$

$$\begin{cases} x = a+(e-a)t \\ y = h+(f-h)t \end{cases} \quad 0 \le t \le 1$$

$R_2 : P_2(e,f)$ y $P_3(g,f)$

$$\begin{cases} x = e+(g-e)t \\ y = f+(f-f)t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = e+(g-e)t \\ y = f \end{cases} \quad 0 \le t \le 1$$

$R_3 : P_3(g,f)$ y $P_4(m,0)$

$$\begin{cases} x = g+(m-g)t \\ y = f+(0-f)t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = g+(m-g)t \\ y = f-ft \end{cases} \quad 0 \le t \le 1$$

$R_4 : P_4(m,0)$ y $P_5(-n,0)$

$$\begin{cases} x = m+(-n-m)t \\ y = 0+(0-0)t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = m+(-n-m)t \\ y = 0 \end{cases} \quad 0 \le t \le 1$$

$R_5 : P_5(-n,0)$ y $P_6(-r,s)$

$$\begin{cases} x = -n+(-r+n)t \\ y = 0+(s-0)t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -n+(-r+n)t \\ y = st \end{cases} \quad 0 \le t \le 1$$

$R_6 : P_6(-r,s)$ y $P_7(-o,s)$

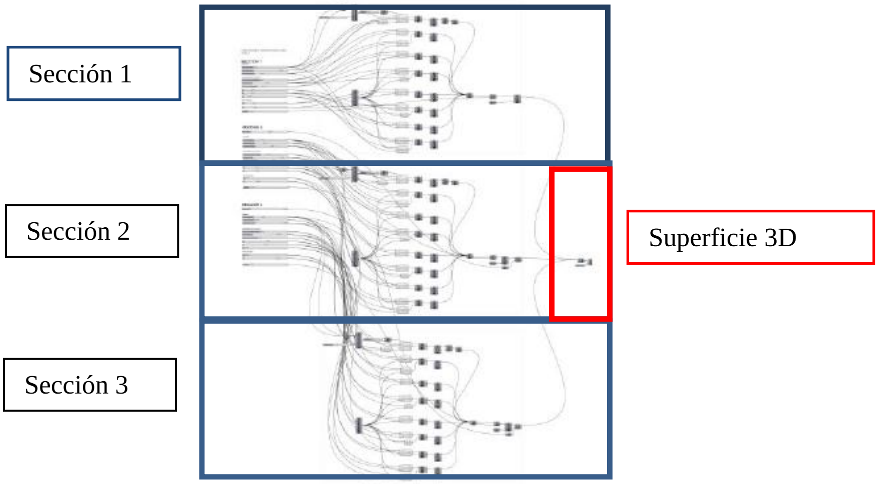
$$\begin{cases} x = -o+(-r+o)t \\ y = s+(s-s)t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -r+(-o+r)t \\ y = s \end{cases} \quad 0 \le t \le 1$$

$R_7 : P_8(-a,h)$ y $P_7(-o,s)$

$$\begin{cases} x = -a+(-o+a)t \\ y = h+(s-h)t \end{cases} \quad 0 \le t \le 1$$

"Según Brady Peters (2012), lo importante en un sistema complejo es "...entender cuáles son los parámetros de un proyecto... y descomponerlos en las reglas definidas". Detectado esto, será posible entonces establecer cómo códigos y variables se relacionan en una serie de algoritmos, a fin de poder evaluar un abanico de relaciones y sus posibles soluciones." (Dalla Costa, 2014:22)

Dada esta complejidad intrínseca, cuando se desea programar sistemas generativos paramétricos, se requiere estudio y adiestramiento previo en los instrumentos digitales (softwares) seleccionados, para evitar que éstos terminen dominándonos. En esta experiencia se partió de los conocimientos de los docentes para la producción de estructuras algorítmicas asociativas, por lo que el algoritmo generativo de la forma 3D en Grasshopper fue diseñado con el trabajo solidario entre las partes, proponiendo a las estudiantes interactuar, visualizar y hacer uso de las virtudes y potencialidades inmediatas de las estrategias elaboradas, siendo indiferente si poseían o no habilidades en estas prácticas. Quedando la estructura del algoritmo como se muestra en la siguiente figura:



A partir de las modificaciones de los distintos parámetros, surgen distintas opciones para las secciones generatrices y el objeto 3D final.

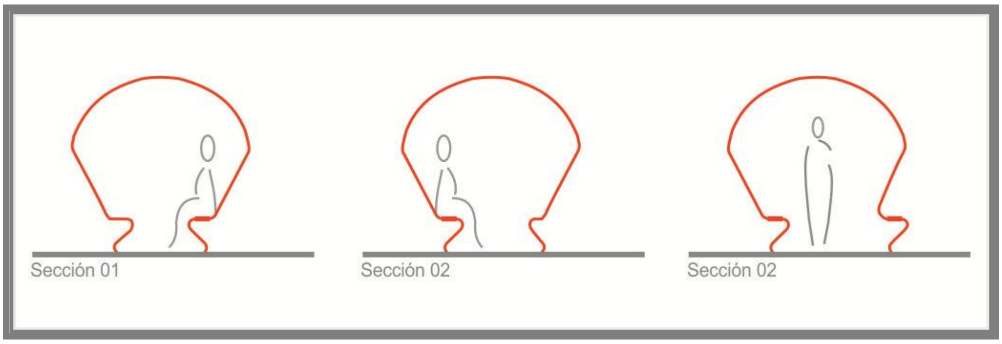
Propuesta 1: del grupo de estudiantes

Parámetros y valores asignados (en metros):

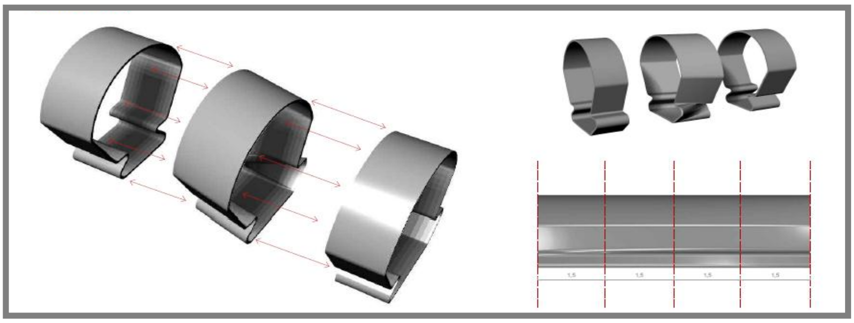
Parámetro	a	b	h	e	f	g	r	s	o	m	n
Sección 1	1.2	1.0	1.4	0.7	0.6	0.2	0.5	0.5	1.0	0.8	0.8
Sección 2	1.2	1.0	1.4	0.7	0.6	0.2	0.7	0.5	0.3	0.8	0.8
Sección 3	1.2	1.0	1.4	0.7	0.5	0.2	1.4	0.5	0.8	0.8	0.8

Se observa en esta propuesta que la mayoría de los parámetros permanecieron constantes, lo cual se ve reflejado en la similitud de las secciones generatrices y en el resultado del objeto tridimensional.

Secciones generatrices:



Objeto 3D

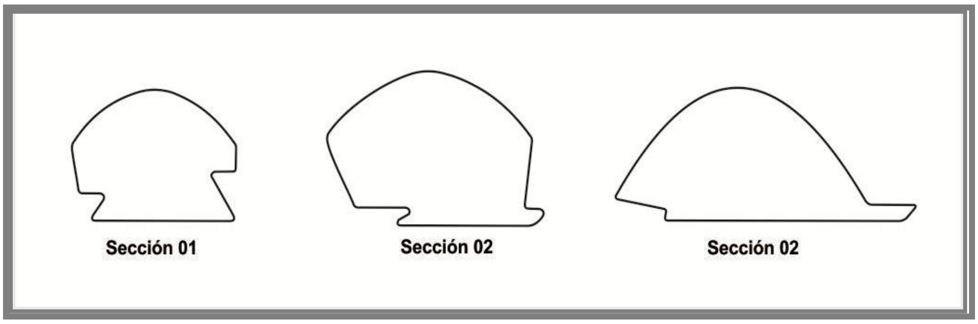


Propuesta 2: propuesta alternativa con mayor variación de parámetros

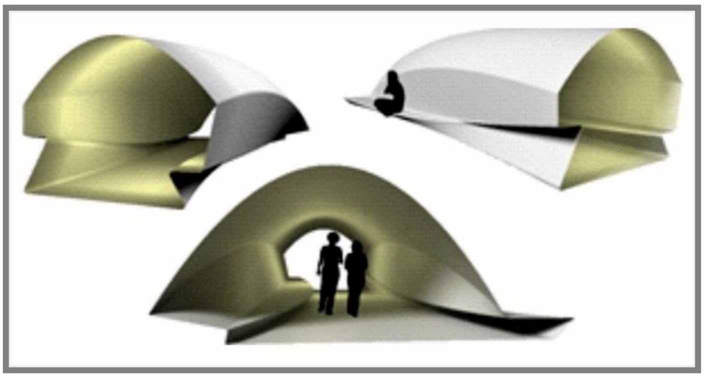
Parámetros y valores asignados (en metros):

Parámetro	a	b	h	e	f	g	r	s	o	m	n
Sección 1	1.6	1.0	1.4	1.4	0.5	0.9	1.1	0.9	1.6	1.2	1.6
Sección 2	2.0	1.2	1.6	1.4	0.3	0.2	2.3	0.3	1.8	0.8	2.0
Sección 3	2.4	2.0	0.4	1.4	0.2	1.4	3.5	0.3	2.5	1.4	3.2

Secciones Generatrices:



Objeto 3D:



Este tipo de trabajo, coordinados con otras cátedras, da la posibilidad de involucrar a los estudiantes en prácticas proyectuales utilizando la modelización matemática a partir de la utilización de estas nuevas herramientas digitales de diseño que están cambiando la forma de concebir, interpretar, visualizar y materializar la arquitectura.

EXPERIENCIA 2: Modelado paramétrico de obras arquitectónicas

Luego de la prueba piloto, realizada con el grupo de estudiantes españolas, se continuó trabajando en el diseño de una propuesta que sería implementada en Matemática Básica, asignatura del primer cuatrimestre del segundo año de la carrera de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad Nacional del Litoral. Con el uso de este tipo de herramientas digitales de diseño como estrategia didáctica se pretende que el estudiante de Arquitectura comience a familiarizarse con las mismas, y a la vez les permita una mejor asimilación del contenido matemático específico (rectas, cónicas y superficies).

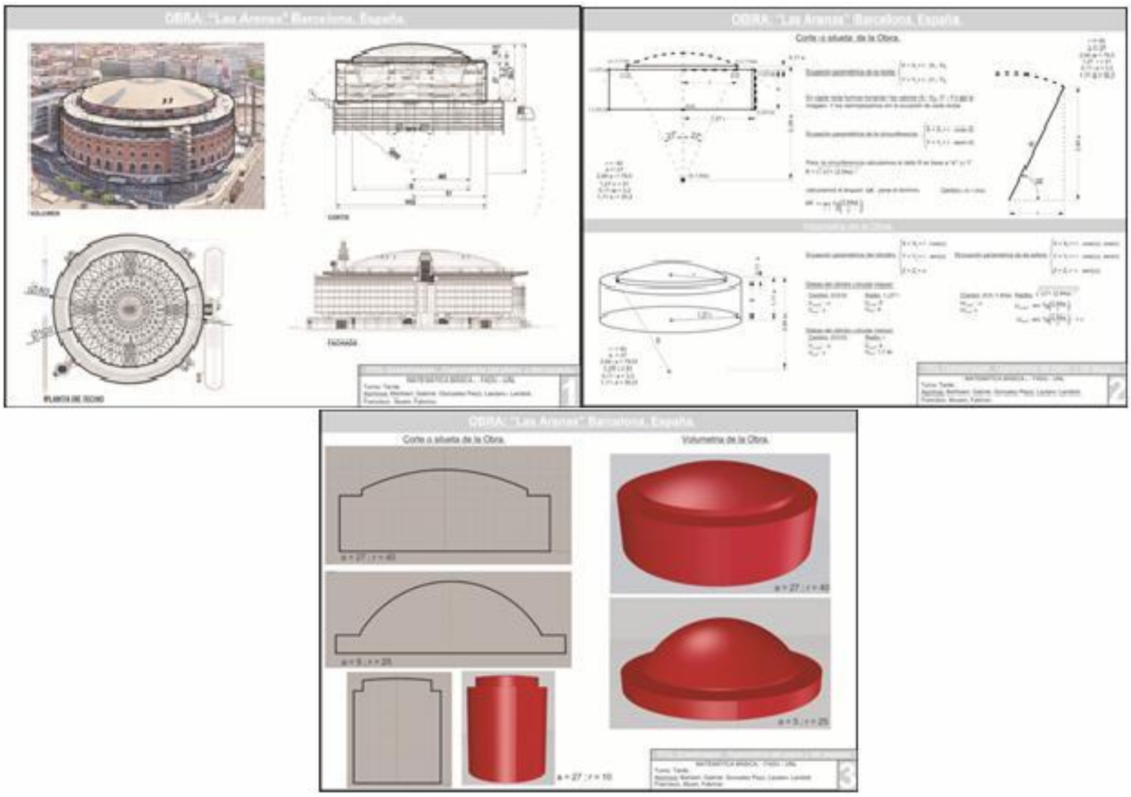
La propuesta se implementó por primera vez en el año 2015 y continuo en 2016, utilizando a la modelización Matemática como herramienta didáctica. En la misma, se propone la modelización, utilizando Grasshopper y Rhinoceros, de la planta y/o secciones de una obra arquitectónica a través de rectas y cónicas; para luego trabajar la modelización de la volumetría de la obra a partir de diferentes superficies en el espacio (planos y/o cuádricas). Las dimensiones de la obra debían ser parametrizadas y relacionadas a través de las fórmulas matemáticas.

Tal como explica Sadovsky (2005) un proceso de modelización implica en primera instancia recortar cierta problemática de una realidad compleja donde convergen muchos elementos que se deben considerar para identificar un conjunto de variables pertinentes a la problemática seleccionada y producir relaciones entre dichas variables, para posteriormente, distinguir una teoría matemática que permita operar sobre las relaciones, y finalmente, poder producir o transformar un conocimiento nuevo sobre la problemática.

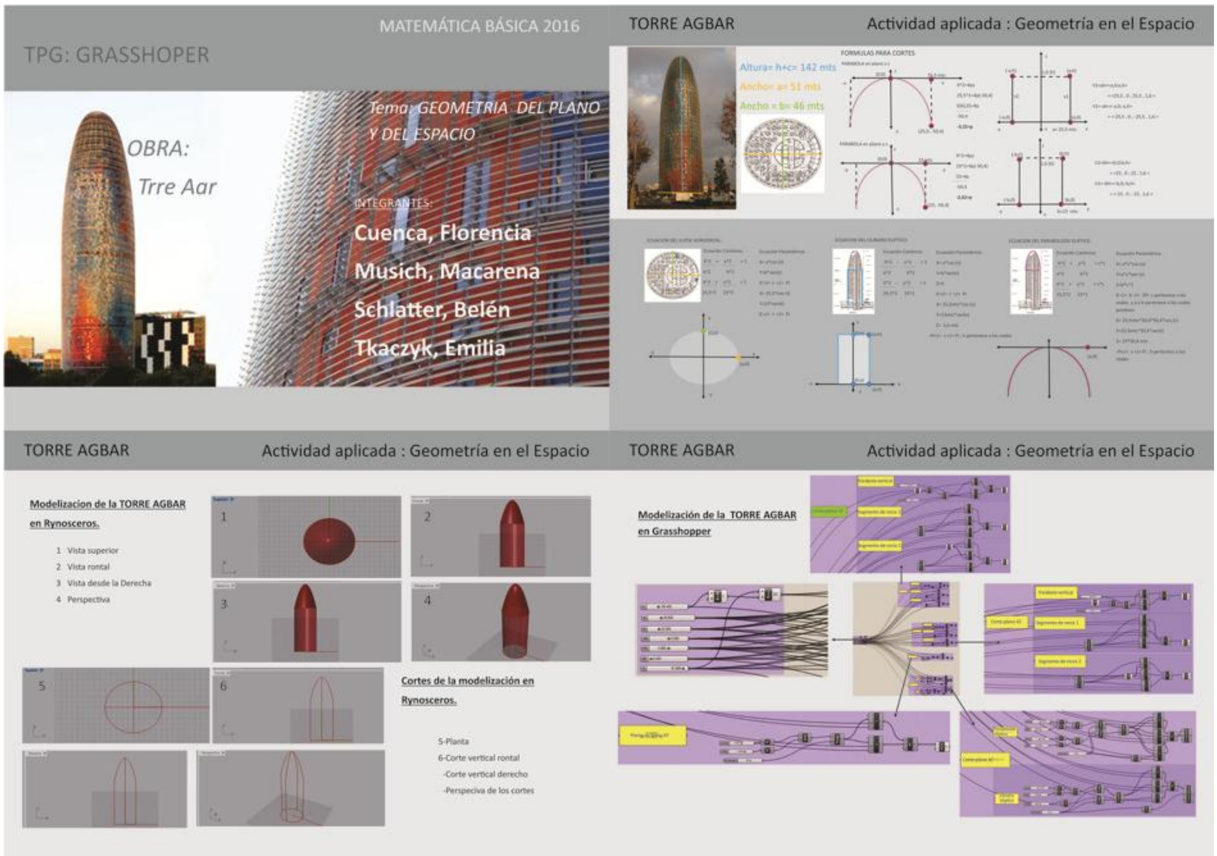
Estos tres aspectos esenciales del proceso de modelización brindan lugar para realizar un trabajo centrado en la producción de los estudiantes, donde los conocimientos matemáticos se recrean y reutilizan a través de actividades curriculares mediadas por la utilización de software de diseño paramétrico, propios de las disciplinas proyectuales.

Se muestran a continuación los trabajos de dos de los grupos.

1 - CENTRO COMERCIAL LAS ARENAS - Richard Rogers+Alonso Balaguer - Barcelona (España)



2 - TORRE AGBAR - Jean Nouvel – Barcelona (España)



Conclusiones

Como se explicitó, la tecnología digital aplicada a los procesos proyectuales, en especial el modelado paramétrico, resulta una herramienta que permite articular el campo de la Matemática al proyecto arquitectónico reconceptualizando el vínculo y reduciendo los esfuerzos necesarios para crear y hacer variantes en el proyecto.

El Diseño Paramétrico plantea una manera distinta de realizar un diseño arquitectónico cualquiera que este sea, ya que brinda un sinfín de posibilidades y oportunidades antes de llegar a un resultado final. Una de las principales ventajas del diseño paramétrico es su flexibilidad y con ello la opción a la autoexploración, para que cada uno vaya encaminando su propia metodología de diseño con mayor libertad en la búsqueda formal, ya que se puede obtener la visualización del resultado de manera instantánea a la manipulación de los parámetros.

La inclusión de este tipo de herramienta digital en nuestras propuestas de enseñanza acerca los contenidos matemáticos de forma diferente a los estudiantes de arquitectura, y les brinda la posibilidad no sólo de resolver problemas con datos reales en situaciones reales sino con herramientas propias de su disciplina.

Bibliografía

Bessone, M. y otros. (2015). Trabajo interdisciplinar entre las cátedras de Taller de proyecto Arquitectónico I y Matemática. En *9° Encuentro de docentes de Matemática en carreras de Arquitectura y Diseño de Universidades Nacionales del Mercosur*. E-book. Tucumán: FAU-UNT.

Dalla Costa, M. (2014). *Sistemas generativos dinámicos*. Tesis de maestría. Universidad Católica de Córdoba, Córdoba, Argentina. Consultado el 23 de marzo de 2015 en: https://www.researchgate.net/profile/Matias_Dalla_Costa2/publication/280493800_SISTEMAS_GENERATIVOS_DINAMICOS_ESTRATEGIAS_PROYECTUALES_PARAMETRICAS_SIMPLES_PARA_PRACTICAS_ARQUITECTONICAS_LOCALES/links/55b6888b08ae092e9656ed1e.pdf

Fraile, M. (2012). Morfogénesis digital. Del diseño en serie al parametrismo eficiente. Ponencia presentada en el 5° Congreso Regional de Tecnología de las Facultades del Arquisur, UBA, Buenos Aires, Argentina. Consultado el 30 de marzo de 2015 en : http://www.academia.edu/2714942/Morfog%C3%A9nesis_Digital._Del_Dise%C3%B1o_en_Serie_al_Parametrismo_Eficiente

Fritz Soledad y otros (2016). La modelización matemática en el diseño paramétrico: relato de una experiencia. En *10° Encuentro de docentes de Matemática en carreras de Arquitectura y Diseño de Universidades Nacionales del Mercosur*. Carlos paz: FAU-UNC.

Girbal, E y otros. (2012). *Un proceso de integración intercátedras para mejorar la excelencia académica en carrera de Ingeniería en Sistemas*. Departamento de Ingeniería en Sistemas de Información. Facultad Regional La Plata, Universidad Tecnológica Nacional. La Plata, Buenos Aires, Argentina. Consultado el 25 de marzo de 2015 en: http://www.frlp.utn.edu.ar/materias/disenio-sistemas/Articulo_043B__JEIN-2012__UTN-FRLP.PDF .

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Propuesta didáctica activa para la enseñanza teniendo en cuenta las características de los jóvenes.

María Itatí Gandulfo
María Alicia Gemignani
Maricel Vanesa De Zan
Melina Belén Zapata
mariagandulfo@gmail.com / alicia.gemignani@gmail.com / maricelvdezan@yahoo.com.ar / zapatamelina@hotmail.com
Universidad Tecnológica Nacional (UTN).

Introducción

La sociedad actual, (Mastache, 2007) plantea nuevas demandas a la Educación Superior imprimiendo un ritmo más acelerado en el desarrollo y renovación, tanto de los conocimientos de las disciplinas científicas y tecnológicas como en las prácticas profesionales que se transmiten. Dentro de estas exigencias se encuentran la incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) a los procesos de enseñanza y aprendizaje como así también la articulación de la enseñanza con la investigación.

Nos preguntamos cómo conciliar la multiplicidad de demandas que la Universidad tiene actualmente con el trabajo con jóvenes ingresantes que no cuentan con los requisitos que los profesores y las instituciones les demandan.

Los alumnos que ingresan a la UTN FRP constituyen una población altamente heterogénea en cuanto a su nivel socio-económico, posibilidad de acceso a los bienes culturales, experiencia laboral y social, estudios previos, recursos cognitivos, apoyos familiar y social. Sin embargo, el rasgo que comparten en su mayoría es el de ser jóvenes.

Hablar de los jóvenes y de su abordaje desde la enseñanza es hablar también del contexto socio-cultural donde estos jóvenes desarrollan su formación universitaria y de sus recorridos personales y sociales. Nos resulta de fundamental importancia conocerlos para comprenderlos y luego, a partir de este acercamiento, pensar propuestas con sentido y diseñar las mejores intervenciones posibles.

Los adultos tendemos a pensar en los jóvenes como una categoría de tránsito hacia lo que sí vale, el futuro, mientras que para los jóvenes, el mundo está anclado en el presente.

Lo natural es que los jóvenes sean distintos, y que los docentes debemos aceptarlos tal cual son, sin comparar con los jóvenes de antes. Es importante que en esta mirada sobre ellos se destaque lo que pueden, en lugar de lo que no pueden, o sus carencias que, según esquemas construidos a priori, se suele destacar.

Los jóvenes de hoy tienen una relación cercana con la tecnología que debe ser aprovechada. En este sentido, para Balardini (2000) las instituciones, afincadas en la cultura del libro, del texto y la palabra escrita, tienen dificultades, en la medida en que los jóvenes están inmersos en una cultura de la velocidad, de la fragmentación y de la imagen. Los adultos enfrentan el desafío de seguir enseñándoles de manera secuencial y en base al texto. Los jóvenes están entrenados cada vez más en estas categorías de la experiencia que pocos adultos comparten al haber sido socializados en un contexto diferente. Pero cuando la experiencia se sostiene en formato de clip, y entre videojuegos, el hipertexto, la hipermedia, la instantaneidad, y con ellas una nueva noción de tiempo y de espacio, hay que pensar en desarrollar nuevos procesos reflexivos porque asistimos a una nueva forma de organizar y construir el mundo. Sin embargo, hay que tener cuidado, esta nueva realidad no debe llevar a que la enseñanza pretenda adaptarse mecánicamente a los nuevos tiempos, y, sin embargo, no puede dejar de tenerlos en cuenta. Del mismo modo que contemplar e integrar los intereses de los alumnos no significa subordinarse a ellos sino ponerlos en tensión con procesos de aprendizaje y la dotación de conocimientos necesarios.

Mastache (2007) sostiene que los jóvenes posmodernos valoran los desafíos, el probar los límites del espacio y el tiempo, la innovación cotidiana, el entretenimiento como modo de vida y cuestionan los modelos vigentes de autoridad y los esquemas de relaciones entre las generaciones. Este grupo etario se mueve en un universo de dinamismo, fragmentación, inmediatez; en un contexto 'mosaico' de continua estimulación y donde todo es simultáneo. Tiende a predominar en ellos el 'pensamiento débil', el individualismo narcisista, la satisfacción inmediata, la cultura de vivir el momento.

Otro aspecto central del "ser jóvenes" que impacta en la enseñanza se relaciona con el universo mediático. La inabarcable multiplicidad de fuentes de información en permanente crecimiento hace que el problema del acceso a la información presente rasgos totalmente diferentes a los que tuvieron que enfrentar generaciones anteriores. Ya no se trata de la disponibilidad de información, sino más bien de la posibilidad de orientarse y organizar la infinidad de estímulos que reciben para que puedan transformarse en información y conocimiento. Estas nuevas generaciones consideran más importante hacer que saber y valoran el aprendizaje basado en el descubrimiento y en la participación.

Los docentes debemos atender principalmente a las necesidades e intereses de los jóvenes aspirantes e ingresantes para ayudarlos a comprender la lógica propia de los estudios superiores y a desarrollar los hábitos y habilidades necesarios para sostener con éxito sus estudios.

En este sentido, re-pensar la enseñanza en nuestras clases constituye uno de los principales desafíos a ser encarados. Resulta imperioso atender a los cambios en el perfil de los estudiantes. Esto significa ampliar la preocupación por la disciplina incorporando la preocupación por su enseñanza a "estos" estudiantes.

Debemos aceptar los jóvenes tal como son, volver a mirarlos, analizar sus características cognitivas y afectivas a la luz de los resultados obtenidos por los investigadores en distintas áreas de la psicología y la pedagogía y, con todo esto en vista, revisar los modos de enseñar. Se trata de pensar estrategias de enseñanza que tengan en cuenta, como punto de partida, los modos de pensamiento más habituales entre los jóvenes.

La diversidad y accesibilidad de la información y su crecimiento vertiginoso es otro de los desafíos que debe enfrentar la enseñanza. En este sentido, es importante la integración de múltiples ambientes de enseñanza presencial y virtual, con el propósito de permitir el despliegue de la diversidad de aprendizajes involucrados de manera simultánea en toda tarea académica desafiante.

Características cognitivas de los ingresantes

La deserción y la repitencia de las diferentes asignaturas del área matemática evidencian que los estudiantes llegan a la universidad sin las competencias necesarias para los aprendizajes posteriores de la matemática. Los estudiantes de primer año tienen una percepcion negativa en cuanto al dominio de conceptos básicos requeridos para aprender Análisis Matemático 1, condición que atribuyen a factores internos como falta de estudio, desconcentración, desmotivación, o ausencia de métodos de estudio adecuados. Algunos de los factores externos mencionados son falta de tiempo y deficiente preparación en el nivel medio. También el profesor, como mediador de procesos de aprendizaje es fuente de experiencias positivas o negativas para el estudiante. Existe una marcada tendencia en cometer errores en operaciones con expresiones, fracciones numericas y algebraicas (aplicación inadecuada), empleo de algoritmos, identifición y manejo de operaciones basicas en los reales (aplicación inadecuada de propiedades); diagramación y solución de problemas (identificación, ubicación inapropiada de datos y variables o confunden modelos matemáticos) y a nivel socioafectivo, se capta desatención.

En este contexto es de fundamental importancia la implementación de nuevas propuestas pedagógicas y didácticas por parte de los profesores en un avance hacia la reducción de los índices de deserción y repitencia contribuyendo al desarrollo de nuevas y mejores herramientas para acceder al conocimiento.

Frente a estos hechos se generan algunos interrogantes: ¿En qué están fallando los estudiantes que ingresan a ingeniería? ¿Qué estrategias de enseñanza deben implementarse para disminuir los altos indices de deserción en los niveles básicos de formación universitaria y cuya responsabilidad recae principalmente en la matemática? ¿Cómo se ha de articular el desarrollo de competencias en el nivel de la educación media con el nivel universitario?. Estos interrogantes tienen su fundamento en la preocupación de los docentes tanto por entender a sus estudiantes como por el deseo de obtener mejores desempeños de su acción en el aula al igual que reducir la frustracion que causa la poca efectividad de los procesos de aprendizaje en la actualidad.

Propuesta didáctica

Pretendiendo encarar el proceso de enseñanza y aprendizaje dentro del contexto descripto se propone un cambio de metodología para el desarrollo de la Asignatura Análisis Matemático I en nuestra Regional tendiente a fortalecer la formación teórico práctica de los estudiantes desde el comienzo de su carrera.

Esta asignatura, junto a las del área matemática, tiene por objetivo comprender la naturaleza de los conceptos matemáticos que permiten modelar y resolver situaciones problemáticas de la ingeniería. En particular, Análisis Matemático I, brinda las herramientas del cálculo para la comprensión de conceptos del mundo ingenieril promoviendo el desarrollo de capacidades para realizar cálculos, para argumentar posturas, para deducir, estimar, inferir y comunicar resultados y procedimientos.

La metodología de enseñanza estará orientada a potenciar el desarrollo de capacidades cognitivas en los estudiantes, prevaleciendo la comprensión de los conceptos a través de un método activo que lo guie en la formación del pensamiento lógico matemático.

Con miras a lograr en los estudiantes habilidad para traducir los problemas al lenguaje matemático, se incentivará al alumno al trabajo activo en clase, incitándolo a abordar los conceptos matemáticos coordinando los diferentes registros simbólicos (numérico, coloquial, gráfico, funcional, algebraico).

La mayor parte del trabajo del ingeniero se realiza en forma cooperativa con otros profesionales, por ese motivo, para fomentar la construcción colectiva de conocimientos, se desarrollarán tareas en grupos con actividades guiadas, motivadas con un problema o un disparador que genere la necesidad de desarrollar los conceptos de la asignatura. Se utilizarán distintas estrategias didácticas como: clase invertida, investigación bibliográfica, resolución de problemas, simulaciones, entre otras, tendientes a lograr un aprendizaje más significativo.

Planificación de las actividades

El cambio propuesto radica fundamentalmente en el cambio de las clases magistrales por el trabajo en grupos pequeños para una mejor construcción del conocimiento.

Al inicio del año se forman grupos de trabajo que podrán ser modificados de acuerdo a necesidades.

Para el inicio de las unidades, en el campus se selecciona material motivador (videos, juegos, situaciones problemáticas, etc.) para que en forma autónoma, previo a la clase, el estudiante aprecie la importancia o necesidad del tema a desarrollar. En la clase previa, se entrega a los alumnos guías de trabajo para que investiguen y procuren información que llevan a la clase siguiente, con una lectura previa.

Al inicio de la clase, se selecciona un grupo para que realice brevemente una revisión cooperativa o una breve reseña del tema anterior. El profesor, mediante el interrogatorio y la interacción, orienta a los estudiantes para reafirmar los conocimientos previos necesarios para favorecer un aprendizaje significativo. En algunos temas, esta revisión está a cargo del docente. Posteriormente se propone trabajar en forma grupal, siendo el profesor un guía para el estudio independiente, promoviendo la discusión de resultados. Dependiendo del tema, se entrega una guía de estudio, un link a una actividad interactiva que desarrolle el tema a tratar, o la lectura autónoma de un texto. Con estos materiales el alumno debe buscar información que les permita realizar esquemas, mapas conceptuales, cuadros sinópticos o cuestionarios que se ponen en común para visualizar la comprensión. Las actividades son principalmente teórico-prácticas, aunque para este primer año de presentación de la experiencia, el cambio se realiza gradualmente, tendiendo a la sustitución de clases expositivas del profesor, por un ambiente activo de trabajo grupal.

En clases posteriores se resuelven en forma individual y grupal, guías de ejercicios elegidos de acuerdo a creciente grado de dificultad, ejercitación propuesta del texto seleccionado, o resolución de problemas relacionados con las diferentes especialidades, que previamente se levantan en el campus de la cátedra. Estas clases son tutorizadas por los auxiliares y, en caso de contar, por adscriptos a la cátedra. Al finalizar las mismas, los docentes dejarán constancia de esta actividad que se denominará "actividad semanal". (Los estudiantes podrán realizar parte de esta tarea previamente).

En el laboratorio de computación, o en forma individual fuera del horario de clase, el alumno contará con asistencia de alumnos becarios para asesoramiento sobre uso de software específicos, facilitadores de la enseñanza del Cálculo. Esto permite incentivar el aprendizaje con herramientas computacionales facilitando la comprensión de los conceptos, visualizando tendencias, aproximando resultados o refutando hipótesis.

En marco del proyecto "Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática en los alumnos de los primeros años de las carreras de Ingeniería. Criterios y pautas para la orientación y la retención" que desarrollamos en la Regional, se evaluará la propuesta teniendo especial énfasis en el modo en que los estudiantes encaran el estudio universitario en los primeros años de la carrera.

Para ejemplificar la metodología, en el anexo 1, se presenta la guía de actividades propuestas para el abordaje del tema "Continuidad de las funciones". En la presentación del trabajo se mostrarán algunas de las producciones de los estudiantes.

Grados de avance y conclusiones

En primer lugar se subraya que el trabajo de los docentes con esta metodología aumentó significativamente por la corrección de las producciones, la preparación del material y la actividad extra-áulica necesaria. Al primer mes de su implementación, y aunque todavía no se han completado estudios cuali-cuantitativos formales que lo corroboren, los docentes de la cátedra hemos notado una participación claramente más activa de los estudiantes en el trabajo en el aula. Además ha aumentado la cantidad de consultas previas a la clase demostrando mayor motivación que años anteriores. Las producciones de cada clase, que son entregadas a su finalización, evidencian una labor continua que no podría producirse si no se estudia previamente. Esperamos que estas afirmaciones queden plasmadas en los resultados de las próximas evaluaciones parciales.

Entre las principales deficiencias que tuvieron que sortear los estudiantes para abordar esta metodología, resalta la dificultad para abordar adecuadamente un libro de texto. Dentro de las actividades del proyecto de investigación mencionado anteriormente, se prevé la identificación de estrategias de aprendizaje de los estudiantes y el análisis de su eficacia en relación con el rendimiento académico. En virtud de los resultados se evaluará la efectividad de la propuesta y eventualmente se realizarán las modificaciones que se estimen convenientes.

Bibliografía

MASTACHE, A. (2007). Formar personas técnicamente competentes. En Pardo, S. y Leguizamon. P. (Orgs.). Formar personas competentes. Reflexiones y experiencias. Buenos Aires: Noveduc.

BALARDINI, S. (2002). Jóvenes, tecnología, participación y consumo. Clacso [en línea], Buenos Aires, consultado el 03 de marzo de 2016 en http://bibliotecavirtual.clacso.org.ar/clacso/gt/20101023013657/balardini.pdf.

DAVINI, M. C. (2015). *La Formación en la práctica docente*. Buenos Aires: Paidós.

STEWART, J. (2012). *Cálculo. Trascendentes tempranas. (7)* México*:* Cengage Learning.

THOMAS, G. y FINNEY R. (2010). *Cálculouna variable*. (9). México: Addison Wesley Longman.

LARSON, R. y HOSTETLER, E. (2010. C*álculo Esencial*. (7). México: Cengage Learning Editores S.A.

STEWART, J. y OTROS. (2012). *Precálculo. Introducción al Cálculo.* México:Cengage Learning.

Anexo 1

Guia de estudio: Continuidad de las funciones

Objetivos: Modelar problemas cotidianos que involucren funciones discontinuas. Identificar y clasificar, discontinuidades. Interpretar y aplicar los teoremas relativos a las funciones continuas.

1) El peaje ***P*** que se cobra por conducir en un determinado tramo de la autopista Panamericana, es de $35, excepto durante las horas pico (entre las 7 y 10 y entre las 16 y 19 horas) en las cuales el peaje es de $45. a) realiza una gráfica de ***P*** como una función del tiempo t, medido en horas desde las 0 hasta las 24 horas. b) Analiza los saltos de esta función y su significado para alguien que utiliza la autopista.
2) Proponemos que discutas con tu grupo lo siguiente:En el lenguaje cotidiano, cuando se describe algo como continuo, a) ¿qué significado tiene? b) Por ejemplo si se dice que una máquina ha estado en operación continua, ¿Qué es lo que se está tratando de comunicar? c) Reflexiona y escribe que piensas que sucede con la gráfica, si decimos que una función es continua en un intervalo dado.
3) Define función continua en un punto.
4) Analiza la definición dada en 2 y remarca las tres condiciones que están implícitas en la definición de función continua en un punto x=a.
5) Dibuja una función que cumpla la condición uno, pero no la condición dos.
6) Dibuja una función que cumpla la condición dos, pero no la condición uno.
7) Dibuja una función que cumpla la condición uno y la condición dos, pero no la condición tres.
8) Dibuja una función que no cumpla ni la condición uno, ni la condición dos. (¿Podrá cumplir la tres?)
9) Analiza los ejemplos 1 y 2 presentados en la Sección 2.5 (Continuidad), del texto “Cálculo” de Stewart.
10) Si la función $y=f(x)$ no cumple en un punto $x=a$, alguna de las condiciones enunciadas en 2), se dice que es discontinua en el punto $x=a$. Las discontinuidades en un punto, se clasifican en ***removibles*** (o evitables) y ***noremovibles*** (o esenciales). Dentro de estas últimas hay discontinuidad infinita y discontinuidad por salto. Realiza, un esquema donde se resuma esta clasificación complementando con gráficos que ejemplifiquen en distintos puntos, estas discontinuidades.

11) Define función continua a la derecha de un punto y función continua a la izquierda de un punto. Realiza un gráfico explicativo.
12) Realiza el gráfico de una función que sea en un punto continua a la izquierda del mismo pero discontinua a la derecha.
13) Analiza las siguientes definiciones: *Definición 1: Se dice que una función es continua en un intervalo abierto (a,b), cuando es continua en cada punto x que pertenezca al intervalo. Definición 2: Se dice que una función es continua en un intervalo cerrado [a,b], cuando es continua en cada punto x que pertenezca al intervalo y además a la derecha de a y a la izquierda de b.* Realiza un gráfico de una función que sea continua en un intervalo abierto (a,b) pero que no lo sea en el intervalo cerrado [a,b] por tener en b una discontinuidad infinita. Luego dibuja otra función que sea continua en el intervalo abierto (a,b) pero que en el intervalo cerrado [a,b] sea discontinua por ser continua a la derecha de a, tener limite finito a la izquierda de b y no cumplir la condición de continuidad a la izquierda de b.

    Definición 3: Se dice que una función es continua en su dominio de definición, cuando lo es en cada punto en que está definida. Dibuja aproximadamente la función **y=tg(x)** y la función **y=[x]** (función entero mayor o parte entera de x). Para cada una indica su dominio de definición. De acuerdo a esta definición 3, ¿podemos decir que cumplen la condición de ser continuas en su dominio de definición? Enliste las funciones que son continuas en su dominio de definición.
14) Enuncia las propiedades de las funciones continuas. (suma, producto, cociente, potencia y composición de funciones continuas). Con ayuda del software que dispones en tu celular, gráfica y verifica las propiedades enunciadas para las funciones: y=sen(x) e y=cos(x).

Para las funciones que son continuas en un intervalo cerrado [a,b], hay tres teoremas importantes que usaremos durante el curso.

15) Enuncia el Teorema del Valor Intermedio. Interpreta en un gráfico.
16) Realice un gráfico de una función continua en un intervalo cerrado [a,b], donde f(a) y f(b) tengan signos opuestos. ¿Qué podemos afirmar, aplicando el Teorema del Valor Intermedio? ¿qué existirá entre el punto a y el punto b?
17) El Teorema de Weierstrass afirma que toda función continua en un intervalo cerrado [a,b], está acotada en ese intervalo y además tiene un valor Máximo y un valor mínimo. Reproduce en la hoja los gráficos de la figura 3 de la sección 2.5 y considera el intervalo [1,2]. Marca en ellos, si es posible, el Máximo y el

mínimo del intervalo. Marca luego, si es posible, el Máximo y el mínimo del intervalo [-1,0]. Discute con tu grupo dónde es aplicable el Teorema.

Eje 6: Educación Estadística

Conceptos de estadística en carreras universitarias no matemáticas. Su impacto en el rendimiento académico de la asignatura.

María Florencia Walz
Olga Beatriz Ávila
Liliana Ester Contini
olga.beatriz.avila@gmail.com
Departamento de Matemática, Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas. Universidad Nacional de Litoral.

Introducción

La necesidad de generar una cultura estadística en la sociedad toma auge desde hace unas tres décadas, aproximadamente. Razón por la cual, la Estadística como asignatura, se ha insertado en casi todas las currículas de las carreras universitarias cualquiera sea su orientación, como así también en los niveles educativos inferiores.

Esta incorporación masiva de la disciplina plantea un desafío didáctico cuando su enseñanza tiene como objetivo generar el conocimiento de conceptos estadísticos y la cultura estadística necesarios para ser empleados correctamente en un futuro contexto profesional orientado a las ciencias sociales, médicas o experimentales, es decir, no matemáticas.

Batanero, Díaz, Contreras y Roa (2013) expresan que la enseñanza actual de la estadística no está transmitiendo el sentido estadístico que se requiere, el cual definen como la resultante de amalgamar la cultura estadística y el razonamiento estadístico. Considerando a la cultura estadística como el haber del saber de las ideas fundamentales necesarias en la mayoría de las situaciones aplicadas y para la que Watson (2006, mencionado por Batanero et al (2013)) indica que sus elementos esenciales para adquirirla son: desarrollo del conocimiento básico de los conceptos, comprensión de sus razonamientos y argumentos en un contexto más amplio y actitud crítica ante las evidencias estadísticas.

Una cuestión a plantearse es si la falta de sentido estadístico en la sociedad instruida no matemática se deba a que sus conceptos le fueron enseñados con gran influencia de la didáctica de la Matemática y no bajo su esencia filosófica probabilística. Los mismos autores mencionan, además, que Moore (1992) considera a la

Estadística como una disciplina científica autónoma con razonamiento propio específico que dista del matemático y que no tiene relación biunívoca con ésta; puesto que la estadística desarrolló sus métodos usando conceptos matemáticos y, en cambio, la matemática no usa los conceptos estadísticos.

Las ciencias experimentales, sociales, de la salud, entre otras específicas no matemáticas utilizan en sus investigaciones muchísimos elementos estadísticos que le permiten analizar, interpretar y concluir respecto de sus problemáticas; por lo que, la Estadística que se enseña en éstas áreas, requiere que sea adaptada tanto para el nivel como para la orientación; persiguiendo como objetivo que los conceptos se aprendan significativamente para que le brinden al sujeto una herramienta resolutiva tanto para el desempeño profesional como para la vida cotidiana. Es decir, para que se adquiera la tan deseada cultura estadística social.

Bajo este paradigma la enseñanza de esta disciplina "aplicada u orientada" debe ser replanteada en término de los contenidos, profundidad de los mismos y estrategias de trabajo a usar, con miras a erradicar la tendencia a la enseñanza de conceptos teóricos puros (demostraciones, teoremas,...) que aún persiste en muchas currículas (derivada de la concepción clásica con la que se enseña Matemática); puesto que inducen a pensarla como una disciplina determinista.

En relación, Wolfowitz delibera lo siguiente:

> "Excepto quizás unos pocos de los más profundos teoremas, y quizás ni siquiera esos, la mayor parte de los teoremas de la Estadística no sobrevivirían en las Matemáticas si el sujeto de la propia estadística (la aplicación) desapareciera. Para sobrevivir al sujeto deben responder más a las necesidades de aplicación. De lo que debemos protegernos es del desarrollo de una teoría que, por una parte, tiene poca o ninguna relación con los problemas reales de la Estadística, y que, por otra parte, cuando se ve como Matemática pura, no es lo suficientemente interesante, por si misma, ni para sobrevivir" (Wolfowitz, 1969:42).

En términos de conceptos estadísticos de mayor aplicación en el campo de las ciencias de la salud y de las biológicas, la inferencia estadística ocupa un rol preponderante. Así, la enseñanza de estimación por intervalos de confianza y de las pruebas de hipótesis requieren especial atención, en cuanto a lograr que su aprendizaje sea significativo; dado que, por otra parte, la lógica probabilística de razonamiento que estos encierran son la base del pensamiento de la cultura estadística que se pretende alcanzar.

Diferentes investigaciones aportan sus valoraciones en cuanto a las dificultades más frecuentes observadas en la comprensión de los temas mencionados (Behar, 2001; Olivo, Batanero y Díaz, 2008; Cumming, William y Fidler, 2004; Schenker y Gentleman, 2001, entre muchos otros), como así también, metodologías didácticas que intentan mejorar su entendimiento (Vallecillos, 1996, Vallecillos, 1999; Batanero, Tauber y Sánchez, 2001; Walz, 2011; Garfield, Delmas y Chance, 1999).

Atendiendo a lo arriba expresado, los docentes afectados al dictado de asignaturas estadísticas de diferentes carreras de la Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas (FBCB) de la Universidad Nacional del Litoral (UNL) reestructuraron el programa de estas asignaturas incorporando el tema Pruebas de Hipótesis (variadas opciones) y reduciendo los contenidos teóricos puros, y reestructurando la metodología de las actividades prácticas. Tras estas reformas se realizó un estudio comparativo del rendimiento académico en Estadística de los alumnos que cursaron antes y después de los cambios, con el objeto de evaluar si los mimos impactaron positivamente en este aspecto.

Metodología

Hasta el año 2011 las asignaturas estadísticas insertas en la currícula de las carreras Bioquímica, Licenciatura en Biotecnología y Licenciatura en Nutrición contemplaban en el temario de sus programas el desarrollo exhaustivo y profundo de los conceptos probabilidad, variables aleatorias, funciones de probabilidad y distribuciones muestrales, abordándose al final del cronograma estipulado una introducción a la estadística inferencial a través del tema Estimación por intervalos de confianza.

En el año 2012 se propone reformular los programas de Estadística de las tres carreras, minimizando el desarrollo y profundidad de los contenidos teóricos puros de los temas mencionados y se incorporan las pruebas de hipótesis de una y dos muestras, de una y dos proporciones, de bondad de ajuste y de asociación para variables cualitativas. La propuesta surge de investigar en las tesinas de graduados de estas carreras, los conceptos estadísticos que empleaban en las mismas para analizar y concluir respecto a la problemática planteada.

Así mismo, se reestructuran las guías de ejercicios prácticos, reelaborándose los enunciados e incorporando ejercicios que contemplaran situaciones problema aplicados a la orientación de la carrera.

En cuanto a las situaciones problemas planteadas en las ejercitaciones, se buscó generar el contexto de una investigación en la cual hubiera un objetivo y un interrogante que responder, para que el alumno intente resolver la situación razonando desde la ciencia de su perfil vocacional las conclusiones derivadas de los resultados obtenidos en el análisis estadístico.

Mediante el sistema SIU Guaraní se recabó información relativa al rendimiento académico en la asignatura Estadística como: número de alumnos que la promocionaron directamente, número de alumnos que habiendo quedado en la condición de Regular la aprobaron en el primer intento en un turno de examen final y el número de aplazos registrados antes de lograr aprobarla.

Todas las variables se relevaron en la documentación de los alumnos que cursaron la asignatura entre los años 2007 y 2011 -periodo que corresponde al programa de contenidos anterior al cambio y en el que se empleaba como estrategia de enseñanza la práctica con ejercicios no específicamente aplicados al perfil vocacional- y entre los años 2012 y 2016 –periodo correspondiente a la implementación del nuevo programa y de la nueva metodología práctica. Todos los docentes participantes en este trabajo estuvieron afectados al dictado de Estadística en las tres carreras durante todos los años investigados.

Resultados y discusión

Ambos grupos de alumnos evaluados (cohortes 2007/2011 y cohortes 2012/2016) constituyen muestras aleatorias de tamaño (453 y 398, respectivamente).

La proporción de alumnos que promocionaron directamente la asignatura fue estadísticamente menor en los años previos al cambio de estrategia didáctico pedagógica (18% vs 32%, valor p=0,038).

El promedio de aplazos en Estadística de los alumnos que la cursaron luego de los cambios propuestos disminuyó significativamente (valor p=0,021).

Por otro lado, también en este último periodo, el número promedio de alumnos que aprobaron la asignatura en su primer intento al rendirla en un turno de examen académico, aumentó significativamente (valor p=0,002).

Es posible observar en este estudio que la reestructuración de las clases de teoría y del tipo de ejercitación propuesta en las clases prácticas, favorece el aprendizaje significativo de los conceptos estadísticos. Al parecer, la estadística inferencial incorporada (pruebas de hipótesis) y la reducción de la complejidad y extensión de los temas vinculados a la estadística probabilística promueve un mejor rendimiento académico de los alumnos respecto de esta asignatura. Por otra parte, podemos decir que los temas inferenciales enseñados bajo la metodología práctica como la que empleamos actualmente en la cátedra (problemas reales planteados a modo de situación de investigación) podrían ser los responsables de estas mejoras dado que resultados similares fueron hallados por Korin, 2008 y por Rodriguez, Montañez, y Rojas, 2010. Aunque esta opinión sea subjetiva, vale su apreciación y consideración, planteando una nueva línea de estudio a seguir.

También cabe mencionar que en el proceso de enseñanza aprendizaje de estos temas con los trabajos prácticos aplicados, se observó una fuerte motivación de los estudiantes, evidenciada en su actitud participativa de discusión y análisis en pos de encontrar una respuesta al problema de investigación planteado y su consecuente conclusión.

Conclusiones

En base a lo observado se puede concluir que la reestructuración en el dictado de las asignaturas involucradas en este estudio permitió una mejor comprensión de los conceptos vinculados a la Estadística Inferencial. Esto se ve reflejado en la mejora en los porcentajes de aprobación de los alumnos durante el cursado (promoción) y en la aprobación en el primer intento de rendir la asignatura en un turno de examen final.

Además es importante remarcar que la mayoría de los alumnos logró adquirir la capacidad de transferir y relacionar los conceptos estadísticos estudiados con las situaciones presentadas, todas relacionadas específicamente con su futura actividad profesional según la carrera de estudio.

Bibliografía

Batanero, C., Tauber, L. y Sánchez, M. V. (2001). Significado y comprensión de la distribución normal en un curso introductorio de análisis de datos. *Quadrante*, 10(1), 59-92.

Consultado el 8 de abril de 2017en:

http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/Quadrante.pdf

Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J.M., Roa R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. [en línea], *Números*,83, 7-18.
Consultado el 5 de abril de 2017 en:
http://www.funes.uniandes.edu.co/3651/1/batanero2013eiNumeros83.pdf.

BeharGutierrez, R. (2001). Aportaciones para la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística. Tesis Doctoral de la Universidad Politécnica de Cataluña.

Cumming, G., Williams, J., Fidler, F. (2004).Replication and researchers' understanding of confidenceintervals and standard error bars.*UnderstandingStatistics*, 3, 299-311.

Garfield, J.B., Delmas, R.C., Chance, B.L. (1999). The role of assessment in researchonteaching and learningstatistics.*Annual Meeting: American EducationalResearchAssociation*. Montreal. Canadá.
Consultado el 8 de abril de 2017 en:
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_nlinks&ref=1000387&pid=S1665-58262008000300002000011&lng=es

Korin, C. (2008). La comprensión de los test de hipótesis estadísticos. Un estudio con alumnosUniversitarios. Revista Educación Matematica. [en línea], Número especial: Trabajos de investigación y propuestas de enseñanza-2009
Consultado el 10 de abril de 2017 en: http://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/issue/view/952

Moore, D. (1992). Teachingstatistics as a respectablesubject.En F. Gordon y S. Gordon (eds.). *Statisticsforthetwenty-first Century*, 14-25. MathematicalAssociation of America: Washington, D.C.

Olivo, E., Batanero, C., Díaz, C. (2008): Dificultades de comprensión del intervalo de confianza en estudiantes universitarios. *Educación Matemática*, 20 (3), 5-32.

Rodriguez, N.L., Montañez, E., Rojas, I. (2010) [en línea], REIECiT, 2(1), 57-73.
Consultado el 8 de abril en:
www.exactas.unca.edu.ar/reiecit/Vol%202%20NUM%201/Archivos%20Digitales/Doc%20reicit%20v2-1-3.pdf

Schenker, N., and Gentleman, J. F. (2001), Onjudgingthesignificance of differencesbyexaminingtheoverlapbetweenconfidenceintervals, *The American statistician*, 55, 182-186:

Vallecillos, A. (1996). Inferencia estadística y enseñanza: Un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas. Madrid: Comares.

Vallecillos, A. (1999). Some empirical evidence on learning difficulties abouttes tinghy potheses. *Bulletin of the International Statistical Institute: Proceeding sof the Fifty-*

Second Session of the International Statistical Institute (Tome LVIII, Book 2, 201-204). Helsinki: InternationalStatisticalInstitute.

Walz, M.F. (2011). Hacia un aprendizaje significativo de las pruebas de hipótesis en las ciencias experimentales. Tesis de Maestría [en línea]. Consultado el 04 de abril de 2017enhttp://bibliotecavirtual.unl.edu.ar:8180/tesis/handle/1/279

Wolfowitz, J. (1969). Reflectionsonthefuture of mathematicalstatistics. En R.C. Bose et al. (eds.). *Essays in Probability and Statistics*, 21-45.

Eje 7: Investigación en Educación Matemática y en Educación Estadística

Análisis de un proyecto estadístico basado en un sistema de indicadores de razonamiento y pensamiento estadístico.

MARIEL LOVATTO
LILIANA TAUBER
ma.lvtto@gmail.com / estadisticamatematicafhuc@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Introducción

En el mundo contemporáneo, la ciencia, la tecnología, la estadística y la matemática juegan un papel esencial en la construcción de nuestra realidad social y material. Especialmente, por el momento que atraviesa nuestro sistema educativo, de lucha, de reestructuración y transición, la Educación Estadística requiere especial atención. No se trata sólo de buscar cómo promover una Educación Estadística para todos sino también, y de manera particular, de pensar cómo ofrecer una educación que permita a los ciudadanos ser parte activa de una sociedad democrática. La participación democrática depende de la competencia de los ciudadanos para juzgar y criticar las acciones y decisiones de los gobernantes basadas en modelos tecnológicos, estadísticos y matemáticos. Ya no sólo se trata de guiar en la construcción de conocimientos sino de enseñar a tomar decisiones respecto de la aplicación de los mismos y de poder argumentar cada decisión a través de la evidencia. Para ello, se hace necesaria la incorporación real del Razonamiento y del Pensamiento estadístico (Chance, 2002) en nuestro sistema educativo. Si bien se incluyen los contenidos estocásticos en los NAP y en los diseños curriculares provinciales, tanto de nivel primario como de nivel secundario, son muchos los estudiantes, que finalizan los cursos de estadística sin comprender de manera adecuada o sin poder aplicar los conceptos y procedimientos estocásticos, muchas veces tomando decisiones que son producto solamente de ideas o creencias subjetivas.

Toda esta situación nos ha llevado a elaborar propuestas de formación para docentes de Nivel Secundario, a partir de las cuales hemos podido detectar ciertas falencias en los razonamientos y en el pensamiento que utilizan los docentes a la hora de elaborar secuencias de enseñanza y de aprendizaje en Probabilidad y Estadística. Con el objetivo de explorar estas falencias a partir de la utilización de técnicas metodológicas adecuadas, hemos elaborado un sistema de indicadores del razonamiento y pensamiento estadísticos, el cual describimos en este trabajo. Este sistema de indicadores nos permite analizar las producciones realizadas por docentes de educación secundaria, con el fin de describir y explorar el estado actual del pensamiento estadístico en los encargados de alfabetizar estadísticamente a los futuros ciudadanos.

Marco teórico

Batanero y Díaz (2011) sostienen la importancia de enseñar estadística con proyectos ya que implica una forma de pensamiento diferente a los modelos deterministas, compuesto por procesos más que por técnicas numéricas. Por lo tanto, también se debe pensar en una forma diferente de enseñanza y de aprendizaje, de tal manera que pueda promoverse el entrenamiento a partir de conocimientos estratégicos, generación de planes, interpretación de diferentes representaciones en diversos contextos. Considerando estas recomendaciones, hemos elaborado un sistema de indicadores que nos permite analizar proyectos estocásticos elaborados para trabajar con estudiantes de nivel secundario. Este sistema de indicadores se basa en los cinco componentes que, según Wild y Pfannkuch (1999), son fundamentales para el desarrollo del pensamiento estadístico: Necesidad de los datos, Transnumeración, Variabilidad, utilización de modelos, contexto y conceptos. También nos enfocamos en el ciclo investigativo propuesto por Pfannkuch y Wild (2004), ya que consideramos importante fomentar el sentido estadístico basándonos en la resolución de un problema real o en la descripción de un fenómeno cotidiano, para lo cual es necesario interpretar cada concepto en función del contexto y comprender el proceso como un todo. A continuación se presentan los indicadores planteados en función de cada componente:

Componente I: Necesidad de los datos

A. <u>Existencia de un problema</u>: Provee evidencia sobre la presencia de una motivación inicial que plantee un problema para el alumno, en el cual se visualice la necesidad de obtener datos, el carácter aleatorio de los mismos y su pertinencia al problema.
B. <u>Tipos de variable</u>: Brinda indicios sobre la existencia de actividades que promuevan una discusión sobre el tipo de variable y su adecuación a la solución de un problema.

C. Herramientas para la obtención de datos: proporciona información sobre la existencia de actividades que promuevan una experiencia en los procesos de recolección de datos, esto es, creación de preguntas que den respuesta a la información buscada, obtención de datos a partir de la observación.

Componente II: Transnumeración

A. Interpretación de datos: da cuenta si las actividades propuestas promueven la necesidad del alumno de describir e interpretar gráficos, tablas y medidas.
B. Identificación de la información obtenida de los datos: hace foco en encontrar señales que muestren la comprensión, por parte del alumno, de la información obtenida y su relación con la resolución del problema.
C. Creación de hipótesis: provee información sobre si se promueve que el estudiante, a partir de evaluar los datos y la información obtenida de ellos, genere hipótesis que susciten nuevos problemas o nuevas preguntas.

Componente III: Variabilidad

A. Interpretación del significado de variación: da cuenta sobre actividades que promuevan la búsqueda de respuestas a ¿qué?, ¿cómo? y ¿por qué? los datos varían lo que varía.
B. Identificación del carácter aleatorio de algunas experiencias, fenómenos o situaciones: brinda señales sobre la presencia de actividades que promuevan procesos de pensamiento que consideren a la variación y el azar como aspectos fundamentales de ciertos fenómenos.

Componente IV: Modelización

A. Utilización de modelos: hace foco en cómo promueven las actividades la utilización de herramientas para representar los datos como un todo y resumir los mismos, para encontrar tendencias y crear la necesidad de justificarlas.

Componente V: Integración de la estadística y el contexto

A. Interpretación de conceptos: provee información sobre si se promueve que el estudiante, luego de evaluar los datos y la información obtenida de ellos, pueda comprender las técnicas utilizadas, el porqué de las mismas y logre comunicar lo que se ha aprendido desde los datos sobre el contexto.
B. Integración de conceptos con el contexto: da cuenta si se evidencia en las actividades una constante presencia de la relación entre el conocimiento

estadístico con el conocimiento contextual. Esto es, la relación entre la información sobre la situación real y la información resultante del análisis de los datos.

Metodología

En el presente trabajo analizaremos un proyecto, que fue resultado del Trabajo Final obligatorio para aprobar el Módulo de Enseñanza de la Probabilidad y la Estadística (Tauber e INFD, 2016), el cual es una instancia obligatoria en el cursado de la Especialización Docente de Nivel Superior en Enseñanza de la Matemática en la Educación Secundaria, ofrecida de manera virtual por el Instituto Nacional de Formación Docente (INFD).

Para aprobar este Trabajo Final se deben cubrir las siguientes consignas:

1. Seleccionar y fundamentar la elección de los siguientes puntos:
   - Planteo del problema sobre el que se pretende desarrollar el proyecto:
     i. contexto de aplicación,
     ii. preguntas de investigación,
     iii. objetivos,
     iv. contenido estadístico a desarrollar,
     v. curso en el que se pretende implementar,
     vi. Objetivos de enseñanza y de aprendizaje.
2. Diseñar actividades que permitan el trabajo del contenido estocástico seleccionado en la primera parte.
   - Con base en las actividades planificadas en el marco del proyecto de análisis de datos, se debe presentar, analizar y/o describir la siguiente información:
     i. Análisis didáctico de la actividad planteada
     ii. Tipos de datos
     iii. Variables intervinientes
     iv. Análisis estadístico que se prevé realizar
     v. Evaluación
     vi. Referencias bibliográficas

Aunque en esta ocasión realizaremos el análisis de un solo caso, cabe aclarar que, nuestros sujetos de estudio son profesores de Matemática de Nivel Secundario que están en ejercicio actualmente.

Teniendo en cuenta las pautas del Trabajo Final y el sistema de indicadores que hemos elaborado, se analizó uno de los proyectos presentados. El objetivo de analizar dicho proyecto ha sido describir cualitativamente la manera en que se ponen en juego los conceptos estadísticos claves cuando se elaboran proyectos para el aula y si se establecen relaciones entre ellos de tal manera que permitan promover distintos tipos de Razonamientos Estadísticos y, en consecuencia, brinden un ambiente de aprendizaje adecuado para fomentar el Pensamiento Estadístico.

Una de las técnicas metodológicas que hemos utilizado para estudiar las producciones de los profesores, es el análisis de contenido ya que el mismo permite aplicar, según Piñuel Raigada (2002), técnicas cualitativas basadas en la combinación de categorías cuyo objetivo es explorar y describir datos sobre las condiciones en las que se han producido los textos. Se trata de un análisis descriptivo ya que el objetivo es utilizar el sistema de indicadores como marco para la identificación y catalogación de la realidad obtenida de los textos.

Discusión de resultados

A continuación describiremos los resultados del análisis de contenido de un proyecto al que llamaremos “proyecto 1”. El mismo presenta una adecuada organización en función de lo pedido en las pautas del Trabajo Final. En la primera parte fundamenta el problema a partir del cual establece las preguntas de investigación, los objetivos, los contenidos y el curso donde se pretende desarrollar. En la segunda parte, presenta las actividades y realiza un análisis didáctico de cada una de las consignas en función de los objetivos y los procesos cognitivos que se ponen en juego. Por último, describe el tipo de datos, las variables intervinientes, el análisis estadístico que se prevé realizar y la evaluación.

Parte 1 del proyecto: Planteo del problema

En la primera parte se promueve el planteo de una problemática (*Componente I.A*) y la identificación de objetivos que pretende lograr a partir de las respuestas que pueda dar a las preguntas de investigación (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN:

- Los adolescentes de la comunidad educativa ¿están acompañados por los adultos responsables con quienes conviven?.
- ¿Puede ser un factor influyente la cantidad de horas que comparten en el tipo de relación que logran establecer adultos y adolescentes a cargo?

OBJETIVOS ESPECÍFICOS DEL PROYECTO:

- Analizar la composición de las familias de los adolescentes del colegio en base a los adultos responsables que están a cargo.
- Analizar la cantidad de horas diarias que comparten adultos responsables y adolescentes en su convivencia diaria.

Figura 1.

En este punto cabe acotar que, hay ciertos desajustes entre las preguntas de investigación y los objetivos planteados, ya que por ejemplo, en la segunda pregunta se establece implícitamente una relación entre dos variables: *cantidad de horas que cada adolescente comparte con los adultos con los que convive y tipo de relación que cada adolescente tiene con esos adultos*. Esa relación no sólo no queda explicitada en ningún objetivo sino que la segunda variable, implícita en la relación, no aparece en ninguno de los objetivos.

Es dable destacar que aquí se puede observar que, el docente no logra establecer relaciones adecuadas entre los conceptos intervinientes provocando una ruptura en estas relaciones y entre las que debería establecer cuando pone en juego las tres sub-componentes asociadas a la *Necesidad de los datos* (Componente I). Fundamentalmente, podemos encontrar el principal desajuste entre la sub-componente I.B (Tipos de variables) y la I.B (Planteo de un problema).

Parte 2 del proyecto: planteo y análisis didáctico de actividades

En la segunda parte de este proyecto encontramos las actividades planteadas, por ejemplo, en la figura 2 se muestra la primera consigna en la que se promueve una discusión sobre el tipo de variables que intervienen en el problema y los datos que podrían darle solución, aunque no plantea la discusión sobre la diferenciación entre datos y variables, lo cual haría visible una característica asociada al estudio de la variabilidad de los fenómenos estudiados (Componente III).

Actividades:

1) ¿Cuál/es son la o las variables ~~que~~ de investigación que hay que indagar para poder dar respuesta al problema? Clasifícalas e indica cómo podrían medirse cada una de ellas.

Figura 2.

Además, en la parte en la que el docente realiza el análisis de las actividades, se explica qué se pretende con esta consigna pero no queda claro cómo lo van a lograr los alumnos.

En cuanto a las *herramientas para la obtención de datos (Componte I.C),* si bien existen actividades que promueven una experiencia en los procesos de recolección de datos (actividad 2 y 3 de la figura 3), esto queda a elección y decisión del alumno (actividad 4 de la figura 3), no queda explícito en el documento analizado que haya una previsión, por parte del docente, para ayudar a que los alumnos puedan tomar decisiones sobre la herramienta más adecuada para recolectar los datos necesarios. Tener evidencia de esto, nos proporcionaría información sobre relaciones posibles entre las Componentes I, II y III.

2) Determina la población que consideres pertinente analizar en esta situación. ¿Cómo sería posible analizarla de una manera adecuada? ¿Es posible considerarla en su totalidad? ¿Cómo lo harías?.
3) Teniendo en cuenta las variables determinadas en el primer apartado, ¿cómo o de qué fuentes podríamos obtener información sobre ellas?.
4) Utiliza la herramienta que consideres más adecuada para recolectar los datos necesarios.

Figura 3.

En cuanto a la *Interpretación de datos y a la Identificación de la información obtenida a partir de los mismos* (Componente II), no se encuentran indicios suficientes para afirmar que la actividad propuesta (Figura 4) promueva en el alumno la necesidad de realizar, describir e interpretar gráficos, tablas y medidas. Tampoco se explicitan actividades que induzcan al alumno a comprender la información obtenida y su relación con la resolución del problema.

5) ¿De qué manera es posible organizar la información obtenida para poder analizarla?, ¿es la única?.
6) ¿Qué se puede observar de lo elaborado en el apartado anterior?.

Figura 4.

En cuanto al estudio de la *Variablilidad* (Componente III), no se promueve la *Interpretación del significado de variación* ni se *Identifica el carácter aleatorio de algunas experiencias, fenómenos o situaciones*. Sólo al final del proyecto se menciona como se realizará el muestreo, lo cual es importante en esta componente, pero no se especifica cómo esto se llevará a cabo por parte de los alumnos y cómo se va a promover en ellos esta idea.

En cuanto a la *Utilización de modelos* (Componente IV), aparece la idea sólo como un objetivo de las actividades 5 y 6 (Figura 4), donde pareciera que se espera que los alumnos puedan analizar ciertas tendencias a partir del resumen y organización de los datos.

6) ¿Qué se puede observar de lo elaborado en el apartado anterior?.
7) Según los datos obtenidos y el análisis realizado, ¿qué conclusión podrias obtener sobre la relación que existe entre los adolescentes de tu comunidad educativa y los adultos?, ¿Son influyentes las horas compartidas en esta relación?.

Figura 5.

En las actividades 6 y 7 (Figura 5) se intenta promover la *interpretación de conceptos e integración de conceptos con el contexto* (Componente V). Aunque la intención de las preguntas planteadas podría ser muy rica desde el punto de vista de los conceptos estocásticos a utilizar y de las relaciones que podrían establecerse entre éstos y los utilizados a lo largo del desarrollo del proyecto, nuevamente aquí aparece el conflicto que se observó a partir de la enunciación de preguntas de investigación y de objetivos.

Como se puede observar en la actividad 7 (Figura 5), queda claramente expresado que el docente pretende que los alumnos establezcan y analicen la relación entre dos variables (*cantidad de horas que cada adolescente comparte con los adultos con los que convive y tipo de relación que cada adolescente tiene con esos adultos)*, las cuales no están claramente definidas (Figura 6). Esto queda evidenciado en la Figura 7, donde se puede determinar que el docente prevé realizar un análisis univariado, con lo cual no queda claro cómo podrían los alumnos establecer una relación entre variables.

Podríamos indicar que, el proyecto planteado fomenta una problemática la cual se fundamenta y se pone en cuestión, pero las preguntas, objetivos y actividades previstas son insuficientes para dar cuenta de la construcción de los diferentes conceptos estadísticos y para establecer relaciones adecuadas entre los mismos que fomenten distintos tipos de razonamientos estocásticas que, a la larga, podrían redundar en la construcción de sentido y del pensamiento estadístico. Sin embargo, podemos considerar que el proyecto está ordenado, lo cual podríamos considerarlo como un indicador de que el docente comprende cuál es el proceso del ciclo investigativo (Pfannkuch y Wild, 2004).

O Variables intervinientes:
- Adulto/os responsable con quien conviven: es una variable cualitativa cuyc nivel de medición es nominal, puesto que no existe un orden que se pueda establecer mas que nombrar posibles respuestas: Mamá, Papá, Mamá y Papá, Abuelos, Hermanos, Tíos, Tutores, Otros.
- Intensidad de la relación Adulto-Adolescente: es una variable cualitativa perc en este caso el nivel de medición es ordinal ya que se establece un orden er las respuestas como ser: Malo, Regular, Bueno, Muy Bueno, Excelente.
- Horas diarias que comparten en la convivencia: Es una variable cuantitativa continua con una escala de intervalos, ya que no solo establece un orden de mayor o menor , sino que nos permite identificar cuántas horas más o cuantas menos hay entre un caso y otro.

Figura 6.

Consign a	Objetivos	Procesos cognitivos que se ponen en funcionamiento
4	Se pretende que los alumnos apelen a los distintos ***Resúmenes estadísticos:*** tablas de frecuencias, diagramas de puntos, gráficos, etc. Para organizar la información recolectada.	Se espera que los alumnos puedan en primera instancia realizar una tabla de frecuencias, o un diagrama de puntos lo que les facilitaría el conteo, y luego puedan volcar ésta información en un gráfico adecuado según el tipo de variable trabajada. De esta manera se pondrá en funcionamiento la *Transnumeración*

Figura 7.

Reflexiones finales

Como señalan Anderson y Loynes (1987), la estadística es inseparable de sus aplicaciones, lo cual se justifica a partir de la utilidad en la resolución de problemas externos a la propia estadística. En el proyecto que hemos analizado pudimos encontrar algunos elementos asociados a los tipos de razonamiento estadístico que son necesarios para promover el pensamiento estadístico.

Asimismo, se hacen evidentes los conflictos que surgen a la hora de establecer relaciones entre conceptos, ideas y razonamientos que podrían permitir dar respuestas a preguntas de investigación. Estos conflictos nos hacen reflexionar sobre la necesidad de promover la formación de los docentes que están encargados de alfabetizar estadísticamente a ciudadanos que puedan actuar críticamente y debatir de manera fundamentada ante la información estadística.

Los resultados iniciales que hemos obtenido a partir del análisis descrito, nos permite validar algunas de las cuestiones planteadas en Batanero, Díaz, Contreras y

Roa, (2013), quienes indican que: "El sentido estadístico, como unión de la cultura y razonamiento estadísticos debe construirse en forma progresiva desde la educación primaria, secundaria y hasta la universidad". En consecuencia, propiciamos una formación docente que aborde este tipo de trabajos basados en proyectos, ya que alguien que no ha tenido oportunidad de vivenciar el ciclo investigativo, será muy difícil que pueda enseñarlo o ponerlo en práctica a través de un trabajo colaborativo con sus propios alumnos.

Referencias bibliográficas

Anderson, C. W. y Loynes, R. M. (1987). *The teaching of practical statistics*.New York: Wiley.

Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Granada: Reprodigital.

Batanero, C.; Díaz, C.; Contreras, J. y Roa, R. (2013) El sentido estadístico y su desarrollo. En: *Números. Revista de Didáctica de la Matemática, Vol 83, julio de 2013, páginas 7-18*.

Chance, B. (2002).Components of Statistical Thinking and Implications for Instruction and Assessment.*Journal of Statistics Education, 10(3)*. Disponible en: www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html (Recuperado el 20/9/16).

Pfannkuch, M. & Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking.En: D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, pp. 17 – 45.

Piñuel Raigada, J. L. (2002). Epistemología, metodología y técnicas del análisis de contenido. En: *Estudios de Sociolingüística*, 3(1), pp. 1-42.

Tauber, L. e Instituto Nacional de Formación Docente (2016). *Trabajo Final*. Enseñanza de la Probabilidad y la Estadística. Especialización docente de Nivel Superior en la enseñanza de la Matemática en la Escuela Secundaria. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Wild, C., &Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry.*International Statistical Review, 221-248*.

Empoderamiento en educación matemática: estudio de un caso.

ADRIANA MAGALLANES
adriana.n.magallanes@gmail.com
Universidad Nacional de Río Cuarto.

CRISTINA ESTELEY
Universidad Nacional de Córdoba.

Introducción

Este trabajo emerge en un proceso analítico-reflexivo en el marco de investigación de una tesis de doctorado que, toma como objeto de indagación una experiencia educativa ideada desde perspectivas compatibles con una Educación Matemática Crítica (Skovsmose 1999, 2000, Valero y Skovsmose, 2012). Entre el conjunto de cuestiones que se encuentran en estudio, en este artículo, nos focalizaremos sobre las características que adquieren los procesos de empoderamiento (Ernest, 2002) que se hacen evidente en la experiencia educativa antes mencionada.

A continuación, se describe brevemente la experiencia educativa que inspira la tesis y se abre una reflexión crítica sobre el sentido de las nociones de empoderamiento disponibles para dar cuenta de lo acontecido en tal experiencia. Entre las ideas de empoderamiento tratadas las dimensiones relativas a empoderamiento dadas por Ernest (2002) resultan particularmente relevantes para este trabajo. Tales dimensiones son luego reconfiguradas y se retoman como dimensiones para analizar procesos de empoderamiento al interior de la experiencia educativa descripta. Para tal reconfiguración se toman en cuenta aportes de diversos autores. Cabe indicar que las ideas de Ernest (2002) resultan relevantes y básicas para nuestro trabajo, del mismo modo que resulta relevante señalar que se asume, a modo de hipótesis de trabajo, que es el modo como se lleve a cabo el acto educativo lo que permitirá el empoderamiento; y que, en tal caso, tanto estudiantes como docentes serán empoderados gracias a este proceso. Cabe indicar que la metodología de investigación que sostiene el estudio que se lleva a cabo en el marco del trabajo de tesis se enmarca en un paradigma cualitativo apelando a un estudio de casos.

Breve presentación de la experiencia educativa

La experiencia vivida se sustenta en una concepción del proceso educativo como un proceso de vida, de naturaleza democrático en el cual educadores y educandos asumen cada uno un rol particular y comparten el rol de investigadores interesados en problemáticas de la realidad social de su entorno próximo. El enfoque de la Educación Matemática Crítica (EMC) nos remite a ese objetivo de carácter social, considerando esencial incorporar aspectos político-sociales como constitutivos del mismo. En este enfoque, se entiende que la interacción entre estudiantes, docentes y administradores de la educación establecen las condiciones de posibilidad de construcción de una educación que contemple el desarrollo de una competencia democrática de los estudiantes. Al indagar sobre ideas, propuestas y sugerencias para la enseñanza de la estadística y buscando afinidad con los supuestos de la Educación Matemática Crítica, encontramos compatibilidades, tanto de intereses como de objetivos, entre estas últimas y las propuestas de enseñanzas basadas en el trabajo con Proyectos de Modelización Matemática (Bassanezi, 2002) y las concepciones de trabajo escolar con estadística sostenidas por Jacobini y Wodewotzki (2006). Bassanezi (2002) reafirma el rol del modelaje matemático como un instrumento pedagógico, un proceso dinámico utilizado para la obtención y validación de modelos matemáticos que consiste esencialmente en el arte de transformar situaciones de nuestro entorno cotidiano en problemas matemáticos y resolverlos interpretando sus respuestas en un lenguaje usual. Al hablar de “proyectos de modelización matemática para el aula” estamos pesando en un ambiente educativo en el cual los estudiantes, como grupo, escogen un fenómeno de su interés para estudiar, plantean problemas relacionados con dicho fenómeno, seleccionan variables, levantan hipótesis, diseñan experimentos (si es necesario), buscan información, recolectan y realizan tratamiento de datos, resuelven el problema, abren instancias de validación del trabajo, escriben un reporte y comunican sus resultados. Con esta perspectiva, a mediados del ciclo lectivo 2012, la profesora de matemática presentó a alumnos de segundo año del nivel secundario (futuros participantes del proyecto en el ciclo lectivo 2013 y 2014) una encuesta para definir alguna problemática (escolar, local o nacional) que fuera de interés. Ante esta consulta, se diseñó un proyecto colectivo de modelización matemática que tomó como problema esencial el estudio de la contaminación del agua en el pueblo donde se localiza la escuela. Entre los años 2013 y 2014, se ejecutó este proyecto pedagógico en distintos tiempos y para cursos regulares de matemática. Se intentó poner en juego un "escenario de investigación" (Skovsmose, 2000) construido a partir de los intereses planteados por los estudiantes y con la colaboración de docentes de diferentes espacios curriculares (Geografía, Formación para la vida y el trabajo, Educación Tecnológica) y con el apoyo de diversos especialistas (Geología, Microbiología). Esta colaboración fue especialmente necesaria por la naturaleza interdisciplinar de la temática seleccionada por los estudiantes. Es importante señalar que el proyecto pedagógico involucró no solo a docentes, especialistas y todos los alumnos de tercer año del ciclo lectivo 2013 y de cuarto año del ciclo lectivo 2014 de la institución, sino también requirió de la colaboración de padres, autoridades locales y la comunidad en general. Este estudio se llevó a cabo en cuatro fases. Durante la primera fase (de marzo a agosto 2013) se desarrollaron seminarios y talleres a cargo de especialistas. Geólogas de la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC) aportaron conocimientos sobre la dinámica del ciclo del agua (específicamente sobre la cuenca hidrográfica de la zona en estudio) y técnicas para la toma de muestras de agua. En ese sentido, se hicieron presente, en la escuela, microbiólogas de UNRC quienes informaron sobre cómo indagar la calidad del agua superficial y subterránea y sus implicancias para la salud. Una ingeniera forestal introdujo ideas sobre la importancia del bosque nativo en el ciclo del agua en el tema de interés. La Fase 2 toma como centro Trabajos de Campo, Talleres y Observatorios (setiembre a noviembre de 2013). Se realizaron dos muestreos de agua potable recogiendo agua en 12 domicilios diferentes; dos muestreos de agua del río (agua superficial) recogida en 16 sitios diferentes seleccionados al azar y en tres estratos diferentes del recorrido del río considerado y 2 muestras de agua río arriba para definir la calidad natural del agua. Estos muestreos fueron realizados a fines del invierno y en primavera. Los análisis fueron llevados a cabo por la UNRC para la obtención de los resultados. Intercalando con los seminarios y salidas de campo se realizaron diversas clases áulicas con el formato aula-taller. Los talleres fueron elaborados de manera tal que los conceptos estadísticos surjan para dar alguna respuesta a las cuestiones primeras. La institucionalización de los saberes matemáticos sería posterior al trabajo de los estudiantes. Además de conceptos de biología, geografía, educación tecnológica, entre otros, los principales contenidos de la asignatura (Matemática de 3°año) que se trataron son los siguientes: experimentos aleatorios y deterministas, población, necesidad de una muestra, variabilidad de una muestra, muestra representativa y variable, interpretación de significado de parámetros de posición identificando el más adecuado para describir la situación en estudio, construcción de tablas y gráficos estadísticos a partir de una muestra, lectura e interpretación y análisis crítico de gráficos estadísticos, formulación de hipótesis como indicio a la estadística inferencial y análisis de los límites de los parámetros de posición para describir la situación en estudio y para la elaboración de inferencias y la toma de decisiones.

La Fase 3 se centra en la institucionalización y evaluación de los saberes (agosto a noviembre 2013). En esta etapa los docentes partícipes del proyecto, y especialmente la profesora de matemática, recuperan y presentan formalmente los contenidos trabajados de la disciplina que fueran mencionados durante el proyecto e incluso aquellos que fueron utilizados pero no explicitados con anterioridad. Finalmente, la Fase 4, o fase de comunicación e intervención (desde diciembre de 2013 a diciembre 2014), los estudiantes presentan los resultados obtenidos en el desarrollo del proyecto mediante la construcción de un documento colaborativo (disponible en la *Wiki*). En todo el proyecto se planteó como necesaria la utilización de Tecnologías Digitales (TD). En un principio y para trabajar ideas intuitivas de probabilidad, luego para sistematizar y realizar análisis de los datos obtenidos y, finalmente para el diseño y elaboración de estrategias de comunicación de los resultados obtenidos. Sólo a modo de ejemplo se menciona el aprendizaje en el uso de software como *Excel* e *Infostat*, este, se empleó especialmente para la confección de gráficos de cajas (box-plot) y también exigió la elaboración de una actividad específica que permitiera tener un primer acercamiento con este tipo de gráficos. Estas actividades cobran sentido al trabajar con datos específicos de la situación que se desea estudiar y resultan interesantes para los estudiantes las lecturas e interpretaciones que pueden hacer a partir de los mismos, así como la formulación de hipótesis como indicio hacia la estadística inferencial. Un resultado parcial del trabajo de los estudiantes es que, había muestras de agua que presentaban un grado no menor de contaminación. Dichos resultados llevaron a varias acciones, entre ellas se destaca la presentación de los valores de contaminación hallados a las autoridades locales, quienes tomaron acciones para paliar el problema. En una etapa posterior los estudiantes participaron en ferias de ciencias con el proyecto llevado a cabo obteniendo premios. Es importante indicar que la contaminación es un aspecto que preocupa y sigue involucrando a docentes, alumnos, expertos y comunidad. Durante los trabajos de campo para llevar a cabo los muestreos de agua (superficial y potable) se observó un entusiasmo y compromiso manifestado no sólo por los estudiantes sino también por diferentes miembros de la comunidad. Luego de esta brevísima descripción que busca dar cuenta de lo vivido por los estudiantes y otros, presentamos ideas relativas a empoderamiento que permitirán avanzar en un análisis de lo vivido.

Empoderamiento: análisis crítico y aportes

Torres (2009) define empoderamiento como el proceso de concienciación que da cuenta al estudiante de sus capacidades desde lo cual potencia su acción para transformarse y transformar su contexto. Si bien esta definición resulta de interés; cuando se pretende focalizar en el aula o en el espacio (en el sentido antes mencionado) donde se produce el acto educativo, es importante indicar que la misma no aclara cómo el proceso empoderamiento puede producir la concienciación de las capacidades del estudiante para potenciar su acción o para aumentar su autoestima.

En el video "Pedagogía de la Esperanza, Freire Paulo - Fragmentos y reflexiones", desde el minuto 5:50 al minuto 6:40, de una manera simple, se pone en evidencia lo que se considera uno de los principales factores de la "pedagogía del aburrido" (Lewkowicz y Corea, 2004). Tal pedagogía es compatible con una educación basada en preguntas que sólo hace el docente, y a las que se espera que el alumno responda sabiendo que el docente ya conoce las repuestas y a él sólo le compete acercarse con su respuesta a la del docente. Éste tipo de interacciones, parecen ser uno de los aspectos que quitarían el entusiasmo y la motivación en el alumno por el acto de aprender, ya que no sólo la pregunta puede no ser "su pregunta". Este acto pedagógico, puede ser visto como el paso de un acto educativo a un acto de control. Se sugiere que, desde una perspectiva crítica, es esencial moverse de una pedagogía de la respuesta a una pedagogía de la pregunta. Planteando así, que el empoderamiento en el ámbito educativo debería ser un proceso de interacción entre docentes y estudiantes que les permita tomar conciencia de sus capacidades para tomar decisiones, para actuar no sólo de manera individual sino colectiva, para transformarse y transformar su contexto y abra un proceso en el que se: 1) Dé lugar o abra un espacio para el pensamiento y las preguntas de los estudiantes (no sólo de los docentes).Lo esencial no es que el estudiante sea un depositario de información y conocimientos, sino que pueda buscar esa información y ejercitar su pensamiento y, a partir de ello, pueda hacerse sus propias preguntas, buscar otros conocimientos y otra información que le ayude a encontrar respuestas. 2) Tenga en cuenta que en la búsqueda de información y conocimientos, así como en la formulación de preguntas, se atribuye sentido al trabajo si el punto de partida es la indagación de alguna problemática que resulta cercana o de interés del estudiante. 3) Permita, ante preguntas compartidas, abrir un espacio para la indagación y la toma de decisiones colectivas, para la construcción colectiva de respuestas, para escuchar, ser críticos y autocríticos de los caminos de respuestas escogidos, existiendo en todo momento apertura para realizar cambios o modificaciones en esas respuestas Éstos puntos podrían contribuir para sostener una educación que pretenda generar en el estudiante el "gusto por aprender" y, más aún, de una educación que no ponga el énfasis en la mera acumulación de contenidos sino en abrir un espacio donde el estudiante tenga la posibilidad de hacer sus preguntas, escuchar las preguntas de otros y aventurarse en una búsqueda colectiva, donde cada uno desde su lugar, desde su formación y experiencia, pueda hacer aportes; donde todos puedan reconocer que lo importante no es solo conocer o comprender un concepto en particular, sino que lo importante es cómo el modo de construir y comprender ese concepto les permite al docente y al estudiante sentirse empoderados. El docente puede percibir que su labor tiene sentido, que puede servirle al estudiante y que él mismo vuelva a sentir el gusto por enseñar aprendiendo y aprender enseñando. El alumno puede reconocer que aprender tiene sentido, que puede hacer sus preguntas y que estas preguntas pueden servir para construir su propio proyecto educativo, atendiendo a un proyecto colectivo y, donde la posibilidad de servir a la sociedad y a su propio contexto otorgue un nuevo sentido al acto educativo.

Entendiendo el empoderamiento como un proceso a través del cual tanto docentes como estudiantes se empoderan, es valioso rescatar los aportes del educador matemático Paul Ernest (2002). Este autor destaca que en procesos educativos que toman como referencia la enseñanza de la matemática, el empoderamiento se distribuye en tres dominios: el matemático, el social y el epistemológico. En ese contexto, los dominios de empoderamiento propuestos por Ernest (2002) pueden ser reformulados de modo tal que:

En el dominio matemático, el empoderamiento consiste en ganar poder para seleccionar fenómenos (intra o extra matemáticos), para formular un problema a estudiar, para generar conjeturas, validarlas o refutarlas y generar condiciones para buscar soluciones, en todos los casos, en interacción con otros actores. En ese proceso se va ganando también poder sobre el lenguaje, los símbolos, las destrezas y la práctica de usar, aplicar o generar conocimientos específicos de la matemática o fuera de la matemática en la actividad de "hacer matemática" en un espacio educativo. En la dimensión social, el empoderamiento significa que docentes, estudiantes u otros agentes puedan ir tomando conciencia tanto de la naturaleza de la matemática, sus aplicaciones y la naturaleza del fenómeno en estudio como así también de la matemática como una herramienta que posibilita conexiones con sus entornos próximos y de ese modo explorarlo, comprenderlo, criticarlo y, en última instancia, proponer ideas para buscar soluciones a lo criticado contribuyendo al poder sobre el ámbito político y social y, posiblemente, a la promoción de la justicia social y a una mejor forma de vida para todos quienes comparten entornos próximos o más distantes. Finalmente, en relación con la dimensión epistemológica, el empoderamiento se refiere al crecimiento en la confianza no solo en el uso de la matemática sino también en el poder personal sobre la creación del conocimiento y la validación del mismo en un contexto de producción matemática con una finalidad fijada por el grupo que acepte involucrarse en un proyecto de modelización y le dé sentido a una creación colectiva (Magallanes y Esteley, 2016).

Esta caracterización guarda a su interior una participación democrática y crítica de los sujetos involucrados. Pretende fortalecer la autonomía en la toma de decisiones y acciones de estudiantes y docentes en el marco de una visión renovada de la enseñanza de la matemática que busca poner en juego un ambiente investigativo con referencia en la realidad para ir más allá de un ambiente de aprendizaje centrado en el mero ejercicio matemático o de aplicaciones en contextos de semi-realidad (Skovsmose, 2000).

Análisis de la experiencia educativa: dimensiones de empoderamiento

En relación a la puesta en práctica del plan de acción ejecutado, en el artículo Esteley y Magallanes (2017) se pueden observar algunos de los detalles sobre lo vivido. El trabajo resultó de tal modo que las respuestas logradas fueron dando sentido a los contenidos tratados sean estos de la matemática o fuera de ella. A partir de una encuesta realizada a estudiantes acerca de alguna problemática que les interesaría estudiar, se lleva a cabo un proyecto colectivo de modelización matemática que tomó como problema esencial el estudio de la contaminación del agua en el pueblo donde se localiza la escuela.

Para el presente trabajo, se desean recuperar momentos de la experiencia vivida que permitan visibilizar la reformulación realizada en Magallanes y Esteley (2016) para los dominios de empoderamiento propuestos por Ernest (2002).

En relación a la dimensión matemática, es posible mencionar las dificultades que se presentaron desde la formulación del problema. En un principio, por la consulta realizada a los estudiantes, se había definido indagar si la falta de cloacas en el pueblo podría estar afectando la calidad del agua del lugar. Pero luego de la realización de seminarios a cargo de geólogas especializadas en este tipo de indagaciones, se llegó a la conclusión que no sería posible realizar esta exploración ya que ello significaba incorporar conocimientos (como curvas de nivel, etc.) y tecnología que no se disponía. Si bien este fue un momento de desazón, obligó al equipo docente y los estudiantes involucrados a explicitar dicha problemática y a redefinir el problema a indagar, lo que se hizo posible gracias al compromiso docente, el empuje de los estudiantes y el asesoramiento de las geólogas y microbiólogas con las que se estaba trabajando. Luego de este momento se convino en indagar la calidad del agua superficial y del agua potable del lugar como un objetivo que sería factible de lograr con los recursos (humanos y materiales) disponibles. Hoy, a la distancia, es posible afirmar que se pudo vivenciar la complejidad de definir una problemática, aun cuando la misma surja de una problemática formulada desde la comunidad, además de la necesidad de realizar un recorte de la misma para poder abordarla con los recursos disponibles. Esta vivencia, entendemos, otorga confianza y poder, tanto a estudiantes como docentes, para formular un problema a estudiar. En este proceso, se va ganando poder sobre el lenguaje, los símbolos, las destrezas y la práctica de usar, aplicar o generar conocimientos específicos de la matemática. Así por ejemplo, en el trabajo aula taller nº4, los estudiantes realizan una indagación, sobre ¿cómo podemos estudiar la calidad del agua? y llegan a definir las variables que resultan de interés para esta indagación (Figura 1).

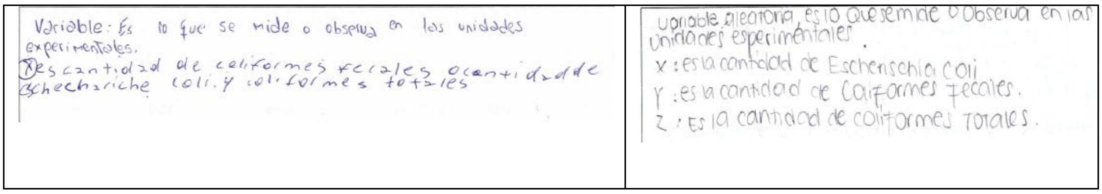


Figura 1: Variables.

En el taller nº1, los estudiantes confeccionaron e interpretaron histogramas mediante el software InfoStat (Figura 2).

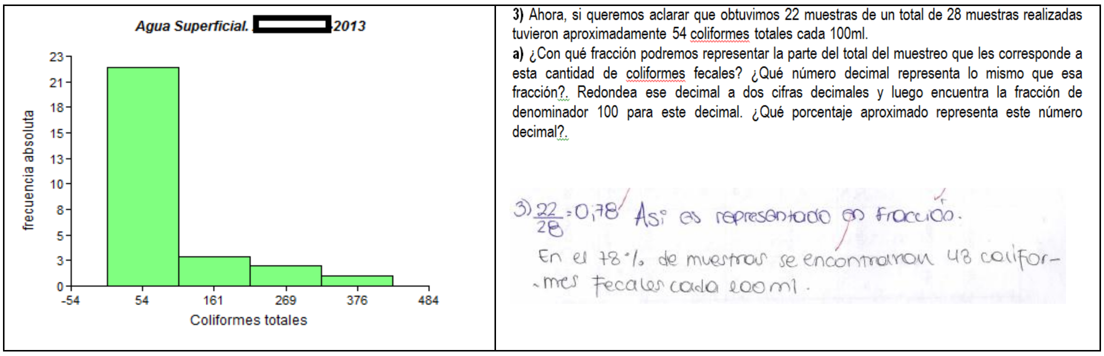


Figura 2: Uso de InfoStat.

En la **dimensión social**, un ejemplo de la experiencia vivida es el armado de una presentación de los estudiantes para comunicar en muestras (feria ciencias y muestra institucional) los resultados de la indagación o el folleto elaborado para entregar a los pobladores (Figura 3).

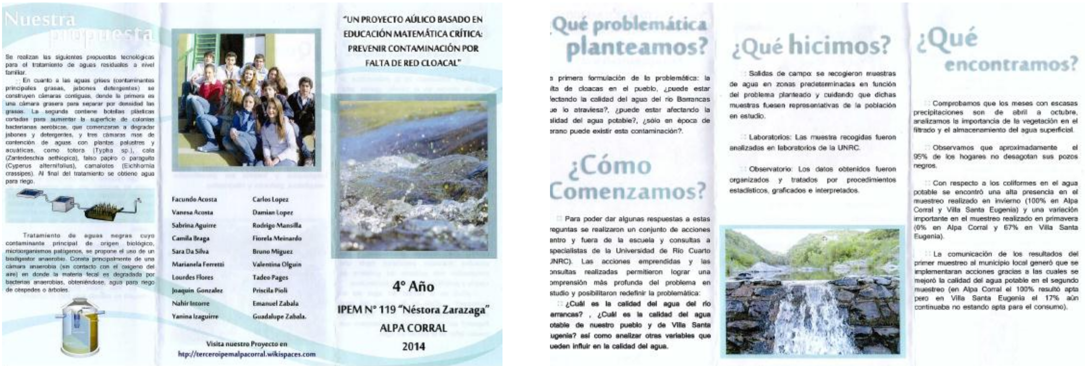


Figura 3: Proceso de comunicación.

Entre otras, estas acciones realizadas por estudiantes y docentes, son muestras de empoderamiento social o como indica una estudiante que participó de la experiencia: *Fue un proyecto muy importante para nosotros. Pudimos aplicar la matemática a una problemática social de la comunidad y comprenderla de una forma que no habíamos pensado que podíamos llegar a hacerlo* (Lourdes, 2016).

En relación con la dimensión epistemológica, un ejemplo se puede observar en el taller nº10, los estudiantes confeccionaron gráficos circulares mediante el software InfoStat con la variable "presencia de escherichia coli en agua potable". En este taller los estudiantes, en un contexto de producción matemática, estaban construyendo un conocimiento sobre su entorno que era desconocido por su comunidad (Figura 4).

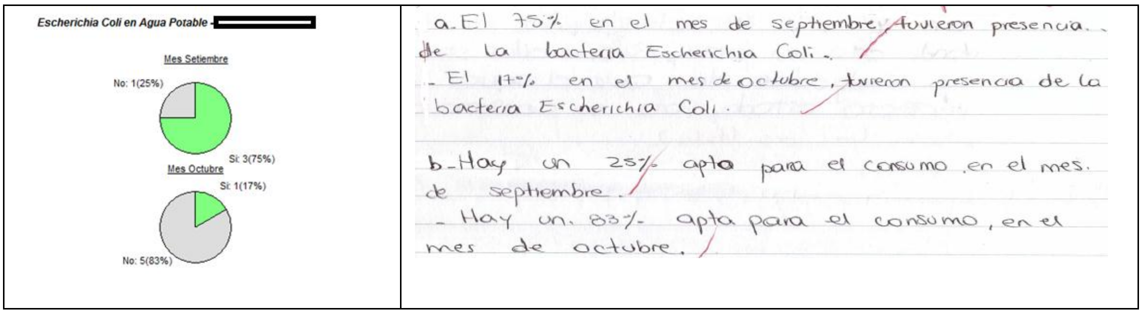


Figura 4: Taller N° 10.

Conclusiones

Si bien los resultados que se presentan toman como foco solo algunos de los datos recogidos en el trabajo de tesis, los mismos muestran indicios del trabajo realizado en procesos analíticos y en procesos de enseñanza. Respecto a lo analítico consideramos que, poder contar con las dimensiones de análisis relativas a empoderamiento significa hoy un aporte no solo para continuar con el trabajo de indagación sino para otros colegas.

En relación con lo vivido en aula, solo nos hemos centrado en dar evidencias de la presencia de aspectos propios del empoderamiento que creemos ilustran las dimensiones con las que logramos caracterizarlos a partir de las ideas más generales discutidas por Ernest. Estas evidencias de empoderamiento no dejan de tener fuertes vínculos con la propuesta llevada a cabo.

Bibliografía

Bassanezi, R.C. (2002). Ensino–aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. Editora Contexto. São Paulo.

Ernest, P. (2002). Empowerment in mathematics education. Philosophy of Mathematics Education Journal, 15 (1), 1-16.

Esteley, C y Magallanes, A. N. (2017). Una experiencia vivida en aula: enseñar y aprender a trabajar con estadística desde una perspectiva crítica. Yupana 9 (15), 29-46.

Jacobini, O.R. y Wodewotzki, M.L.L. (2006). Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da Educação Matemática Crítica. Boletim de Educação Matemática, 19(25), 1–16.

Lewkowicz, I. y Corea, C. (2004). Pedagogía del Aburrido: Escuelas destituidas, familias perplejas. Educación. Paidós. Buenos Aires.

Magallanes, A. N. y Esteley, C. (2016). Empoderamiento: Una Caracterización al Interior de la Educación Matemática. Revista Internacional de Educación para la Justicia Social, 5(2), 181-191.

Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. Bogotá: Una empresa docente.

——— (2000). Escenarios de investigación. Ema, 6(1), 3–26.

Torres, A. (2009). La educación para el empoderamiento y sus desafíos. Sapiens. Revista Universitaria de Investigación 10 (1), 89-108.

Valero, P. y Skovsmose, O. (2012). Educación matemática crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Ediciones Uniandes. Bogotá.

Un estudio ontosemiótico de la integral definida a partir del análisis de un libro de texto.

JOSÉ GÓMEZ
jgomez@unse.edu.ar
Facultad de Agronomía y Agroindustrias. Universidad Nacional de Santiago del Estero.

ELSA IBARRA
egomez@unse.edu.ar
Facultad de Ciencias Forestales. Universidad Nacional de Santiago del Estero.

1. Introducción

En el contexto de un análisis microscópico de un libro de texto, que se realiza en el marco de la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS), se describe el entramado de algunas funciones semióticas que se pueden establecer en torno al objeto integral definida, que forma parte de los contenidos mínimos de Análisis Matemático de primer año de las carreras de ingeniería que se cursan en la Facultad de Agronomía y Agroindustrias de la Universidad Nacional de Santiago del Estero.

Para este trabajo consideramos el libro de texto denominado ´Cálculo de una variable´, cuyos autores son Bradley, G.L., y Smith, K.J. (1998). Cálculo de una variable, Volumen 1. Prentice Hall Iberia, Madrid, que tiene una trayectoria epistémica común a los textos de Cálculo o Cálculo con Geometría Analítica, en relación al objeto integral definida, en cuanto a la organización de los temas y enfoques. El objeto ´integral definida´, se ubica al final de la trayectoria epistémica de la asignatura, y esto supone una restricción, por el tiempo material del que se dispone para su enseñanza y aprendizaje.

El cálculo diferencial, con la derivada como concepto fundamental y el cálculo integral, cuyo objeto principal es la integral definida, son como dos caras de una misma moneda: procesos de límites vinculados a funciones de una variable.

El enfoque habitual en los libros de texto de Cálculo para el estudio de la integral definida es por construcción, mediante sumas de Riemann y finalmente se considera su límite cuando la norma de la partición tiende a cero.

Lo que no permite entrever la noción de sumas de Riemann como la definición misma de integral definida, es la función semiótica que asocia la construcción de este objeto, con la idea principal o idea del cálculo integral, en cuanto que permite evaluar el proceso de una determinada magnitud a lo largo de un tiempo, esto es, en un intervalo cerrado de la forma $[a, b]$. Esto es algo que se señala en clase, al comenzar la enseñanza de la integral definida y luego se pone de manifiesto, más concretamente cuando se abordan las aplicaciones en situaciones problemas. En este sentido, cobra mayor vigencia la hipótesis de la cognición matemática (que abordamos como marco teórico) en cuanto que las prácticas personales, individuales y colectivas, pueden hacer emerger como un objeto matemático, esta relación mencionada. Un comentario similar se puede realizar con respecto a las ideas principales de la noción de derivada de una función en un punto.

2. Marco teórico

Este trabajo se desarrolla en el marco de la cognición matemática de Godino y Batanero (Godino y Batanero, 1994, 1998, Godino, 2002), junto con el aporte de otros investigadores (Font, 2000, Inglada y Font, 2005, Contreras, Font, Luque y Ordoñez, 2005, principalmente).

En los trabajos de Godino y Batanero se desarrolla la teoría de los significados institucionales y personales y la teoría de las funciones semióticas (TFS), como evolución de las primeras investigaciones. Estas producciones se encuadran en lo que actualmente se denomina "Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción matemáticos" (EOS) (Godino, J.D., Batanero, C., Font, V., 2009.)

En los primeros trabajos de Godino y Batanero, se conciben los objetos matemáticos personales como emergentes del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas" (Godino y Batanero, 1994, p.335). De allí que en este marco teórico, el objeto matemático posee un carácter derivado y la práctica, un lugar preferencial.

Godino propone para estos objetos, categorías o tipos de entidades matemáticas, teniendo en cuenta los roles que desempeñan estas entidades en el trabajo matemático: situaciones, acciones, lenguaje, conceptos-reglas, propiedades y argumentaciones. (Godino, 2002, p.8,9)

Por otra parte y según el juego de lenguaje (Wittgenstein, 1999,p.6) en que participen, los objetos matemáticos pueden ser considerados en relación a las siguientes facetas o dimensiones duales:

- Personal- institucional (individual-social)
- Ostensiva- no ostensiva (perceptible – mental)

- Intensiva – extensiva (ejemplar- tipo, concreta- abstracta)
- Elemental – sistémica (unitaria – compuesta)
- Expresión – contenido (significante- significado).

La noción de ´prácticas´- elementos constitutivos de la actividad matemática- es entendida como un manejo de ostensivos acompañadas de pensamiento en los que se manipulan símbolos mentales (Inglada y Font, 2005, p.3). Vistas así las prácticas, se hace necesaria realizar un análisis de la actividad matemática mediante funciones semióticas. Se entiende la función semiótica como una correspondencia (relaciones de dependencia o función) entre un antecedente (expresión, representante) y un consecuente (contenido, representado), establecidas por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o código de correspondencia. La expresión función semiótica designa, en el fondo, el proceso mental que realiza una persona frente a cosas u ostensivos antes las que siente que debe dar una respuesta también ostensiva.

Las funciones semióticas son un instrumento relacional que facilita el estudio conjunto de la manipulación de ostensivos matemáticos, y del pensamiento que la acompaña, característico de las prácticas matemáticas.

En Godino (2002) se presenta una técnica analítica para determinar significados institucionales y personales puestos de manifiesto en los procesos de instrucción matemática. Esta técnica emplea las nociones de función semiótica y la ontología vinculada a objetos matemáticos y puntos de vista desde los cuales se los pueden considerar, y se aplica a textos que registran la actividad matemática desarrollada por sujetos involucrados. En Contreras, Font, Luque y Ordoñez (2005) se habla de análisis a priori cuando esa técnica se aplica, por ejemplo, a un libro de texto, que contiene una actividad matemática a ser realizada por un sujeto potencial; y de análisis a posteriori cuando el texto corresponde al protocolo de respuestas de los sujetos en interacciones efectivas.

Hay otros dos tipos de análisis, según la profundidad del estudio ontológico-semiótico que se quiera realizar: uno, más amplio, llamado macroscópico, enfocado principalmente en identificar las entidades puestas en juego, y otro, más detallado, denominado microscópico, centrado fundamentalmente en identificar las funciones semióticas que se establecen entre las diferentes entidades y facetas duales a cargo de los distintos sujetos.

En este trabajo se realiza el último tipo de análisis de la definición de integral definida, según como es presentado en el libro de cálculo que mencionamos. (Bradley y Smith)

Este análisis microscópico permite identificar las funciones semióticas que se activan en ese objeto matemático y estudiar también los potenciales conflictos semióticos que pueden surgir en torno a las sumas de Riemann, cuyo límite da lugar a la integral definida.

3. Enfoque por construcción en el significado institucional pretendido del objeto integral definida

Con relación a los libros de texto más utilizados en los procesos de estudio de objetos del Cálculo Diferencial e Integral, es importante señalar – porque forman parte e inciden en los significados institucionales – que se tienen como dos configuraciones epistémicas diferentes: por un lado están los libros de "Análisis Matemático" (Hebe Rabuffetti) y por otro los de "Cálculo" o "Cálculo con Geometría Analítica", (Bradley y Smith; Larson, Hostetler, y Edwards; Leithold; Rabuffetti; Stewart).

Dado que esto no es parte de estudio, no analizaremos en detalle las diferencias que se centran preferentemente en las *situaciones- problemas*, en *conceptos- definición*, y en *argumentos*.

A continuación expondremos brevemente el enfoque por construcción como el tipo más habitual en los libros de texto de Cálculo que enuncian el significado institucional pretendido del objeto integral definida.

1) Utilizando límites de sumas especiales.
$I = \lim_{\|P\|\to 0} \sum_{k=1}^{n} f({x^*}_k)\Delta x_k$ si este límite existe.

Previamente se sigue una serie de pasos, un proceso de construcción, que consiste en considerar:

- una función definida en un intervalo cerrado $[a, b]$
- una partición de este intervalo cerrado.
- la norma de una partición,
- un representante ${x^*}_k$ en cada subintervalo $[x_{k-1}, x_k]$
- la suma de Riemann asociada a esa partición $\sum_{k=1}^{n} f({x^*}_k)\Delta x_k$

y finalmente se toma el límite de esta suma, cuando la norma de la partición tiende a cero. De existir este límite, la integral definida de la función en el intervalo cerrado es este número.

La noción de sumas de Riemann, precede a la definición de integral definida, en el texto de Cálculo de una variable, de Bradley y Smith, que analizamos en este trabajo.

2) Utilizando la regla de Barrow, suponiendo una función continua f definida en el intervalo cerrado $[a, b]$ y F, una función primitiva de aquella. Esto es: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Hemos de señalar que en textos de Cálculo, aparece esta regla como Primer Teorema Fundamental del Cálculo.

4. Análisis microscópico de la definición de integral definida

En Contreras, Font, Luque y Ordóñez (2005) la "complejidad semiótica" asociada al uso de elementos genéricos se concreta en una trama de funciones semióticas. Se utiliza la técnica y notación propuesta en Font (2000a) y en Contreras, Font, Luque y Ordoñez (esto último citado por Inglada y Font, 2003, p.5). En este tipo de análisis se considera como expresión o contenido solamente el aspecto extensivo-intensivo del lenguaje matemático, a lo que se agrega el carácter notacional que en algunos casos suele tener este lenguaje, (Inglada y Font, p.3), expresadas a través de las siguientes funciones semióticas:

	Extensional	Intensional	Notacional
Extensional	FS1	FS2	FS3
Intensional	FS4	FS5	FS6
Notacional	FS7	FS8	FS9

FS1: Esta función semiótica relaciona una entidad extensional con otra entidad extensional.

FS1.1: Relaciona un objeto con otro de la misma clase.

FS1.2: Relaciona un objeto con otro que no es de la misma clase.

FS2: Esta función semiótica relaciona una entidad extensional con una entidad intensional.

FS2.1: Relaciona un objeto con la clase a la que pertenece.

FS2.2: Relaciona un objeto con una clase a la cual no pertenece.

FS3: Esta función semiótica relaciona una entidad extensional con otra notacional.

FS3.1:Esta función semiótica relaciona un objeto con una entidad notacional.

FS3.2 Esta función semiótica relaciona una entidad extensional con un símbolo que no la representa.

FS4 Esta función semiótica relaciona una entidad intensional con una entidad extensional.

FS4.1 Esta función semiótica relaciona una clase con un ejemplo de la clase.

FS4.2 Esta función semiótica relaciona una clase con un objeto que no es de la clase.

FS5 Esta función semiótica relaciona una entidad intensional con otra entidad intensional.

FS5.1 Esta función semiótica define una clase de objetos de manera diferente.

FS5.2 Esta función semiótica relaciona una entidad intensional con otra entidad intensional diferente.

FS6 Esta función semiótica relaciona una entidad intensional con un símbolo.

FS6.1 Esta función semiótica relaciona una clase con la notación que la representa.

FS6.2 Esta función semiótica relaciona una clase con un símbolo que no la representa.

FS7 Esta función semiótica relaciona el símbolo con una entidad extensional.

FS7.1 Esta función semiótica relaciona el notacional con el objeto que representa.

FS7.2 Esta función semiótica relaciona el símbolo con un objeto que no representa.

FS8 Esta función semiótica relaciona el símbolo con una entidad intensional.

FS8.1 Esta función semiótica relaciona el notacional con la clase que representa

FS8.2 Esta función semiótica relaciona el símbolo con una clase que no representa.

FS9 Esta función semiótica relaciona una notación con otra notación.

FS9.1 Esta función semiótica cambia la notación de un objeto/clase por otra equivalente.

FS9.2 Esta función semiótica relaciona una notación con otra que no es equivalente.

Analizamos ahora la definición-regla de la integral definida, teniendo en cuenta las funciones semióticas que se pueden establecer en relación con este objeto.

Transcribimos a continuación la definición de integral definida tal como aparece en el libro objeto de análisis (Bradley, G.L., y Smith, K.J. p.293)

Integral definida
Si f está definida en el intervalo cerrado $[a, b]$, decimos que f es integrable en $[a, b]$ si existe el límite $I = \lim_{\|P\| \to 0} \sum_{k=1}^{n} f(x^*{}_k)\Delta x_k$.
Este límite se llama la integral definida de f de a a b.
La integral definida se designa por $I = \int_a^b f(x)dx$ o $I = \int_{x=a}^{x=b} f(x)dx$.

De entre las posibles funciones semióticas que se necesitarían poner a funcionar en la definición antes dada, en este trabajo hemos detectado las siguientes:

FS4.1. De la clase de funciones escalares con un dominio en los reales, se toma una en particular, f, definida en el intervalo cerrado $[a, b]$.

FS4.1: Relaciona la clase función integrable con una función integrable en $[a, b]$, concreta.

FS1.2: Relaciona el extensivo (general) $\sum_{k=1}^{n} f(x^*{}_k)\Delta x_k$ de la clase de sumas de Riemann, con un objeto que no es de la misma clase. $f(x^*{}_k)$, que es de la clase de imágenes de la función para representantes $x^*{}_k$ de los subintervalos cerrados de $[a, b]$.

FS1.2: Relaciona $\sum_{k=1}^{n} f(x^*{}_k)\Delta x_k$ con otro que no es de la misma clase: Δx_k.

FS4.2: Esta función semiótica relaciona la clase límite con un objeto que no es de la clase, como es: $I = \lim_{\|P\| \to 0} \sum_{k=1}^{n} f(x^*{}_k)\Delta x_k$.

FS2.2. Relaciona $I = \lim_{\|P\| \to 0} \sum_{k=1}^{n} f(x^*{}_k)\Delta x_k$ con la clase sumas de Riemann a la cual no pertenece.

FS4.1: Se asocia a la clase sumas de Riemann un ejemplo de la misma: $\sum_{k=1}^{n} f(x^*{}_k)\Delta x_k$.

FS9.1: Esta función semiótica cambia la notación $I = \lim_{\|P\| \to 0} \sum_{k=1}^{n} f(x^*{}_k)\Delta x_k$ por otra equivalente: $I = \int_a^b f(x)dx$.

FS9.1: Se cambia la notación $I = \int_a^b f(x)dx$ por otra equivalente: $I = \int_{x=a}^{x=b} f(x)dx$.

5. Conflictos semióticos en la definición de integral definida

Se entiende por punto crítico o conflicto semiótico potencial (Contreras, 2002), la posible disparidad o desajuste entre los significados atribuidos a un mismo objeto por dos personas o instituciones en interacción comunicativa (Inglada y Font, 2005, p.7). Para estos investigadores, los conflictos semióticos más importantes son aquellos que pueden surgir cuando un libro de texto deja a cargo del estudiante la tarea de establecer ciertas funciones semióticas que son importantes para la correcta interpretación del texto. (Ídem, p.7)

De acuerdo a los pasos previos que establece el libro para llegar a suma de Riemann, dada una función definida en un intervalo cerrado, se realiza una partición del intervalo, que tendrá una norma determinada. Luego se considera un representante en cada subintervalo y se tendrá la suma de Riemann para esa partición, esa norma y asociada a esos representantes. Por ende, habrá tantas sumas de Riemann como particiones- cada vez más finas- se considere en el intervalo cerrado, y tantas normas, asociadas a esas particiones y representantes elija en los subintervalos determinados.

Aquí puede residir uno de los conflictos semióticos, en este sentido: A partir de $\lim_{\|P\|\to 0}\sum_{k=1}^{n} f({x^*}_k)\Delta x_k$, puede quedar la idea de ´una sola suma de Riemann´ la que se tiene en cuenta, cuando en realidad se trata de la clase de sumas de Riemann de una función dada, en un intervalo cerrado y cuando la norma, ´no de una partición solamente´, sino de la clase de todas las normas tiende a cero. Son procesos infinitos de sumas y de particiones, que dan como resultado un número real. Aunque en clase de suele hacer mención a estos elementos intensionales, la definición de integral definida como límite de sumas de Riemann, “esconde" esas clases y procesos infinitos.

La otra cuestión puede plantearse en estos términos: ¿Cómo puede ser que considerando la norma que tienda a cero, el límite de la suma de Riemann sea un número real distinto de cero?. Esto está relacionado con la noción de obstáculos epistemológicos estudiados por Schneider (citada por Contreras y Ordoñez), con relación a la enseñanza de la integral.

Por otro lado, los alumnos habían trabajado hasta aquí con la noción de límite de una función cuando la variable independiente tiende a un número real o a infinito, esto es: $\lim_{x\to c} f(x)$.

Ahora, a partir de la definición de integral definida se tiene la expresión $\lim_{\|P\|\to 0}\sum_{k=1}^{n} f({x^*}_k)\Delta x_k$, en la que los objetos $\sum_{k=1}^{n} f({x^*}_k)\Delta x_k$ (suma de Riemann) y $\|P\| \to 0$ (norma de la partición), aparecen como si fueran entidades sin relación alguna.

Como atenuante a esta, como improbable tarea de descubrir procesos y elementos señalados, la definición de integral definida no es operativa, y su cálculo se reduce al manejo de reglas. Se da en esta situación algebrización del cálculo integral.

6. Conclusiones

El análisis realizado permite poner en evidencia la complejidad onto-semiótica de la definición del objeto integral definida.

Dado el lugar que ocupa este objeto en el desarrollo histórico de la matemática y por ende, al final de los contenidos mínimos del programa de Cálculo de primer año de la universidad, se encuentra en lo más alto de ese "edificio conceptual" que supone tener un cierto dominio de objetos precedentes, tales como: números reales, funciones, límites y derivadas; antes de abordar su estudio con éxito.

De las funciones semióticas que se ponen de manifiesto en la definición de integral definida, sobresalen aquellas que vinculan un objeto con una clase a la que no pertenece, es decir, del tipo FS2.2; y las que asocian elementos de clases diferentes, esto es, FS1.2.

La construcción misma de la definición de la integral definida ocupa un lugar importante en la labor del docente cuando se trata de precisar qué cosa es o cómo se obtiene conceptualmente este objeto de conocimiento. Esta definición es de tipo normativa, mientras que las prácticas matemáticas asociadas a la integral definida son de tipo actuativa- operativa, preferentemente, por lo que resulta difícil la aplicación de la definición a la resolución de situaciones problemas. En las prácticas actuativas existen una red de funciones semióticas que son establecidas por el docente y otras que quedan para que el alumno las realice. El análisis microscópido que se hizo de la definición de integral definida permite identificar conflictos semióticos potenciales, vinculados a funciones semióticas que quedan a cargo del alumno. Uno de ellos está dado por los procesos infinitos de sumas y de particiones, que dan como resultado un número real. El otro conflicto semiótico tiene que ver con el hecho de tomar normas que tiendan a cero y sin embargo se obtiene un número real, que es distinto de cero. Se trata preferentemente de funciones semióticas que vinculan entidades intensionales con las de otro tipo, incluyendo también las intensionales.

La configuración epistémica del objeto integral definida más habitual en los textos de Cálculo, sigue el enfoque por construcción, mediante sumas de Riemann, aunque finalmente prevalecen las prácticas que involucran el empleo de propiedades o reglas y del Teorema Fundamental del Cálculo, en especial.

7. Bibliografía

Bradley, G.L., y Smith, K.J. (1998). *Cálculo de una variable*, Volumen 1. Prentice Hall Iberia, Madrid.

Contreras A., Font, V., Luque, L. y Ordóñez, L. (2005). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25 (2), 151–186.

Contreras, A. y Ordóñez, L.(2006). Complejidad ontosemiótica de un texto sobre la introducción a la integral definida. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 9, (1), 65-84.

Font, V. (2000a). Procediments per obtenir expressions simbòliques a partir de gràfiques. Aplicacions a les derivades. Tesis doctoral, Universidad de Barcelona.

Inglada y Font (2003). Significados institucionales y personales de la derivada. Conflictos semióticos relacionados con la notación incremental. XIX Jornadas del SI-IDM. Córdoba.URL: http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cordoba_2003/IngladaFont.pdf

Godino, J.D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVI (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.

Godino, J.D.(2003).Teoría de las Funciones Semióticas Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Trabajo de investigación presentado para optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Godino, J.D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22, (2/3): 237–284.

Godino, J.D., Batanero, C., Font, V.(2009) Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Versión ampliada y revisada al 8/Marzo/2009 del artículo, Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education.*ZDM*. *The International Journal on Mathematics Education,* 39 (1-2), 127-135.

URL: http://www.ugr.es/local/jgodino

Godino, J. D. y Font, V. (2002). Algunos desarrollos y aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas. Anexo al artículo, Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22, (2/3): 237–284.

Godino, J. D., Recio, A. M.: Un modelo semiótico para el análisis de las relaciones entre pensamiento, lenguaje y contexto en educación matemática.URL:

http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/escorial/ponencia6.html

Contreras, A. y Ordoñez, (2006): Complejidad ontosemiótica de un texto sobre la introducción a la integral definida. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativaversión On-line ISSN 2007-6819versión impresa ISSN 1665-2436
Relime vol.9 no.1 México mar. 2006. URL:
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362006000100004
Wittgenstein L. (1999). Investigaciones filosóficas, Editorial Atalaya. URL:
http://www.uruguaypiensa.org.uy/imgnoticias/765.pdf

Análisis desde la educación matemática crítica de una experiencia inserta en un proyecto escolar interdisciplinario.

IGNACIO MARTÍNEZ
FABIANA KIENER
SARA SCAGLIA
ia.martinez1990@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Introducción

La construcción de sentido en las tareas escolares constituye una preocupación recurrente de la comunidad educativa. Los docentes y las instituciones se ven en la necesidad de crear nuevos espacios y propuestas en las cuales las expectativas e intereses de los estudiantes tengan puntos de encuentro con las experiencias escolares.

En educación matemática en particular, desde diferentes enfoques se ha analizado la construcción del sentido del trabajo matemático en el aula. Scaglia (2016) propone tres perspectivas para abordar esta problemática. Una primera perspectiva epistemológica retoma la Teoría Antropológica de lo Didáctico para hacer énfasis en la búsqueda de la razón de ser de los contenidos y prácticas matemáticas que se pretenden abordar en la escuela. Una segunda, que caracteriza como sociocultural, considera que la construcción de sentido está íntimamente ligada a las interacciones e intercambios entre los sujetos que participan en las experiencias educativas.

Una tercera perspectiva caracterizada como sociopolítica, está basada en los aportes de la Educación Matemática Crítica (EMC), cuyo principal referente es Ole Skovsmose. Desde este enfoque se considera que "para que los estudiantes adscriban significados a los conceptos que tienen que ser aprendidos es esencial proporcionar significado a la situación educativa en la cual los estudiantes están involucrados." (Skovsmose, 2005, p. 85). El aprendizaje es interpretado como una acción y las intenciones de los estudiantes como elementos significativos que conducen el proceso de aprendizaje.Este autor propone contextualizar las actividades matemáticas para que resulten significativas para los estudiantes, de modo que puedan discutir el significado de las tareas que llevan a cabo.

En nuestro país es posible dar cuenta de diferentes experiencias educativas que adoptan a la EMC como marco para el diseño, implementación y análisis de propuestas para el aula. Di Franco, Ferreyra y Di Franco (2016) describen propuestas curriculares diseñadas por futuros profesores en distintas disciplinas, que consideran el curriculum como un proyecto político encaminado a la formación integral de las personas. Pochulu, Abrate y Alcoba (2015) trabajan con estudiantes de carreras de ingenierías en las cátedras de Matemática desde la concepción de escenarios de investigación planteada por Skovsmose, a través del uso de tecnologías digitales, la resolución de problemas y actividades de modelización.

En el marco de estas consideraciones llevamos a cabo una adscripción en investigación cuyo objetivo general es realizar aportes desde la perspectiva de la EMC en un proyecto escolar interdisciplinario de la Escuela Primaria de la Universidad Nacional del Litoral. Los objetivos específicos son diseñar tareas en el marco de la EMC para incluir en un proyecto escolar interdisciplinario y analizar las intervenciones de los alumnos durante la implementación de las tareas propuestas desde la perspectiva teórica adoptada.En la presente ponencia analizamosla implementación y los resultados de una de las tareas desarrolladas.

Aportes teóricos

Desde la EMC, las matemáticas dejan de ser consideradas neutrales y se propone reflexionar sobre el rol de las mismas, puesto que son parte fundamental de las sociedades actuales y de la cultura tecnológica en la que estamos inmersos. Skovsmose considera que “la alfabetización matemática no sólo se refiere a unas destrezas matemáticas, sino también a la competencia para interpretar y actuar en una situación social y política que ha sido estructurada por las matemáticas” (2000, p. 4). Un aspecto importante de la EMC es el trabajo en base a proyectos, que son sumamente significativos como propuesta didáctica, ya que son considerados por el autor como parte de los “escenarios de investigación”.

Skovsmose (2000) presenta una tipología de clases de matemática (ambientes de aprendizaje) a partir de la consideración de dos aspectos: el tipo de referencia y la forma de organización de las tareas en la clase. De acuerdo al tipo de referencia, distingue las puramente matemáticas, las de la semirrealidad y las que implican situaciones de la vida real. La referencia a la que alude cada ambiente de aprendizaje está íntimamente ligada a los significados que se producen en la tarea matemática.Esto surge a partir de una reflexión acerca de las cuestiones que entrañan el *sig-*

nificado de un concepto matemático frente a las que están detrás del *significado de una tarea (matemática)* en el marco de la práctica educativa. Sostiene que para hacer significativa a la educación matemática, "es esencial establecer una organización que invite a los estudiantes a discutir el significado de sus diferentes tareas" (Skovsmose, 2005, p.88).

En cuanto a las formas de organizar las tareas en la clase, caracteriza los ambientes de aprendizaje según dos enfoques: el *paradigma del ejercicio* y los *escenarios de investigación*. En el primero sitúa las clases en las que los alumnos resuelven ejercicios que son determinados por una autoridad externa al aula. La organización de la actividad no da lugar a la exploración y explicación de los alumnos ya que la discusión sobre la relevancia del ejercicio no forma parte de la clase de matemática. "Una premisa centraldel paradigma del ejercicio es que hay una y una sola respuesta correcta" (Skovsmose, 2000, p.4). Un "escenario de investigación es una situación particular que tiene la potencialidad para promover un trabajo investigativo o de indagación" (Skovsmose, 2000, p.5), práctica que contrasta radicalmente con el *paradigma del ejercicio*.

> Un escenario de investigación invita a los estudiantes a formular preguntas y a buscar explicaciones. La invitación está representada en la expresión de la profesora ¿qué sucede si...? Y la aceptación de la invitación por parte de los estudiantes se puede reconocer por las expresiones ¡sí! y ¿qué puede suceder si...? De esta manera los estudiantes se involucran en un proceso de exploración. La pregunta de la profesora ¿y, por qué es que...? se convierte en un reto que los estudiantes parecen haber asumido cuando dicen ¡sí! ¿por qué será que...? Este reto los lleva a buscar explicaciones. Cuando los estudiantes se apropian del proceso de exploración y explicación de esta manera, se constituye un escenario de investigación que a su vez genera un nuevo ambiente de aprendizaje. En un escenario de investigación los estudiantes están al mando. (Skovsmose, 2000, p.8)

A partir de estas consideraciones, Skovsmose (2000, p.10) caracteriza seis ambientes de aprendizajes como muestra el siguiente cuadro.

		Según la forma de organización de la clase	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Según el tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Esta diferenciación no implica que cualquier actividad podrá enmarcarse estrictamente en un cierto ambiente de aprendizajeya que sus demarcaciones son amplias y difusas. Sin embargo, resulta una herramienta potente para pensar y analizar propuestas en la clase de matemáticadesde la perspectiva de la EMC.

Descripción del contexto y algunas cuestiones metodológicas

La Escuela Primaria de la UNL se propone como un centro educativo experimental innovador. Posee un horario extendido de 8 a 15 hs. que permite una organización del tiempo escolar más flexible y extensa. Cuenta con dos divisiones por cada grado escolar. En su plan pedagógico contempla la realización de dos o tres proyectos interdisciplinarios anuales en cada grado, en los que se abordan temáticas acordes a las edades e intereses de los alumnos.

En septiembre de 2016 realizamos una primera reunión con directivos y docentes de 7mo grado para tomar conocimiento de los temas y proyectos a desarrollar durante el resto del año. Nos informan acerca del proyecto interdisciplinario que estaba iniciándose con los dos cursos, denominado "Minga! Colectivo humano", cuyo objetivo era fortalecer el trabajo colectivo y comprender lo humano a partir de la diversidad.

Las discusiones en el marco de actividades del proyecto habían llevado a los niños a plantear en clase una preocupación por una noticia que en ese momento circulaba por distintos medios de comunicación, referida al muro que el candidato presidencial Donald Trump prometía construir y consolidar en la frontera entre México y Estados Unidos, en caso de ganar las elecciones. Esta cuestión llevó al equipo docente a plantear una reflexión en torno a los muros que, en distintas regiones del planeta y en distintas épocas, dividieron (y dividen aún) a grupos sociales por motivos de distinta índole (como políticos o religiosos). Deciden realizar en clase la lectura de la novela infantil "El Muro", de Klaus Kordon. Ésta narrala historia de dos niños de once y doce años (Angie y Matu) de Berlín que viven a distintos lados del muro durante la Guerra Fría y que establecen una amistad a partir de un mensaje en una botella lanzado al río Spree que atraviesa la ciudad.

Entre los temas matemáticos que los docentes proponen, seleccionamos el Sistema Métrico Legal Argentino (SiMeLA) y diseñamos cinco tareas para desarrollar en los dos séptimos, que contaban con 24 y 25 alumnos respectivamente. Las tareas fueron discutidas y consensuadas con las docentes de los cursos, así como la decisión de que uno de los autores de la ponencia estaría cumpliendo el rol de docente. Esto último se fundamenta en que, desde el punto de vista metodológico, el trabajo se enmarca en un experimento de enseñanza que Molina, Castro, Molina y Castro

(2011) caracterizan como una secuencia de episodios de enseñanza en los cuales intervienen investigadores-docentes, investigadores-observadores y estudiantes. Los investigadores asumen un rol fundamental en el escenario que se está investigando, interviniendo en él, lo cual rompe con la diferenciación entre investigadores, docentes y alumnos. El otro autor de la ponencia y el docente de cada curso asumen los roles de observadores-participantes.

Las clases fueron grabadas en audio mediante tres grabadores que se distribuyeron en el aula. Además se recogieron todas las producciones escritas y materiales elaborados por los alumnos.

Secuencia de tareas propuestas

Tarea 1

Parte 1. Con el objetivo de reflexionar en torno a la existencia de las magnitudes longitud, capacidad, masa y tiempo, se propone la lectura en clase de un fragmento (adaptado) de una de las cartas de Matu a Angie. Allí aparecen términos en idioma ruso que refieren a distintas unidades, múltiplos y submúltiplos de magnitudes del sistema, que los niños deben reemplazar por palabras en español que resulten coherentes con cada frase de la carta. En la puesta en común se agrupan las respuestas en el pizarrón según las magnitudes a las que pertenecen.

Parte 2. A través de una presentación en Power-Point, se describe la historia del sistema métrico decimal hasta llegar a las actuales definiciones de las unidades (trabajadas en la Parte 1).

Tarea 2

Parte 1. Para problematizar desde el punto de vista histórico la adopción del sistema de numeración decimal en el sistema métrico, se propone la lectura de una carta (adaptada) de los integrantes del Senado de la Revolución Francesa a un profesor de matemática(Caius) bajo las siguientes consignas: *¿Qué se dice de los sistemas de medición?; ¿Qué característica tiene el nuevo sistema elegido?; ¿Se utilizan aún hoy algunos de los viejos sistemas mencionados?*

Parte 2. Con el fin de revisar la medición del tiempo según el sistema sexagesimal se propone *identificar en fragmentos de la novela "El muro" las expresiones* *que hacen referencia a cantidades de tiempo, ordenarlas de mayor a menor y establecer equivalencias entre ellas*.

Tarea 3

Para trabajar las nociones de múltiplos y submúltiplos en el sistema decimal para la unidad de longitud, se entrega a cada niño una varilla de madera balsa y una cinta de papel de un metro de longitud (sin divisiones). Con el objetivo de evidenciar la necesidad del uso de submúltiplos, se plantea la siguiente consigna: Caius está preparando la primera clase de su curso de Aritmética Republicana y necesita construir un metro patrón para cada asistente. Consiguió maderas que miden 1 metro. Medí con ese metro la birome y el largo y ancho de tu banco. A partir de la discusión que se genera en torno a esta consigna, se propone a continuación: Transformar la varilla de madera en un metro, marcando los submúltiplos (hasta el cm).

Tarea 4

Parte 1. Para promover la interpretación de información textual mediante una representación gráfica bidimensional, se pide a los alumnos *realizar un croquis de la ciudad de Berlín* a partir de la lectura de un fragmento de la novela.

Parte 2.Con el objetivo de relacionar magnitudes, realizar estimaciones de tiempo y distancia y reconocer los supuestos implícitos en las herramientas tecnológicas, se propone *realizar la búsqueda mediante la aplicación GoogleMaps de las viviendas de los personajes principales de la novela*, dado que esa información formaba parte del relato.Esta parte de la tarea se realiza en la Sala de Informática de la escuela. Luego, en el aula común, se les da la consigna de *calcular el tiempo que le llevaría a un niño de la clase desplazarse caminando entre las viviendas de Matu y Angie*.

Tarea 5

Con el fin de reconocer la importancia de los sistemas de medición en situaciones reales, se propone *leer, por grupo, noticias (reales) que involucran hechos problemáticos en la utilización de medidas y analizar las razones, consecuencias y formas de evitar el inconveniente*. Luego, se solicita *exponer ante la clase lo analizado y discutido*.

Análisis de las resoluciones y discusiones durante la segunda parte de la tarea 4

De acuerdo a los objetivos de la investigación y considerando la riqueza de las intervenciones y hechos sucedidos en la implementación, realizamos un análisis de la segunda parte de la cuarta tarea. En este trabajo se observa cierta familiaridad con la aplicación y una rápida interpretación de las consignas. Si bien no es parte de la tarea, inmediatamente después de hallar la ubicación de cada domicilio los alumnos hacen uso de la herramienta Street View para observar cómo eran las viviendas de 'sus' personajes. Puesto que las direcciones se refieren a complejos habitacionales de tres y cuatro plantas, surgen cuestionamientos sobre cuáles de las ventanas serían las casas de los personajes. "Pasear" por las mismas calles que 'sus' personajes recorrían despertó un gran interés en la tarea.

Sin necesidad de muchas instrucciones, se solicita a los estudiantes que *hallen las distancias entre ambas viviendas a través de la herramienta Indicaciones de la aplicación*. Con esta herramienta, se pide que *observen el tiempo que GoogleMaps estimaparadesplazarse caminando de una a la otra*. A partir de esta estimación, se les preguntacómo hace la aplicación para realizar este cálculo. Los alumnos comienzan a realizar suposiciones sobre las circunstancias que influyen en el tiempo demorado. Algunos consideran que depende de qué tan rápido se camine, de la espera en las esquinas, del tiempo destinado para cruzar el muro. Los alumnos evidencian que la estimación del tiempo realizada por la aplicación web podría no aplicarse o ser incorrecta en la situación de los personajes, o incluso, de ellos mismos. A continuación, presentamos algunos pasajes de los registros de audios grabados en el curso A[i].

Docente 2: ¿Cuánto dice Google que van a demorar en ir caminando (de una casa a la otra)?

Alumnos: Dos horas, treinta y ocho minutos.

Docente 2: ¿Y cómo sabe GoogleMaps que van a demorar eso?

Alumno 1: Porque hace un promedio.

Docente 2: ¿(Un promedio) De qué?

Alumno 2: O sea, en realidad… vos no vas a hacer los mismos pasos que él. Sería como un caso intermedio sin parar ni una vez, algo que no sé si se podría hacer.

Alumno 3: No toma (en cuenta) los semáforos eso.

Alumno 4: ¡Pero va caminando!

Docente 1: Pero va caminando…

Alumno 2: Pero igual, (porque) cuando pasan los autos vos no podés cruzar.

Alumno 6: ¡Y no toma el muro, porque si estaba el muro tenía que pasar por la frontera y tenía que mostrar todo! Pero si no está el muro, vos pasas directamente.[…]

Docente 2: ¿Y el paso de qué persona es?

Alumnos: De una persona promedio

Docente 2: ¿Qué sería promedio?

Alumno 3: Que no es muy lento ni muy rápido. O sea, alguien normal, alguien aleatorio.[…]

Docente 1: ¿Y por qué la altura sería determinante de la velocidad con la que camina?

Alumno 1: Porque tiene piernas más largas.

Alumno 2: Porque tiene paso más largo.

Luego de estas discusiones, les proponemos*tomar el tiempo que ellos demorarían en caminar cinco metros*. Para esto, dos alumnos toman una cinta métrica y marcan en el piso cinco metros. Otros alumnos miden el tiempo utilizando un cronómetro. En el curso A, se mide el tiempo que un niño (Estéfano) del curso demora en recorrer esa distancia. En el curso B, se miden los tiempos para tres niños distintos (Maxi, Juli y Estanislao).

Con esa información los alumnos deben calcular el tiempo que cada niño tarda en recorrer caminando la distancia entre las viviendas de los personajes de la novela. La noción matemática que se pone en juego para calcular el tiempo es la proporcionalidad directa. Para ello es necesario poner en relación las medidas de tiempo y distancia, con sus respectivas unidades, trabajadas en tareas anteriores. En el caso de las medidas de distancia, discuten sobre la relación entre las magnitudes expresadas en unidades del SiMeLA. A continuación describimos las resoluciones obtenidas en cada curso.

Curso A

De las trece producciones escritas, once presentan el planteo correspondiente a un problema de regla de tres simple directa. En nueve de ellas se alcanza un resultado y las restantes quedan inconclusas. Dado que se trata de resoluciones similares nos centramos en la descripción de sólo una de ellas.

En la Figura 1 se observa el (clásico) planteo de una regla de tres, luego se expresa la incógnita en términos de los datos conocidos ($x = \frac{12700\ M\ .\ 5.07\ s}{5\ M} = 12.877{,}799\ s$). Posteriormente se retoma el último resultado, se plantean sucesivamente dos divisiones por sesenta y se expresa el resultado final ($3{,}5771633\ h$). Se evidencia el uso de la calculadora para resolver los cálculos.

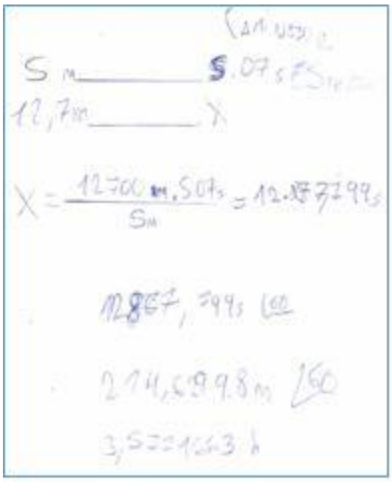


Figura 1.

En la puesta en común (registrada en audio), el primer grupo explicita el uso de la "regla de tres simple" y describe las transformaciones realizadas para hacer los cambios de unidades necesarios. El docente-investigador plantea al resto de la clase si están de acuerdo con el algoritmo utilizado, los niños responden afirmativamente y lo justifican enunciando nuevamente los cálculos que se necesitan para resolver la tarea. A continuación el docente pregunta si es posible expresar el resultado final en otras unidades de tiempo (minutos y horas). Los alumnos explican que es necesario dividir por sesenta para obtener el tiempo en minutos y repetir esta operación para obtener el tiempo en horas. Luego, el docente-investigador cuestiona si el resultado final está expresado en el sistema sexagesimal. Esta pregunta genera una discusión y los alumnos acuerdan que es necesario multiplicar la parte decimal de las horas por sesenta para obtener los minutos y repetir este procedimiento con respecto a los minutos para obtener los segundos.

Curso B

En este curso ningún grupo explicita el uso de la regla de tres. A continuación vamos a describir las resoluciones de dos grupos, que son representativas de las del resto, y que interesa retomar dado que utilizan diferentes unidades de medidas de longitud (metro y cuadra respectivamente).

Grupo 1: Como se muestra en la Figura 2, toman inicialmente el tiempo destinado por Juli para caminar cinco metros. A partir de allí multiplican ese valor por dos ($4{,}42 \times 2 = 8{,}84$), al resultado por diez ($8{,}84 \times 10 = 88{,}4$) y luego por 127 ($88{,}4 \times 127 = 11226{,}8$). A través de la notación en el centro de la Figura 2, podemos deducir que realizan una estimación del tiempo destinado para caminar una cuadra

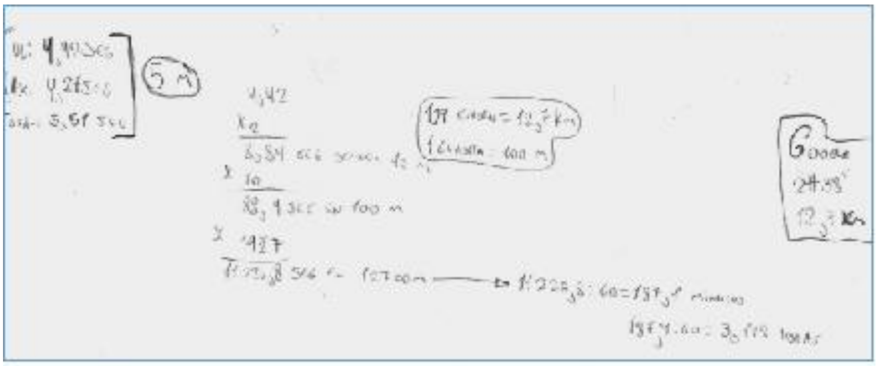


Figura 2.

(cien metros), para luego multiplicar por el número de cuadras correspondientes a 12,7 kilómetros (en la puesta en común estos niños afirman que 12,7 km equivalen a 127 cuadras).Para hallar el valor en horas, dividen por sesenta ($11226{,}8 : 60 = 187{,}1$) y expresan el tiempo en minutos; luego dividen nuevamente por sesenta para obtener el tiempo en horas ($187{,}1 : 60 = 3{,}118$). Se evidencia que realizan todos los cálculos con calculadora.

Grupo 2: Los niños (Figura 3) toman como referencia inicial el tiempo destinado por Maxi para caminar cinco metros. Luego hallan los segundos que demoraría en caminar cien metros, multiplicando por veinte el tiempo correspondiente a cinco metros ($4{,}27 \times 20 = 85{,}4$). Tomando este valor, multiplican por diez ($85{,}4 \times 10 = 854$) para obtener el tiempo que corresponde a 1 km y seguidamente por doce ($854 \times 12 = 10.248$). De esta manera calculan los segundos que demoraría en caminar doce kilómetros, es decir, la parte entera de la medida de distancia. Para calcular la parte decimal, retoman el valor del tiempo estimado para cien metros y lo multiplican por siete ($85{,}4 \times 7 = 597{,}8$). Para realizar el cambio de unidad de tiempo de segundos a horas, realizan los cálculos manualmente con algunas imprecisiones y borrones. Finalmente obtienen un valor aproximado ($3\ H$).

En la puesta en común, los niños describen los cálculos realizados y responden los pedidos de aclaración de los docentes, que en general refieren a la interpretación de los resultados en términos de las unidades involucradas en el problema. Nuevamente surge de los niños la afirmación acerca de que la división sucesiva por 60 permite expresar en horas el tiempo calculado inicialmente en segundos. Surge aquí una cuestión matemática interesante cuando un niño pregunta si en lugar de dividir dos veces por 60, "se puede dividir directamente por 120". El docente-investigador devuelve la pregunta al grupo-clase, los niños dudan, uno de ellos plantea la división por 120 con la calculadora y dice que no da lo mismo. Reconocen que

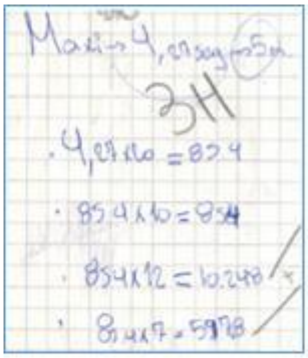


Figura 3.

si se divide un número por 60 y luego nuevamente por 60 dará un número "más chico" que si se divide por 120, porque dividir dos veces por 60 implica dividir por 60x60, que es diferente a 120. En este curso se alcanzan distintos resultados finales (3 h; 3,118 h; 3,11 hs). Cuando el docente-investigador pregunta a qué se deben estas diferencias, los niños lo atribuyen a que trabajaron con distintos valores iniciales (por ejemplo, Juli demoró más tiempo que Maxi en recorrer los 5 m).

Discusión de resultados

Si bien nuestro propósito inicial ha sido situar la propuesta en un ambiente de aprendizaje de tipo (4), es decir, un escenario de investigación tomando como referencia la semirrealidad, no es posible caracterizar la experiencia en esos términos. Oportunamente se consideró que los alumnos a través de los enunciados podrían desarrollar un trabajo suficientemente reflexivo y creativo en el tiempo estipulado con anterioridad para dicha tarea. Sin embargo, las consignas (muy pautadas) de la cuarta tarea no propiciaron un escenario de investigación genuino.

Si bien los niños fueron partícipes activos de las discusiones y obtuvieron su propia estimación del tiempo, faltó espacio para la generación de estrategias autónomas. Las resoluciones estuvieron centradas en el cálculo directo a partir de los datos conocidos y no se tuvieron en cuenta las consideraciones analizadas por ellos mismos acerca del contexto. Por ejemplo, en las puestas en común no surgió reflexión alguna en torno al tiempo que podría demorar la obligación de detenerse en el paso fronterizo (que permitía pasar de la parte oriental de Berlín a la occidental, y viceversa). Creemos que la consigna que debería haberse evitado es el pedido de que calculen el tiempo que un niño de la clase tarda en recorrer cinco metros. Una de las razones que motivaron esta decisión estuvo asociada a la necesidad de no extender los tiempos destinados al desarrollo de la propuesta.

En cuanto a las referencias que atribuyen significado a los conocimientos matemáticos en el sentido de Skovsmose (2005), consideramos que la propuesta didáctica y la participación de los alumnos generaron un ambiente propicio para el trabajo en el marco de la semirrealidad. La temática del proyecto interdisciplinario, la cercanía con los personajes (de la misma edad que los niños y con un lenguaje cercano), el interés generado por el uso de la aplicación configuran un contexto propicio para la construcción de significado. En particular, a partir de la utilización de la aplicación web y la ubicación de las viviendas de los personajes de la novela, los alumnos realizaron sus propias indagaciones, exploraron con otras herramientas, establecieron vínculos con lo narrado y se involucraron activamente en la tarea. Esto favoreció el establecimiento de vínculos entre la ficción y la realidad y el uso de la herramienta tecnológica para dar respuesta a las preguntas planteadas por los docentes.

Así, la construcción de significado en torno a las magnitudes y unidades del SiMeLA se vio favorecida a partir de la referencia de semirrealidad surgida de la historia narrada en la novela y de la observación a través del GoogleMaps de las viviendas de los personajes. La proporcionalidad directa se constituyó en el modelo matemático que propició la resolución de la tarea.

Reflexiones finales

A la luz de las discusiones anteriores, nos interesa destacar algunas reflexiones referidas a la interpretación de lo ocurrido en clase desde la EMC.

Con respecto a la organización de la clase, situamos la experiencia en un punto intermedio entre el paradigma del ejercicio y los escenarios de investigación. En efecto, si bien se evidencian producciones diferentes, todas rondan en torno a la aplicación del modelo de proporcionalidad directa para estimar el tiempo aproximado requerido para caminar de una vivienda a la otra, a partir del dato (sugerido por los docentes) de calcular el tiempo que demora un niño de la clase en recorrer cinco metros. Si se hubiera pedido sin mayores especificaciones que determinen el tiempo que un niño de la clase tardaría en recorrer la distancia que existe entre las viviendas de Angie y Matu (los personajes de la novela), habrían necesitado diseñar estrategias propias y (posiblemente) diversas.

De acuerdo al tipo de referencia, la experiencia se sitúa en un ambiente de semirrealidad, que consideramos altamente propicio para que los alumnos atribuyan significado a las acciones realizadas en el marco de las tareas. Skovsmose (2005) sostiene que la estructuración de la actividad en un marco adecuado colabora en hacer las tareas significativas para los estudiantes. Es claro, dice el autor, que esto no garantiza una educación exitosa, pero supone considerar a los niños como personas que actúan, y los invita a involucrarse como aprendices: toman decisiones sobre qué hacer, deciden hacer algunos cálculos, omitir otros. En suma, adoptan un rol activo en la construcción de sus conocimientos.

Bibliografía

Di Franco, N.B., Ferreyra, N. y Di Franco, M.G. (2016). Prácticas educativas en matemática desde perspectivas sociopolíticas. La ESI y los DDHH como ambientes de aprendizaje y como escenarios de investigación. *Praxis educativa*, 20(2), 41-57.

Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias, 29(1)*, 075–088.

Pochulu, M., Abrate R. y Alcoba, M. (2015). Una experiencia con escenarios de investigación para la alfabetización matemática en carreras de ingeniería. En J. Asenjo, O. Macías y J. C. Toscano (Coord.), *Memorias del Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. Disponible en:
http://www.oei.es/historico/congreso2014/16memorias2014.php

Scaglia, S. (2016). Reflexiones sobre la construcción de sentido en la formación inicial del profesor de matemática. En L. Rico Romero, M. C. Cañadas Santiago, A. Marin Del Moral yM. T. Sánchez Compaña (Eds.), *Investigaciones en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Moisés Coriat* (pp. 241-251). Granada: Comares.

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA, 6(1)*, 3-26.

Skovsmose, O. (2005). Meaning in Mathematics Education. En J. Kilpatrick, C. Hoykles y O. Skovsmose (eds), *Meaning in Mathematics Education* (83- 104). New York: Springer.

i. De aquí en adelante, distinguimos los cursos como A y B.

Pósteres

Desempeño de los estudiantes en problemas de desigualdad matemática.

MICAELA MAZZOLA
micamazzola@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias, UNL.

Introducción

En el trabajo de tesis, titulado "Rupturas en el tratamiento de las desigualdades matemáticas", Bernardis (2015) describe una investigación realizada con ingresantes de la carrera de Profesorado en Matemática. En la misma detecta fenómenos matemáticos que son organizados por el concepto de desigualdad y describe las características del *objeto mental desigualdad* construido por los estudiantes mencionados.

En base a dicha tesis y bajo la idea de que este objeto mental se va reelaborando y complejizando a lo largo de la historia académica del estudiante, diseñamos una investigación cualitativa bajo la modalidad de estudio de caso, focalizando la investigación en el análisis de las producciones de los estudiantes que se encuentran en el segundo ciclo de la carrera Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional del Litoral.

El objetivo de nuestra investigación escaracterizar el *objeto mental desigualdad* elaborado por los estudiantes mencionados (primera etapa)y analizar su influencia en el tipo de abordaje de problemas en los que están involucradas las desigualdades (segunda etapa). En esta comunicación nos centramos en la segunda parte del objetivo. Presentamoslos resultados obtenidos por los alumnos durante la resolución de dos problemas.

Marco teórico

Siguiendo las ideas de Freudenthal (1983), los objetos matemáticos surgen en la práctica matemática como medios de organización de los fenómenos tanto del mundo real como de las matemáticas es decir, de los objetos de nuestra experiencia matemática con el mundo real, físico, cotidiano. Bernardis (2015) identifica tres fenómenos matemáticos para los cuales la desigualdad es un medio de organización: ordenación, especificación y generalización.

Comenta la autora que el fenómeno de ordenación está presente en la necesidad de comparar y ordenar, es decir, la desigualdad como una relación que cumple con ciertas propiedades (tricotomía y transitividad). El de generalización, se presenta en la necesidad de demostrar la validez de una propiedad que es cierta para todos los valores posibles de la variable. Por último, el de especificación se presenta en la búsqueda del(los) valor(es)que verifican la condición de desigualdad.

Freudenthal introduce la terminología objeto mental/concepto que utilizamos aquí. Ambos términos se constituyen como medios de organización de fenómenos: como los conceptos matemáticos son medios de organización de fenómenos para una cultura, los objetos mentales son medios de organización de fenómenos para una persona concreta, elaborados a través de sus experiencias. El objeto mental está bien constituido si puede organizar todos los fenómenos correspondientes esto es, si son capaces de dotar de significado de forma afortunada todas las situaciones en que hayan de usar ese concepto matemático.

Siguiendo a Douady (1986) un concepto matemático puede intervenir en distintos marcos. Un marco está constituido de objetos de una rama de la matemática, de las relaciones entre éstos, de formulaciones diversas y de las imágenes mentales asociadas a esos objetos y a esas relaciones. Al incluir las imágenes mentales en la definición de marco se está atribuyendo a dicha noción una dimensión individual, y en cierta medida, una relatividad personal del significado de los objetos matemáticos.

Según Bernardis (2015) los fenómenos organizados por la desigualdad pueden ser expresados en diferentes marcos: algebraico, geométrico y funcional. En cada uno de los marcos los fenómenos toman significados distintos que permiten dar cuenta del objeto mental.

Metodología y sujetos de estudio

En este trabajo utilizamos una metodología de tipo cualitativa (McMillan y Schumacher, 2005). En el marco de esta modalidad, llevamos a cabo una investigación interactiva como es el caso de las producciones de los estudiantes. Según las fuentes la investigación interactiva es empírica o de campo, ya que el origen de los datos se encuentra en información de primera mano, proveniente de las encuestas. Así, el instrumento de recolección de datos que utilizamos es un cuestionario con el objetivo de recolectar información sobre la influencia de los objetos mentales elaborados por los estudiantes en el tipo de abordaje de problemas en los que están involucradas las desigualdades.El cuestionario utilizado consta de dos problemas cuyos enunciados presentamos a continuación:

Problema 1:Si el producto entre dos números reales positivos es igual a 1, [a] ¿Qué valores puede tomar la suma entre estos dos números? [b] Justifica la validez de lo afirmado en (a) [c] ¿Para qué números cuyo producto es igual a 1, su suma es menor que 3?
Problema 2: [a] Entre todos los triángulos rectángulos con hipotenusa dada, ¿Cuál tiene mayor área? [b] Justifica la validez de lo afirmado en (a) [c] ¿Para qué triángulos cuyas hipotenusas son iguales a 5, el área es menor que 4?

Según el número de individuos, se trata de un estudio de casos. Aplicamos ambos problemas a un total de 13 estudiantes de las cátedras “Variable Compleja y Ecuaciones Diferenciales” y “Taller de Resolución de Problemas” del Profesorado de Matemática. Ambas cátedras se encuentran en el segundo ciclo de la carrera, en su tercer y cuarto año respectivamente.

Resultados obtenidos

Consideramos que las relaciones entre objeto y fenómenos las encontramos a la hora de abordar la tarea por parte de los estudiantes: en las destrezas, los razonamientos y las estrategias que deben desarrollar para identificar la situación matemática que corresponde al problema. A fin de expresar ese fenómeno en términos de uno o más marcos, resolver el problema o interpretar el fenómeno dentro de esos marcos, traducir la solución o la interpretación en términos del fenómeno y verificar esa solución o interpretación. Estas cuestiones nos dan evidencias del tipo de condicionamientos para abordar los problemas de acuerdo a las características del objeto mental construido por los estudiantes.

Las situaciones relacionadas con el fenómeno de la ordenación las encontramos en los ítems [a] de los problemas 1 y 2. Para el problema 1, consideramos como respuesta correcta que si el producto entre dos números positivos es igual a 1, la suma entre ambos números puede tomar valores mayores o iguales a 2. Para el problema 2, consideramos como respuesta correcta que entre los triángulos rectángulos con hipotenusa dada, el de mayor área es el isósceles.

Asimismo, las situaciones relacionadas con el fenómeno de la generalización las encontramos en los ítems [b] de ambos problemas. Para ambos ítems, esperamos que los alumnos utilicen las desigualdades para expresar su validez para todos los elementos del recinto de valores admisibles. Por último, en los ítems [c] de los problemas encontramos las situaciones relacionadas con el fenómeno de especificación. En el problema 1, las condiciones pedidas conducen a la desigualdad $x + {}^{1}/_{x} < 3$, siendo x un número real positivo. Para el problema 2, se conduce a la desigualdad $\frac{1}{2}x\sqrt{25 - x^2} < 4$, siendo x la longitud de uno de los catetos de los triángulos rectángulos. Esperamos que los alumnos identifiquen el dominio de validez de estas desigualdades.

En este trabajo nos centramos en el estudio de las respuestas a partir de la descripción de las estrategias utilizadas en cada trabajo, analizando los marcos empleados. A través de los siguientes gráficos comparativos observamos las frecuencias obtenidas en cada pregunta, según las respuestas correctas e incorrectas en cada marco.

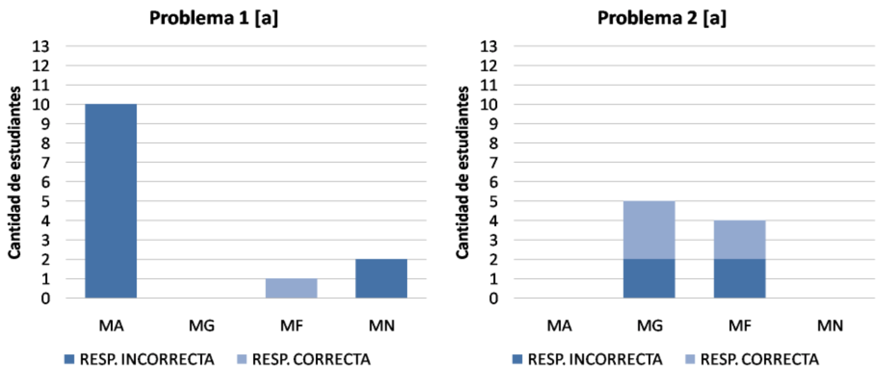


Figura 6: Marcos utilizados por los estudiantes en la resolución de los problemas 1 [a] y 2 [a] (ordenación). MA: marco algebraico; MG: marco geométrico; MF: marco funcional; MN: marco numérico.

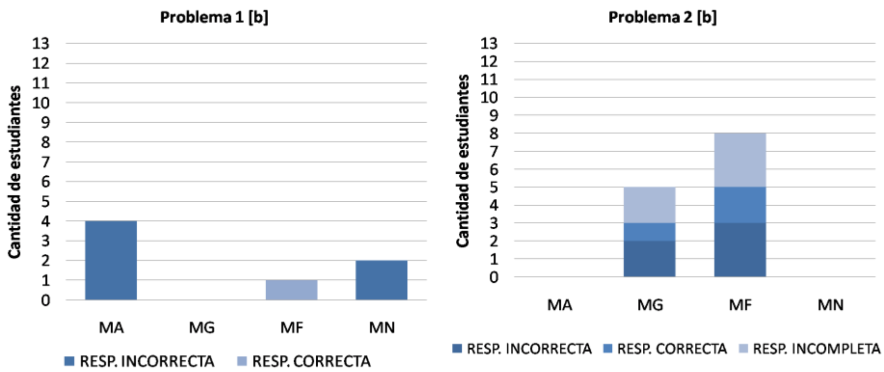


Figura7: Marcos utilizados por los estudiantes en la resolución de los problemas 1 [b] y 2 [b] (generalización). MA: marco algebraico; MG: marco geométrico; MF: marco funcional; MN: marco numérico.

Resultados principales sobre las respuestas al Problema 1[a] y [b]

Para los ítems [a] y [b], del problema 1 se utilizan los marcos algebraico, funcional y numérico. Se observa que predominan las resoluciones en el marco algebraico. Claramente, los sujetos siguen un mandato escolar e intentan resolver en el marco algebraico. Más aún en el caso del problema 1 porque el enunciado permite una traducción sencilla a dicho marco. Sin embargo, las resoluciones en este marco junto con las del marco numérico resultan incorrectas. En cambio la resolución en el marco funcional resultó ser la única correcta.

Entre las respuestas dadas para el ítem [a], más de la mitad de los estudiantes (54%) no dan como resultado una desigualdad, sino que establecen una expresión algebraica como los valores de la suma de los números en cuestión: $\frac{x^2+1}{x}$, siendo x un número real positivo. Entre los estudiantes que establecen una desigualdad, es importante destacar que la mayoría lo hace incorrectamente, sólo uno establece la desigualdad correcta.

Resultados principales sobre las respuestas al problema 2 [a] y [b]

Para los ítems [a] y [b] del problemas 2 se utilizan los marcos geométrico y funcional. Como el problema es presentado dentro del marco geométrico, era de esperar que los alumnos trabajen dentro de éste. Sin embargo, las resoluciones en el marco funcional prevalecen sobre las que se realizan en el marco geométrico.Específicamente, 8 de 13 estudiantes (61,5%) reconocen al problema 2 como un problema de optimización de funciones. Por ello, para dar respuesta al ítem [a] y justificar dicha respuesta (ítem [b]) utilizan el Cálculo Diferencial, dado que una de sus aplicaciones fundamentales es la resolución de este tipo de problema. Sin embargo, de estos 8 estudiantes sólo 2 (25%) obtienen la solución correcta, mientras que el resto, 3 resuelven incorrectamente (37,5%) equivocándose al derivar o al utilizar el criterio de la derivada para hallar máximos y mínimos de funciones. Los otros 3 estudiantes resuelven de manera incompleta (37,5%), enuncian lo que deberían continuar haciendo pero no lo realizan.

Esto indica que la mayoría de los alumnos de la muestra resuelve problemas de máximos y mínimos mecánicamente, utilizando las herramientas del cálculo diferencial, es decir, derivando la función que se quiere optimizar, buscando los valores críticos y aplicando los criterios de la derivada primera o de la derivada segunda para determinar los valores extremos.

Por otro lado, 5 de 13 estudiantes (38,5%) intenta resolver este problema de máximos sin usar el cálculo diferencial y lo hacen en el marco geométrico. De ellos, 3 estudiantes (60%) obtienen la respuesta del ítem [a] correctamente. Sin embargo, 2 de ellos utilizan estrategias basándose en dibujos particulares y en ejemplos; por lo que, sólo un alumno logra generalizar apoyándose en propiedades geométricas.

En ambos ítems de los problemas 1 y 2 las respuestas correctas no alcanzan el 50% del total de los encuestados. No obstante, para el problema 1, es menor el porcentaje de alumnos (8% en cada ítem) que llegan al resultado correcto, mientras que en el problema 2 los alumnos que lo intentan son más exitosos (38% y 23% respectivamente). Se puede decir que esto se debe a la familiaridad de los alumnos hacia los problemas de optimización y el Cálculo Diferencial. Sin embargo, el Problema 1 también se puede interpretar como un problema de optimización. Esto indica que los alumnos mecanizan o automatizan un proceso sin tener una comprensión cabal de las ideas y conceptos que están detrás, sino que responden a "palabras claves" que los remiten a tales procesos.

Resultados principales sobre las respuestas al problema 1 [c] y 2 [c]

La figura 3 muestra que en el ítem [c] del problema 1 se utilizan los marcos algebraico, funcional y numérico. Asimismo, en el problema 2 se utilizan los marcos algebraico, funcional y geométrico. Sin embargo, en ambos problemas predominan ampliamente las resoluciones en el marco algebraico con respecto a los demás marcos.

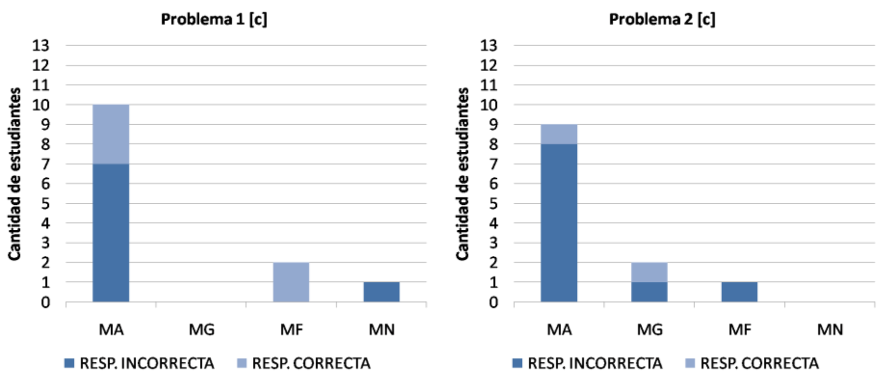


Figura 8: Marcos utilizados por los estudiantes en la resolución de los problemas 1 [c] y 2 [c] (especificación): MA: marco algebraico; MG: marco geométrico; MF: marco funcional; MN: marco numérico.

En ambos problemas las respuestas correctas al ítem [c] resultaron un 38% y 15% en ambos problemas. Al tratarse de expresiones polinómicas de grado mayor que uno es posible factorizarlas y encontrar diversas maneras de expresarla. Sin embargo, algunos alumnos no perciben esto y plantean inecuaciones equivalentes que no les permiten hallar el conjunto solución. En consecuencia, obtienen un conjunto solución incorrecto a partir de probar numéricamente. Asimismo, encontramos alumnos que plantean una factorización errónea o alumnos que, hallando la factorización correcta dan un conjunto solución erróneo.

Consideraciones finales

A partir de las características del *objeto mental desigualdad* elaborado por los estudiantes, obtenidos en la primera etapa de la investigación y de los resultados presentados en este artículo, enunciamos su influencia en el tipo de abordaje de problemas en los que están involucradas las desigualdades:

(1) Al considerar a la desigualdad como un símbolo, los estudiantes se encuentran en dificultad frente a problemas no estándar. En particular, resulta difícil de tratar la desigualdad desde el punto de vista global, como objeto matemático. Esto se evidencia en las dificultades que surgieron para expresar las comparaciones por medio de desigualdades en el problema 1. En relación con lo planteado por Borello y Lezama (2011) las prácticas matemáticas que le dan sentido a la desigualdad como son la acotación y la comparación han ido desapareciendo quedando totalmente en la sombra, evidenciando una tendencia a prescindir de cualquier asunto de orden, que es lo que permite establecer una desigualdad sobre un conjunto.

(2) Al considerar la desigualdad como un proceso algebraico, se encuentra en los estudiantes una tendencia a resolver a través de manipulaciones algebraicas aun así cuando resolver de esta forma se constituye en una dificultad.

(3) A pesar de que los estudiantes asocian a la desigualdad con su conjunto solución, se evidencian dificultades para hallarlo. Los marcos como el geométrico o el funcional, forman parte integral del proceso de solución al proporcionar una presentación visual de la(s) solución(es). Sin embargo la mayoría de los alumnos resuelve en el marco algebraico y no utilizan otras herramientas abordadas en la carrera.

Bibliografía básica

Bernardis, S.(2015).*Rupturas en el tratamiento de desigualdades matemáticas*. (Tesis de maestría no publicada). Facultad de Humanidades y Ciencias (UNL). Santa Fe.

Borello, M. y Lezama, J. (2011). Hacia una resignación de las desigualdades e inecuaciones a partir de las prácticas del profesor. En Lestón, P. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (921-929). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Douady, R.(1986).Jeux de cadres et dialectiqueoutilobjet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5.

Freudenthal, H. (1983).*Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Boston: Reidel Publishing Company.

Mcmillan, J.H. y Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa*. 5° edición. Madrid: Pearson. Addison Wesley.

Una propuesta didáctica que propicia el trabajo con ideas estocásticas fundamentales y el razonamiento inferencial informal.

LARISA ZILLONI
LILIANA TAUBER
larii_zilloni@hotmail.com / estadisticamatematicafhuc@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral.

Introducción

A partir de trabajos anteriores, realizados en el marco del proyecto CAI+D: "La inferencia informal como objetivo central de la educación estadística en estudiantes universitarios", hemos identificado una serie de conceptos asociados a ideas fundamentales del razonamiento informal y de la inferencia estadística informal, estableciendo categorizaciones de dichos conceptos de acuerdo al grado de influencia sobre la comprensión de estas ideas fundamentales (Bianchi y Tauber, 2014; Gioria, 2015). Es así que en dichos trabajos sugerimos que, además de abordar las ideas de aleatoriedad y variabilidad, otras ideas que son fundamentales a la hora de construir una propuesta de enseñanza sobre inferencia estadística basada en un enfoque informal son las de muestreo y distribución. Por otra parte, a través de experiencias previas (Tauber, 2014), hemos detectado un escaso nivel en la formación estadística de los profesores de matemática. Esto evidencia un grave problema, fundamentalmente si consideramos que la educación estadística puede brindar elementos importantes para el pensamiento crítico de cualquier ciudadano. Como consecuencia de este análisis previo de la situación, consideramos que es importante elaborar y analizar propuestas de actividades que propicien la relación entre ideas estocásticas fundamentales, teniendo como premisa generar razonamientos informales que tengan un gran potencial para poder construir paso a paso los fundamentos conceptuales de la inferencia estadística.

Metodología

Este trabajo se enmarca en una investigación de tipo exploratoria y descriptiva (McMillan y Schumacher, 2007), ya que éstas permiten determinar tendencias y producir información para investigaciones posteriores. Una de las técnicas metodológicas que utilizamos es el *análisis de contenido*, que se define como el estudio de las comunicaciones humanas materializadas, tales como los libros, los sitios web, las producciones escritas, etc. Es así que examinamos un texto, que corresponde a la propuesta didáctica que elaboramos. El análisis de contenido no es una teoría, sólo un conjunto de técnicas, por lo que es imprescindible que la técnica concreta utilice una teoría que dé sentido al análisis y a los resultados. Es por ello que, a continuación describimos los elementos más relevantes del marco teórico en el que basamos nuestro análisis.

Marco teórico

Siguiendo a Zieffler, Garfield, Delmas y Reading (2008), indicamos que la Inferencia Estadística corresponde a la teoría, métodos y práctica de hacer juicios acerca de una población con base en la información que proporciona una muestra aleatoria. Asimismo, la Inferencia Estadística Informal (IEI) es un modo de razonar que está a medio camino entre el análisis exploratorio de datos (AED) y la inferencia estadística formal. Es así que definimos al Razonamiento inferencial informal (RII), como la forma en la que los estudiantes usan sus conocimientos para hacer y sustentar inferencias estadísticas sobre una población desconocida, basadas en muestras observadas y sin utilizar métodos o técnicas formales de la estadística inferencial formal.

A partir de estas consideraciones, hemos diseñado una propuesta didáctica que nos permita obtener información sobre los tipos de razonamientos informales que se podrían poner en juego cuando se resuelven tareas que implican la IEI. Es así, que en este punto se hace indispensable identificar estos razonamientos, y para ello seguiremos la categorización realizada por Wild y Pfannkuch (1999), la cual describimos brevemente a continuación:

- ***Reconocer la necesidad de los datos***: muchas situaciones de la vida cotidiana sólo pueden ser comprendidas a partir del análisis de datos recogidos en forma adecuada. La experiencia personal o la evidencia de tipo anecdótico no es fiable y puede llevar a confusión en los juicios o toma de decisiones. Se trata de basarse en la evidencia proporcionada por los datos empíricos que sean fiables.
- ***Transnumeración***: utilizamos este término para referirnos a la comprensión que surge al cambiar la representación de los datos; por ejemplo, al pasar de una lista de valores seleccionados al azar a un resumen

gráfico adecuado en el que puedan visualizarse el rango o la moda, entre otros. Podemos hablar de tres tipos de transnumeración: (1) la que se produce al definir una medida que "captura" las cualidades de un cierto fenómeno; por ejemplo, cuando utilizamos una escala de actitudes para "medir" la actitud hacia la estadística de un grupo de estudiantes; (2) al pasar de los datos brutos a una representación tabular o gráfica que permita extraer sentido de los mismos y, (3) al "traducir" el significado que surge de los datos en forma que sea comprensible a otras personas; por ejemplo, cuando explicamos en forma simplificada las conclusiones que se deducen de un gráfico.

- ***Percepción de la variación***: Como hemos indicado, la variabilidad aleatoria es una idea fundamental en estadística. Un componente del razonamiento estadístico es la identificación de las fuentes que producen dicha variación, que pueden ser la propia medida, los datos, el muestreo, el análisis o aquella producida por factores específicos (como la diferencia de altura entre chicos y chicas) y otros que no quedan explicados. El razonamiento estadístico permite buscar explicaciones y causas para la variación y realizar inferencias y predicciones, con un cierto margen de error, teniendo en cuenta la variación no explicada o aleatoria.
- **Razonamiento con modelos estadísticos**: Al igual que en otras áreas de la matemática, el trabajo estadístico es esencialmente un proceso de modelización, la principal diferencia es la presencia de aleatoriedad, así como la relevancia que adquieren los modelos probabilísticos.
- **Integración de la estadística y el contexto**: Debido a la importancia que adquiere el contexto, la capacidad de integrarlo es también un componente esencial del razonamiento estadístico. Este tipo de razonamiento aparece en las fases iniciales (planteamiento del modelo) y finales (interpretación del modelo en la realidad) del ciclo de modelización.

Considerando esta categorización, las ideas estocásticas fundamentales y la necesidad de construir propuestas para la enseñanza de estadística que introduzcan asistentes didácticos informáticos y manipulables, es que elaboramos la actividad que presentamos a continuación.

Objetivos Generales

La identificación de los elementos principales de nuestro marco teórico nos ha permitido delimitar los objetivos generales que perseguimos en el presente trabajo:

- Presentar una propuesta de enseñanza para el aula de secundaria que permita construir significados acerca de las ideas fundamentales de aleatoriedad, variabilidad, distribución y modelo.
- Realizar un análisis de contenido, basado en la caracterización de razonamientos informales, que puedan observarse al desarrollar una actividad que integra conceptos del AED y la IEI.

Propuesta Didáctica

Para iniciar la tarea les pedimos que se organicen en grupos de tres y que luego designen quién será el jugador A, B y C. Una vez identificados, en cada grupo, elijan dos números enteros consecutivos entre 0 y 15 y escríbanlos en dos papelitos diferentes. En la cajita que se les ha repartido a cada grupo, introduzcan los papelitos con los dos números que han elegido.

Parte 1. Indagamos acerca de las ideas previas de los alumnos

Saquen de la caja un papelito, anoten el resultado y devuélvanlo a la caja, vuelvan a sacar nuevamente otro papelito y anoten el resultado.

Ahora definimos que: X es el entero menor que han seleccionado e Y es su consecutivo.

Tomando esto de referencia y según los resultados que han obtenido, vamos a considerar que, si obtuvieron:

- *X e Y, entonces gana A*
- *X y X, entonces gana B*
- *Y e Y, entonces gana C*

Si repitieran 5 veces este procedimiento, ¿qué jugador creen que ganará? ¿Por qué?

Ahora, repitan el procedimiento 5 veces y resuman los datos obtenidos. ¿Quién ganó? ¿Pudieron verificar lo que pensaban?

Si repitieran la selección 100 veces ¿Creen que seguirá ganando la misma persona que antes? ¿Por qué?

Parte 2. Contrastamos las ideas previas con los datos empíricos

Repitan 100 veces el procedimiento pero, en esta oportunidad y para hacerlo más rápido, utilicen el siguiente asistente: "Simulador de Cajas", ingresando en la siguiente página http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_146_g_3_t_5.html?open=instructions&from=topic_t_5.html. ¿Qué información deberíamos insertar en la caja del simulador para que represente la extracción de papelitos?

¿Qué ocurrió luego de repetir 100 veces la selección en estas condiciones (con reposición)? Si observan lo ocurrido entre todos los grupos, ¿hubo alguno de los integrantes (A, B o C) que haya ganado más veces? ¿Por qué les parece que esto puede suceder?

Parte 3. Modificamos las condiciones iniciales del experimento aleatorio y analizamos tendencias en los resultados empíricos.

Si suman los números que salieron seleccionados al azar, seguramente obtuvieron un número par o uno impar. ¿En qué situación obtienen el par y en qué situación el impar?

Entonces, ahora podríamos cambiar las condiciones iniciales de la situación aleatoria y nos centraremos en analizar qué ocurre si definimos al ganador de la siguiente forma:

Gana A, si la suma de las dos extracciones es un número impar, que llamaremos a = X+Y.

Gana B, si la suma es un número par que llamaremos b = X+X.

Gana C, si la suma es un número par que llamaremos c = Y+Y, el cual verifica la siguiente condición: *b*<*c* dado que X<Y (de acuerdo a la definición inicial que dimos de X e Y).

Considerando estas nuevas condiciones, ¿quién creen que será el ganador? ¿Por qué?

Ahora utilicemos el simulador considerando los números *a, b y c,* de tal manera *que* para podamos extraerlos aleatoriamente. Hagan clic en el botón iniciar y esperen a seleccionar el botón pausar cuando el indicador de "Cantidad de Selecciones" llegue a 5. ¿Qué cantidad de veces gana cada uno de los jugadores?

Repitan el procedimiento anterior para 10 extracciones. Anoten y resuman los datos obtenidos.

¿Quién ganó esta vez? ¿Se obtuvieron resultados parecidos a los obtenidos a partir de la extracción manual de la caja? ¿Por qué piensan que sucedió esto?

¿Todos los jugadores tienen la misma posibilidad de ganar? ¿Por qué?

Parte 4. Comparamos la distribución de frecuencias con la distribución teórica de referencia

¿Qué sucede cuando se tilda la opción "Mostrar probabilidad Teórica"?

¿Se aproximan a esta probabilidad cuando realizamos 100 extracciones o más?

Parte 5. Seguimos modificando las condiciones iniciales de la situación aleatoria para introducir un modelo de referencia y analizar las características de un modelo de probabilidad particular: el modelo binomial. Comenzamos a conectar ideas informales con procesos que poco a poco buscan la formalización Supongan ahora que sólo nos interesa saber la cantidad de veces que gana el jugador A. (Si B o C ganan, se considera que A no ganó) En tu grupo, observando los datos obtenidos para las 10 extracciones, ¿qué jugador ganó más veces? ¿Coincide con el jugador que tiene mayor probabilidad? ¿Por qué si o por qué no? A partir de la comparación realizada entre todos los grupos del aula, hagan un resumen donde se observe la cantidad de veces que gana o que no gana A y describan las regularidades que encuentren entre todos los resultados. ¿Por qué eligieron el resumen que han utilizado? Si realizas 100 extracciones o más, ¿Se sigue manteniendo la tendencia observada con 10 extracciones? Analiza diferencias o similitudes. Parte 6. Iniciamos las conexiones entre ¿Cómo es la probabilidad de que no gane el jugador A respecto a la probabilidad de que gane? ¿Por qué piensas que hay diferencias? ¿Podríamos indicar alguna manera de saber cuál es la probabilidad de que Gane A para 15 extracciones sin necesidad de realizar la simulación? ¿Y para 140? ¿Cómo podríamos hacerlo?

Resultados alcanzados

Es necesario aclarar que las actividades propuestas, aún no han sido implementadas, por lo cual no podemos hablar de resultados en ese sentido. Pero sí podemos indicar que, dado que el presente trabajo forma parte de las tareas programadas en el plan de trabajo de una adscripción en investigación desarrollada por una de las autoras, el resultado de este trabajo es la elaboración de la actividad que describiremos y analizaremos a continuación.

Por otra parte, en base al análisis de contenido que hemos referido en el apartado de Metodología, hemos podido establecer una red conceptual en la que se describen las relaciones entre los conceptos e ideas fundamentales que se ponen en juego a partir del desarrollo y ejecución de la propuesta didáctica y, también hemos podido establecer una categorización de los tipos de razonamientos estocásticos informales que se podrían poner en correspondencia. Cabe acotar que no desarrollaremos todo el análisis realizado por cuestiones de espacio, pero a continuación haremos referencia a los más relevantes. Respecto de las *ideas estocásticas fundamentales*, las dos más importantes, en el sentido que sirven de eje al desarrollo de todas las demás, son:

- ***Ideas referidas a los Datos.*** Esta propuesta permite la manipulación concreta de datos, los cuales cobran significado, ya que los mismos se recolectan a partir de la propia realización del juego (datos reales). Además, permite introducir la simulación con el objetivo de obtener mayor volumen de datos en menos tiempo (datos simulados), los cuales se asocian a los datos reales que se obtienen al inicio del trabajo. Por otra parte, tanto los datos reales como los simulados, permiten mostrar que sin ellos no es posible sacar conclusiones o dar respuestas a las preguntas planteadas.

- ***Ideas referidas a los Modelos.*** Se plantean diferentes tipos de exploraciones y análisis, tanto de las distribuciones de frecuencias empíricas en la realización concreta del experimento, como de los resultados posibles del experimento aleatorio que modela esta actividad. El hecho de pedir a los alumnos que contrasten sus ideas previas con lo que esperan que ocurra y con los resultados que efectivamente obtienen, nos permitirá introducir la idea de que, para determinadas ocasiones podremos dar respuestas más rápidamente si buscamos un modelo que se ajuste a nuestros datos. Asimismo, cuando hacemos restricciones en las condiciones iniciales del experimento, por ejemplo, cuando decidimos que el evento que nos va interesar analizar es sólo cuando aparece "un número impar", estamos induciendo a la construcción de las condiciones de un modelo específico que sería el modelo binomial. Por otro lado, cuando no consideramos esa restricción o cuando los hacemos reflexionar sobre la consideración o no del orden, estamos induciendo a que los alumnos reflexionen sobre si el modelo que comenzamos a construir (o que terminaremos definiendo, dependiendo del curso de nuestros alumnos) puede servir a esta situación o no.

En cuanto a los *tipos de razonamiento estadístico* que hemos caracterizado previamente, podemos decir que es posible promover todos ellos y más específicamente:

- **Reconocer la necesidad de los datos:** no se parte de un conjunto de datos otorgados por el docente, sino que los alumnos serán los encargados de generar su propio conjunto de datos, que a su vez serán distintos a los de otros grupos por causa de la aleatoriedad.
- **Transnumeración:** se produce en diversas situaciones a lo largo de la propuesta, por ejemplo, cuando realizan 100 extracciones y, a partir del gráfico de barras, deben analizar y saber "leer" el gráfico para poder responder qué jugador ganó una mayor cantidad de veces, o deben analizar si el jugador A tiene mayor o menor probabilidad de ganar que B o C.
- **Percepción de la variación:** es posible trabajar con la idea de variación a partir de la comparación de los resultados obtenidos en los distintos grupos. Los estudiantes podrán observar la variación y también se

podrá profundizar en el origen de la misma, a partir de interpretar la idea de experimento aleatorio. Asimismo, al comparar los resultados entre grupos, se puede introducir la idea de variación en el muestreo y se puede discutir sobre los errores que pueden presentarse cuando se sacan conclusiones basadas en una sola muestra, en una muestra pequeña o en una muestra no representativa.

- **Razonamiento con modelos estocásticos:** con las partes 1 y 2 se puede analizar el concepto de distribución y las características particulares de una distribución triangular. Desde la parte 3, se introducen los elementos que constituirán las condiciones que debe verificar el modelo binomial y, a partir de él, analizar alcances y limitaciones.
- **Integración de la estadística y el contexto:** este tipo de razonamiento se lo puede observar en el momento que los alumnos exponen y comparan los resultados obtenidos con los de todos los grupos de la clase, observan que no importa el conjunto de datos o los números que hayan definido al principio, ya que pueden construir el mismo modelo obteniendo las mismas regularidades.

Conclusiones

Dada la importancia del Razonamiento Inferencial Informal, la cual se pone en evidencia a través de las distintas investigaciones asociadas al tema y, dadas las dificultades, que estos trabajos muestran, que la mayoría de la gente tiene con este tipo de razonamiento, se hace necesario un mayor acercamiento didáctico al estudio de este tema. Consideramos que, en este sentido, hemos aportado una propuesta que tiene un enorme potencial didáctico ya que permite poner en relación diversas ideas estocásticas fundamentales y tipos de razonamientos que pueden propiciar la generación de los fundamentos de la IEI y en niveles educativos más avanzados, darán sustento a las bases de la inferencia estadística formal.

En una próxima etapa prevemos implementar estas actividades en el aula con el objetivo de observar y analizar los razonamientos que efectivamente pongan en práctica los alumnos, iniciaremos con estudiantes del profesorado de matemática.

Referencias bibliográficas

Bianchi, J. y Tauber, L. (2014). Análisis de contenido de un simulador que permite introducir la idea de distribución muestral. En:*Actas de V Jornadas de Educación Matemática y II Jornadas de investigación en Educación Matemática. Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.*

Gioria, A. (2015). Tipos de razonamientos estadísticos informales que se ponen en relación a través de una tarea de Inferencia Estadística Informal. En: *Actas del XX Encuentro de Jóvenes Investigadores. Universidad Nacional del Litoral.*

McMillan, J.H. y Schumacher, S. (2007). Investigación educativa. 5° edición. Madrid: Pearson.

Tauber, L. (2014). Argumentos utilizados por profesores de matemática para explicar conceptos asociados a la idea de aleatoriedad. *En: Memorias del IV Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos*. Costa Rica: Tecnológica de Costa Rica.

Wild, C. J., y Pfannkuch, M. (1999).Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion).*International Statistical Review, 67(3), 223-265.*

Zieffler, A., Garfield, J., del Mas, R. & Reading, C. (2008). A Framework to support research on informal inferential reasoning.*Statitics Education Research Journal, 7(2),40-58.*

La importancia de las desigualdades en la formación de los futuros profesores en matemática.

JONATHAN EUGENIO ANGELONI
MELINA ESTEFANÍA FLESLER
joniangeloni@gmail.com / melinaflesler@hotmail.com
Facultad de Ciencia y Tecnología sede Oro Verde, Universidad Autónoma de Entre Ríos.

Introducción

Los primeros indicios de la algebrización de las desigualdades se evidencian a mediados del siglo XV, gracias a la publicación de un tratado sobre ecuaciones, realizado antes de su muerte, por Thomas Harriot (1560-1621), donde se presentan algunas novedades en la notación conocida hasta el momento. Una de ellas es el empleo de los símbolos (<) y (>) que reemplazaron las frases "menor que" y "mayor que" respectivamente.

Las desigualdades resultan importantes desde dos puntos de vista, por un lado el intramatemático, donde se emplean, por ejemplo, en el estudio de funciones para determinar valores óptimos, en la desigualdad triangular como herramienta básica para saber si tres números reales positivos pueden ser los lados de un triángulo, en la definición de función convexa, por sólo mencionar algunos muy puntuales. Por otro, una visión extramatemática, vinculada con diversas aplicaciones, tales como se da en la disciplina Probabilidad y Estadística a través del desarrollo de algunos Teoremas importantes.

En las carreras universitarias se hace imprescindible conocer elementos de Probabilidad y Estadística, pero más necesario se hace en los Profesorados de/en Matemática.

En la formación del profesor y a través de éste, en la de los alumnos, se requiere siempre y a lo largo de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática, utilizar desigualdades. En este trabajo no se pretende exponerlas exhaustivamente, sino avanzar un poco más sobre ellas y llegar a otras que se utilizan en el desarrollo de la formación docente, generando un espacio de vinculación horizontal y vertical en la currícula del ciclo superior. Se enuncian varias desigualdades, en donde se expresan las consecuencias y aplicaciones, demostrando solo algunas. Debido a que en muchas competencias internacionales de matemática se presentan diferentes enunciados para demostrar, donde intervienen desigualdades, se ha decidido seleccionar uno y trabajarlo.

Particularmente, en el Profesorado en Matemática, los estudiantes conocen la ley de tricotomía de todo par de números reales y las primeras propiedades de las desigualdades, sin embargo, existe una problemática para la utilización y aplicación de las mismas.

Objetivos

- Reconocer la importancia de las desigualdades en las diferentes cátedras del Profesorado en Matemática.
- Revalorizar algunas desigualdades clásicas que todo docente en matemática debe trabajar de manera apropiada.
- Mostrar la relación que existe entre las diferentes desigualdades empleadas en la cátedra Probabilidad y Estadística II, correspondiente al tercer año del Profesorado en Matemática.

Metodología utilizada

Con frecuencia, en diferentes cátedras del Profesorado en Matemática, se observa la dificultad en el entendimiento de diversos contenidos matemáticos por la falta de saberes sobre desigualdades básicas, siendo éstas, de gran importancia debido a que, en Probabilidad y Estadística, se utilizan muchos desarrollos y resultados de las mismas, donde a través de las observaciones de clases se pudo notar que eran un obstáculo para los estudiantes. Esto se debe a que en el plan de estudios del Profesorado no se prevé la articulación horizontal y vertical de estos temas.

Desarrollo

Se comienza exponiendo algunos ejemplos sencillos, incluyendo la prueba de un problema de olimpiadas, tema por el cual también debemos conocer, estudiar desigualdades los Profesores de/en Matemática, y luego se propone probar algunas desigualdades clásicas que se desarrollaron en el área de cátedra Probabilidad y Estadística.

I. Relación entre la media aritmética y la media geométrica

Sean x e y números reales no negativos, probar que $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$.

Demostración: si x e y son números reales no negativos y sabiendo que $a^2 \geq 0$ para todo número real a, la estrategia que se utiliza es partir de $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2 \geq 0$.

Ahora, en el primer miembro de la desigualdad se desarrolla el cuadrado del binomio:

$$\left(\sqrt{x}\right)^2 - 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + \left(\sqrt{y}\right)^2 \geq 0$$

$$x - 2\sqrt{xy} + y \geq 0.$$

Utilizando las propiedades de las desigualdades, resulta:

$$x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}.$$

Actividades propuestas:

1. Enunciar las propiedades de las desigualdades utilizadas para la prueba anterior.
2. Demostrar la propiedad anterior en forma general, a saber: sean $x_1, x_2, \ldots, x_n$ números reales no negativos, probar que $\frac{x_1+x_2\ldots+x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}$ para $n \geq 2$. Sugerencia: utilizar método de inducción matemática sobre n.

II. Problema de Olimpiada Matemática

Sean a y b números enteros positivos, con $a > 1$ y $b > 2$. Demostrar que $a^b + 1 \geq b \cdot (a+1)$ y determinar cuándo se tiene la igualdad.

Demostración: se utilizará el método de inducción matemática sobre b, debido a que es entero positivo.

i. Se quiere probar que la propiedad es cierta para $b = 3$:

$$a^3 + 1 \geq 3 \cdot (a+1).$$

Como $a>1$ y $a^3+1=(a+1)\cdot(a^2-a+1)$ bastaría probar que $a^2-a+1\geq 3$ [1] para asegurar que $a^3+1=(a+1)\cdot(a^2-a+1)\geq (a+1)\cdot 3$, que es lo que se quiere demostrar.
Pero, la desigualdad [1] es cierta ya que:
$a^2-a+1>a^2-a=a\cdot(a-1)\geq 2$ (de aquí se deduce que $a^2-a+1>2$, entonces $a^2-a+1\geq 3$ dado que a y b son números enteros).
La propiedad es válida para $b=3$.

ii. Se determina la hipótesis del principio de inducción matemática, para ello se supone que dado un valor de b se cumple que $a^b+1\geq b\cdot(a+1)$. A continuación, se demuestra para el siguiente: $b+1$. Se quiere probar: $a^{b+1}+1 \geq (b+1)(a+1)$.
Se comienza con el lado izquierdo de la desigualdad, se suma y resta a; se reemplaza $1=2-1$:

$$a^{b+1}+1=a\cdot\left(a^b+1\right)-\left(a+1\right)+2\geq ab\cdot\left(a+1\right)-\left(a+1\right)+2$$

donde la última expresión se obtiene utilizando la hipótesis, pudiéndose reescribir como:

$$ab\cdot\left(a+1\right)-\left(a+1\right)+2=\left(a+1\right)\cdot\left(ab-1\right)+2>\left(a+1\right)\cdot\left(ab-1\right)$$

Dado que $a>1$ se puede asegurar que

$$ab-1\geq 2b-1=\left(b+1\right)+\left(b-2\right)>b+1$$

lo cual es cierto. Por lo tanto, la desigualdad se vuelve estricta después de $b=3$. Retomando el caso para $b=3$, se observa que $a\cdot(a-1)=2$ únicamente cuando $a=2$.

Finalmente, se ha demostrado por inducción matemática que la desigualdad $a^b+1\geq b\cdot\left(a+1\right)$ siempre es cierta con a y b números enteros positivos, $a>1$ y $b>2$, y que la igualdad se verifica cuando $a=2$ y $b=3$.

III. Algunas de las desigualdades más frecuentes en Probabilidad y Estadística II.

a) Sea X una variable aleatoria (v. a.) discreta que toma n valores reales distintos y sea $f\left(x\right)$ su función de distribución de probabilidad. Probar que $\left|E\left(X\right)\right|\leq E\left(\left|X\right|\right)$.

Demostración: $|E(X)|=|\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot f(x_i)|$, por definición de valor esperado de una v.a. discreta.

Por desigualdad triangular se tiene:

$$|E(X)|=|\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot f(x_i)|\leq \sum_{i=1}^{n}|x_i\cdot f(x_i)|. \text{ [1]}$$

Luego, por propiedades y definición de valor absoluto:

$$|E(X)|\leq \sum_{i=1}^{n}|x_i\cdot f(x_i)|=\sum_{i=1}^{n}|x_i|\cdot f(x_i).$$

Aplicando definición de valor esperado de una función de una v.a. discreta, resulta:

$$\sum_{i=1}^{n}|x_i|\cdot f(x_i)=E(|X|). \text{ [2]}$$

Finalmente, de [1] y [2] y por propiedad transitiva de las desigualdades queda demostrado que:

$$|E(X)|\leq E(|X|).$$

b) Desigualdad de Chebyshev: para llegar a esta desigualdad se necesitan dos resultados.

i. Lema: sea X una v.a. no negativa, entonces $P(X\geq k)\leq \dfrac{E(X)}{k}$, para todo $k>0$.

Demostración: $E(X)=\int_0^{\infty} x\, f(x)dx=\int_0^{k} x\, f(x)dx+\int_k^{\infty} x\, f(x)dx\geq\int_k^{\infty} x\, f(x)dx$

$$E(X)\geq\int_k^{\infty} x\, f(x)dx. \text{ [1]}$$

Por otro lado, $\int_k^{\infty} x\, f(x)dx\geq\int_k^{\infty} k\, f(x)dx=k\int_k^{\infty} f(x)dx=k\cdot P(X\geq k)$

$$\int_k^{\infty} x\, f(x)dx\geq k\cdot P(X\geq k). \text{ [2]}$$

De [1] y [2], por propiedad transitiva de las desigualdades resulta:

$$E(X)\geq k\cdot P(X\geq k).$$

Finalmente, queda demostrado que:

$$\frac{E(X)}{k}\geq P(X\geq k).$$

ii. Desigualdad de Markov: sea X una v.a. no negativa, entonces $P(X\geq k)\leq\dfrac{E(X^r)}{k^r}$, para todo $k>0$ y todo entero positivo r.

Demostración: se sabe que $P(X\geq k)=P(X^r\geq k^r)$ y por el lema anterior, resulta que $P(X^r\geq k^r)\leq\dfrac{E(X^r)}{k^r}$.

Por lo tanto: $P(X\geq k)\leq\dfrac{E(X^r)}{k^r}$.

Retomando la *Desigualdad de Chebyshev*: si X es una v.a. y $E(X)$ es la esperanza de X, la cual existe, entonces $P(|X-E(X)|\geq k)\leq\dfrac{Var(X)}{k^2}$ para todo $k\geq 0$, donde $V(X)$ es la varianza de la variable aleatoria X.

Esta desigualdad da una buena estimación para la probabilidad del evento $|X-E(X)|\geq k$, la cual, generalmente es menor que $\dfrac{Var(X)}{k^2}$.

Una de las principales aplicaciones de la desigualdad de Chebyshev es estimar probabilidades de la forma $P\left(\left| X - E(X)\right| \geq k\right)$ por medio del cálculo de cotas.

Actividad propuesta

3. Demostrar la desigualdad de Chebyshev.
4. Estudiar la definición de función convexa, identificar funciones convexas, utilizar esta definición para clasificar funciones cóncavas. Estudiar la definición de $E(g(X))$, alcances, limitaciones.
5. Enunciar la desigualdad de Jensen. Relacionar el concepto de funciones convexas con la desigualdad de Jensen.

Conclusiones

En este sencillo y breve trabajo se ha mostrado el valor de la utilización de algunas desigualdades esenciales para el abordaje de otros resultados importantes tanto intra como extramatemáticos.

Se dejó en evidencia la importancia del manejo que debe tener todo profesor en matemática, tanto para realizar demostraciones como para las aplicaciones en la cátedra de Probabilidad y Estadística II. Si bien la lista podría ser extensa, solamente se destaca el uso de la desigualdad triangular, trabajada desde el nivel medio y empleada en las demostraciones realizadas.

De lo expuesto queda claro que no todo es sencillo y que se requiere de gran paciencia, pues algunas veces los problemas tienen alguna complejidad. La creatividad al momento de mostrar un tema de Estadística es importante y además hay que hacer adaptaciones de acuerdo al nivel de enseñanza que se quiera realizar. Pero en la constante formación en la que estamos los docentes, es importante tener en cuenta una buena relación entre las diferentes áreas de la matemática, pues puede ser tan motivador como cualquier problema aplicado.

Bibliografía

DeGroot, M. H. (1998), Probabilidad y Estadística, Wilmington, Deleware. E. U. A., (EE. UU.), Addison-Wesley Iberoamericana, S.A.

García Venturini, A. E. (2002), Los Matemáticos que hicieron la Historia, Barcelona (España), Editorial GRAÓ, de IRIF, S. L.

Hernández Noriega, I. (2004), La Mejor Desigualdad tipo Chebyshev (Tesis para obtener el título de Licenciado en Matemáticas)- Universidad de Sonora, Hermosillo (México).

Korovkin, P. (1976), Lecciones populares de matemáticas. Desigualdades, Moscú (Rusia), Editorial Mir.

James, B. (2002), Probabilidade: um curso em nivel intermediario (2 ed.), IMPA.

Courant, R. y John, F. (1985), Introducción al cálculo y al análisis matemático. Ed. Limusa.

Dekking, F. M., Kraaikamp, C., Lopuhaä, H. P. y Mester, L. E. (2005), A modern introduction to probability and statistics: understanding why and how. Ed. Springer.

Dagsputa, Anirban. (2010). Fundamentals of probability: a first course. Ed. Springer.

Los problemas de lugar geométrico como medio para investigar los modos de validación que utilizan los alumnos del profesorado de matemática.

Cintia Ailén Hurani
María Susana Dal Maso
huraniailen@gmail.com
Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral.

Introducción

Que los alumnos logren establecer relaciones geométricas de objetos matemáticos, establecer relaciones entre propiedades y comunicarlas es uno de los objetivos de la geometría. En particular, el concepto de lugar geométrico pertenece al curriculum de enseñanza de la misma.

Como plantea Puig Adam (1980), cuando una figura contiene todos los puntos que cumplen una determinada propiedad, y, recíprocamente, sólo contiene puntos que la cumplen, se dice que es el lugar geométrico de dichos puntos. Este concepto involucra a la doble implicación, lo que resulta complejo para los estudiantes, quienes en muchas ocasiones consideran que la condicional dada y su reciproca dan el mismo mensaje, según se comprobó en un estudio longitudinal realizado por Hoyles y Küchemann (2002), en Samper (2010), que involucró a más de dos mil estudiantes de alto rendimiento de escuelas secundaria en Inglaterra. Esta complejidad pudo observarse también en estudiantes de la cátedra Taller de Geometría del Profesorado de Matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias, quienes presentaban dificultades al trabajar con situaciones problemáticas que involucran el concepto de lugar geométrico, no solo al momento de diferenciar la implicación directa de la recíproca, sino también al formular conjeturas y demostrarlas. No logrando en muchos casos despegarse de la representación gráfica del objeto matemático involucrado.

A partir de lo expuesto, se comienza a considerar la idea de indagar en torno a las dificultades que surgen al trabajar con problemas de lugar geométrico, y durante el ejercicio de una cientibeca en investigación que se desarrolla en el marco del proyecto CAID+D: "estudios de procesos de validación en la producción de conocimientos en clases de matemática de distintos niveles educativos" en la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional del Litoral, se elabora una guía de problemas de lugares geométricos con el objetivo de identificar interacciones, intervenciones, recursos y estrategias que favorecen u obstaculizan los procesos de formulación y validación de conjeturas. Esta propuesta se piensa para implementar en interacción con el software libre de Geometría dinámica GeoGebra, con estudiantes de tercer año del Profesorado de Matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la UNL. Como plantea Santos Trigo (2011) el uso del software dinámico puede resultar una herramienta poderosa para los estudiantes en términos de generar representaciones dinámicas del problema que les permitan identificar relaciones matemáticas.

Luego de la implementación, se observó que los alumnos intentaron plantear conjeturas mencionando hechos útiles para las justificaciones realizadas, y que presentaron mayor dificultad al resolver el problema dos y que, si bien utilizar el software fue un requerimiento nuestro, los escritos realizados por los estudiantes estuvieron totalmente referidos a las representaciones gráficas. Tal como plantea Castellanos (2010), podemos observar que la visualización juega un papel importante, ya que tiene que ver con entender un enunciado mediante la puesta en juego de diferentes representaciones de la situación en cuestión, lo que permite realizar acciones que pueden conducir hacia la solución del problema.

Objetivos de la investigación

- Analizar argumentos que se utilizan en la clase para convencer y convencerse.
- Identificar las dificultades y los errores de los estudiantes en la resolución de problemas de lugares geométricos.
- Observar el rol del software en la obtención del lugar geométrico en la resolución de problemas.
- Identificar y analizar argumentos matemáticos en procesos de validación
- Identificar interacciones, intervenciones, recursos y estrategias que favorecen u obstaculizan los procesos de formulación y validación de conjeturas.
- Analizar demostraciones de lugares geométricos.

Metodología

El presente trabajo se considera según lo planteado por Mc Millan y Schumacher una investigación cualitativa interactiva "(…) consiste en un estudio en profundidad mediante el empleo de técnicas cara a cara para recoger los datos de la gente en sus escenarios naturales." (2005, p.44), en particular, la modalidad de trabajo se corresponde con lo que los autores denominan "estudio de caso":

> …un estudio de caso examina un «sistema definido» o un caso en detalle a lo largo del tiempo, empleando múltiples fuentes de datos encontradas en el entorno. El caso puede ser un programa, un acontecimiento, una actividad o un conjunto de individuos definidos en tiempo y lugar. El investigador define el caso y su límite. Los casos no son elegidos por su representatividad: un caso puede ser seleccionado por su singularidad o puede ser utilizado para ilustrar un tema. (Mc Millan y Schumacher, 2005, p.45).

La muestra seleccionada no es representativa, ya que, el caso ha sido seleccionado por su singularidad y lo que se pretende con él no es establecer generalizaciones, sino realizar un estudio minucioso de las actuaciones de los estudiantes. Dicha muestra está formada por estudiantes que cursan la cátedra Taller de Geometría del Profesorado de Matemática.

El Taller es una materia síntesis ubicada en el segundo cuatrimestre del tercer año del profesorado. Los alumnos que están en condiciones de cursarlo son aquellos que han aprobado Geometría Euclídea Plana en el segundo año de la carrera y han cursado Geometría Euclídea Espacial en el primer cuatrimestre del tercer año, por lo que se considera que los estudiantes cuentan con competencias propias del pensamiento geométrico al momento de implementar la propuesta.

Durante el cursado del Taller de Geometría se tiene acceso a GeoGebra, software libre de geometría dinámica, recurso que se utiliza en el desarrollo de la clase. Este recurso es potente para la obtención del lugar geométrico en la resolución de problemas, pero requiere no solo de conocimientos del software y conocimientos geométricos, sino también de saber combinar dichos conocimientos y aplicarlos de manera conjunta para poder producir los resultados deseados. Además los estudiantes tienen acceso al texto de Geometría Métrica de Puig Adam (1980).

Para recoger la información deseada se implementó al curso completo un cuestionario, "(…) consiste en un proceso estructurado de recolección de información a través de la respuesta a una serie predeterminada de preguntas" (Yuni y Urbano, 1999, 65) y a cuatro de los estudiantes una entrevista dirigida, instrumento que

"(...) se centra sobre unas respuestas subjetivas del informante a una situación conocida en la que se ha visto envuelto y que tiene que ser analizada por el entrevistador previamente a la entrevista" (Cohen y Manion, 1989, p.380). En ambos casos se grabaron las interacciones y se recolectaron las producciones realizadas por los estudiantes en papel y lápiz y los archivos realizados en el software. El cuestionario se presenta a continuación:

Actividad en grupo de dos integrantes:
Trabajaremos con problemas de Lugar Geométrico. Para ello te pediremos que definas LG. dejando registrada la definición.
Trabaja con tu compañero analizando los datos del problema y utiliza en cada caso el software de geometría dinámica GeoGebra para visualizar el problema y conjeturar, para luego demostrarlo.
Escriban un guión por parejas plasmando conjeturas, decisiones y los motivos por los cuales validan o descartan las conjeturas consideradas.
Guía de problemas:
1) Determinar el lugar geométrico del centro de todas las circunferencias que son tangentes a dos rectas l_1 y l_2 que se cortan.
2) En un triángulo ABC antihorario, el lado BC es fijo y el ángulo BAC es constante de amplitud 60°. Al variar el vértice A:
a) determinar el lugar geométrico de los pies de la altura trazada desde B.
b) determinar el lugar geométrico del ortocentro del triángulo ABC.
3) Determinar el lugar geométrico de los centros de todas las circunferencias tangentes a dos circunferencias concéntricas dadas.

Para realizar el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes, se utilizan las categorías propuestas por Perry Carrasco, Camargo, Samper y Morales (2006), quienes realizan una investigación en la cual pretenden realizar aportes a la construcción de un ambiente de aprendizaje que fomente el desarrollo de la competencia demostrativa.

Resultados alcanzados

Al analizar la información recolectada correspondiente al primer ejercicio se observa, en primer lugar, que surgen cuestionamientos entre los estudiantes acerca de la perpendicularidad o no de las rectas secantes, sin embargo, ninguna de las parejas presentó en los archivos de software el caso particular en el que las rectas secantes son perpendiculares. Por otra parte, respecto a este mismo ejercicio, se observa en los registros realizados en papel y lápiz que solo dos de las parejas presentó un argumento que justificaba lo que pedía la tarea. Del resto de las parejas, una realizó un texto al que no fue posible darle sentido debido a su formulación deficiente y la otra desarrolló para una de las implicaciones del lugar geométrico un argumento que no justificaba lo que pedía la tarea ya que, pretendía mostrar que los centros de todas las circunferencias tangentes a dos rectas que se cortan pertenecen a la bisectriz de los ángulos que las rectas determinan, pero se basaba en la afirmación errónea de que todos los puntos de las circunferencias tangentes a dos rectas equidistan de las mimas. Para la otra implicación, la pareja presentó una respuesta que si bien es pertinente no es un argumento, ya que, se mencionan hechos útiles para la justificación que se procura construir pero no se respalda la veracidad de lo enunciado, además, en su redacción no es posible reconocer ilación entre las proposiciones que conforman dicha respuesta.

En las producciones realizadas por los estudiantes en relación al segundo problema, se nota una mayor dificultad para resolverlo respecto de los demás problemas, pues a pesar que la visualización del rastro que deja el ortocentro permite el planteo de conjeturas en función de la construcción realizada, se necesitan soportes teóricos precisos para demostrar el lugar geométrico hallado. Por otra parte, en las grabaciones de audio, se observa que al momento de realizar la construcción del triángulo con las condiciones pedidas surgió un gran debate en la totalidad de las parejas acerca de cómo lograrla. En los archivos de software, se visualiza que en general las parejas utilizaron deslizadores para determinar la variación de la amplitud de los ángulos del triángulo que deseaban construir. En particular, al analizar la respuesta dada por uno de los grupos, se destaca que realizan una primera argumentación basada en la representación gráfica mencionando hechos útiles para la justificación que pretenden construir. Sin embargo, al final de dicha argumentación presentan una leyenda afirmando que la argumentación dada está mal porque habían determinado mal la altura del triángulo en la representación gráfica. Si bien el error mencionado no se observa en el archivo de software, la leyenda presentada nos hace reflexionar acerca de cómo una confusión surgida al interpretar lo realizado en el software provocó que la pareja anule un argumento que quizás hubiera sido correcto.

Al analizar las respuestas dadas para el tercer problema planteado, se destaca que las parejas tienen en cuenta solo un caso, de los dos posibles en que las circunferencias son tangentes a las dos concéntricas dadas. La idea de este problema es que los estudiantes, poniendo en juego sus conocimientos previos y haciendo uso de las posibilidades que brinda el software puedan establecer relaciones y hallar ambas soluciones. Siguiendo lo planteado por Itzcovich (2005) es tarea de los alumnos establecer conjeturas sobre las relaciones observadas y encontrar argumentos que las justifiquen, inferir, a partir de los datos y con el apoyo de las propiedades, relaciones que no están explicitadas y que llevarán a establecer el carácter necesario de los resultados.

En general, luego de realizar el análisis se considera que la utilización del software fue fundamental al momento de interpretar las situaciones planteadas y establecer conjeturas a partir de las relaciones observadas, específicamente en el problema dos, en el que varios estudiantes manifestaron entender el enunciado luego de ver su representación gráfica. Por otra parte, se destaca que si bien el uso del software favorece la exploración y la elaboración de conjeturas, son indispensables los conocimientos teóricos del alumno y el uso que haga de ellos para hallar, mejorar y validar los resultados. Respecto a esto último, se observa que los estudiantes presentaron dificultades al momento de determinar la implicación directa y la implicación recíproca del lugar geométrico, siendo sólo un grupo el que presentó explícitamente la implicación directa y la implicación recíproca al resolver el problema dos, lo que nos permite afirmar que en muchos casos, al trabajar con lugares geométricos la exploración realizada en el software no conduce necesariamente a la determinación y diferenciación de ambas implicaciones.

Conclusiones

Según las categorías propuestas por Perry Carrasco, Camargo, Samper y Morales (2006), y luego de analizar las respuestas de los estudiantes acordamos que respecto al primer ejercicio la mayoría de las parejas presenta un argumento que justifica lo que pide la tarea con alguna imprecisión no esencial por lo que fue categorizada dentro de la categoría denominada como C4. Una pareja que no presenta respuesta alguna fue categorizada dentro de la categoría C1 y otra que presenta para una de las implicaciones del lugar geométrico un argumento que no justifica lo pedido en la tarea, es considerada dentro de la categoría C3. Esta última pareja, para la implicación recíproca de lugar geométrico, desarrolla una respuesta que si bien es pertinente no argumenta correctamente por lo cual es considerada dentro de la categoría C2.

En lo que respecta al problema dos, se observa que en la mayoría de los casos no existe una respuesta o la respuesta presentada no es pertinente por lo que dichas respuestas son categorizadas como C1, sin embargo, uno de los grupos presenta como respuesta a una de las implicaciones del inciso (a) un argumento que si bien tiene ciertas imprecisiones justifica lo que se quiere probar, por lo cual es considerada dentro de la categoría C4. Por el contrario, para ese mismo inciso pero para la otra implicación, el grupo presenta un argumento que no justifica lo solicitado por lo que pertenece a la categoría C3. Se destaca también que otro de los grupos, si bien es considerado dentro de la categoría C1 respecto al inciso (a), para el inciso (b) presenta una respuesta, que si bien no es un argumento esperado, es pertinente para lo que se intenta justificar, por tanto es considerada dentro de la categoría C2.

Consideramos que los problemas de lugar geométrico son un campo propicio para trabajar la conjetura y la demostración en matemática, pero la demostración como condición necesaria para validar su producción no surge espontáneamente, no se evidencia como una necesidad, más aún si logran una representación con algún software de geometría dinámica que favorezca la visualización.

Bibliografía:

Castellanos Espinal, I. (2010). Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N. Recuperado el día 17 de febrero de 2017, disponible en file:///C:/Users/Ail%C3%A9n/Desktop/visualizacion-y-razonamiento-en-las-construcciones-geometricas-utilizando-el-software-geogebra-con-alumnos-de-ii-de-magisterio-de-la-enmpn.pdf

Cohen, L y Manion, L. (1990). Métodos de investigación educativa. Madrid: La muralla.

Itzcovich, H. (2005). Iniciación al estudio didáctico de la Geometría. De las construcciones a las demostraciones. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

McMillan, J y Schumacher, S. (2005). Investigación educativa. Una introducción conceptual. Madrid: Addison Wesley Longman.

Perri Carrasco, P., Samper, C. y otros. (2006). Actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemáticas. Bogotá. Colombia: Nomos S.A.

Puig Adam, P. (1986). Curso de geometría métrica. Madrid: Euler.

Samper, C., Perry, P., Camargo, L. y otros. (2010). Educación matemática. Geometría dinámica: su contribución a la comprensión de condicionales de la forma si-entonces. Vol 22. 119-142.

Santos Trigo, L. M. (2011). La educación matemática, resolución de problemas, y el empleo de herramientas computacionales. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, Año 6, 8, 35-54. Costa Rica.

Yuni, J y Urabano, C. (1999) Investigación etnográfica e investigación acción. Córdoba: Editorial Brujas.

Concurso de Fotografía: “La matemática está en todas partes”.

Jurado:

ELEONORA CERATI
Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral.

FEDERICO INCHAUSPE
Fotogalería Municipal.

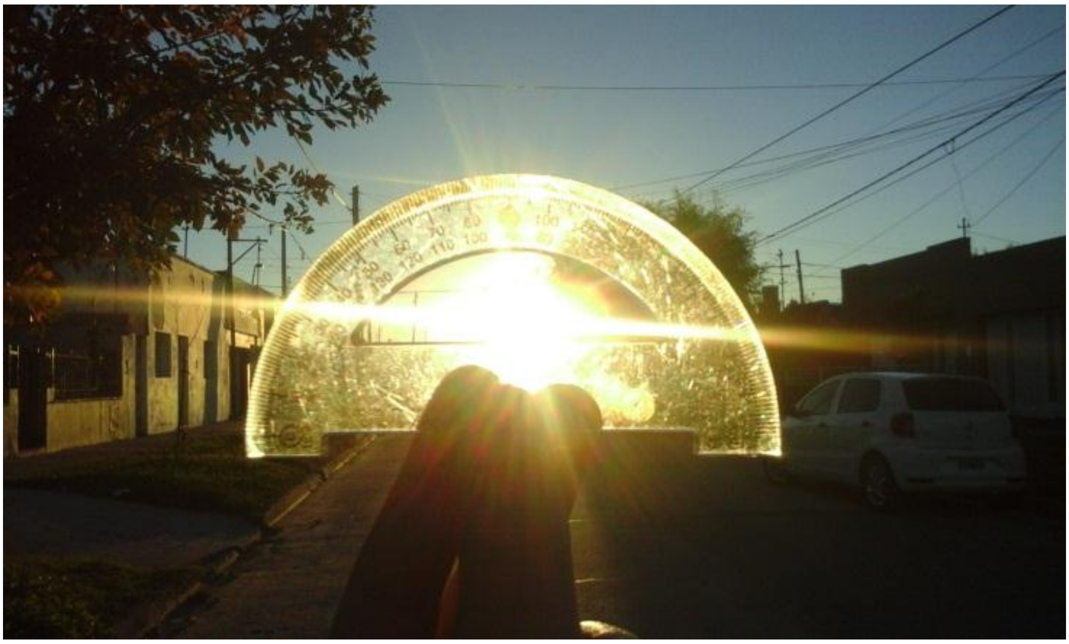
BERARDINO SANTIROCCO
Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral.

Categoría A: Alumnos de primer año y segundo año de la escuela secundaria.

Primer premio: Vida desde otro ángulo.

CAMILA GÓMEZ BARRERO
EESOPI n° 8002 San José. Santa Fe.

El espacio, lo real, el mundo y su medida. El primer plano y la provocativa dimensión en perspectiva de un instrumento elemental para la medida de ángulos hace muy simpática la alusión a una obsesiva mirada del mundo a través de su medida. Un chistoso guiño a la pitagórica concepción de que "Todo es Número".



Segundo premio: Esfera de jabón.

ABRIL GIGENA
EESOPI n° 8002 San José. Santa Fe.

Dos mundos en una foto: el platonismo y la matemática. La esfera del mundo de las ideas y el esquivo número y la incierta forma de las hojas de un bosque. La matemática es el puente entre esos mundos de lo contingente y lo inmutable.

Mención: Colours in shape.

SOPHIA SHAIEL PERA
EESOPI n° 8002 San José. Santa Fe.

Un interesante primer plano en una simple composición triangular que aúna colores y sombras. A los contenidos matemáticos analizados puede sumarse la simetría (en el reflejo) y el cubrimiento del plano por hexágonos.

<u>Categoría B</u>: Alumnos de tercer año y cuarto año de la escuela secundaria.

Primer premio: The negative one.

Uriel Sebastián Pedrini
Escuela de Educación Técnico Profesional Nº 690 – "Lucía Araoz". Ángel Gallardo, Santa Fe.

¿Cuál es la menor distancia del sol al árbol? Tal vez Aristarco motivó sus geniales trabajos con esta elemental pregunta. Sus razonamientos supusieron la esfericidad de la tierra en el s. III a.C. El punto, la recta, el plano, la esfera son abstracciones útiles para dar respuestas a preguntas que nos surgen en nuestro asombro al contemplar el mundo en que vivimos. La niebla en la fotografía da un nivel de abstracción que modifica el paisaje.

Segundo premio: La vida paralela.

Selene Aluminé Finós
EESOPI n° 8002 San José. Santa Fe.

Una simple rotación de eje nos puede ayudar a percibir patrones ocultos a nuestra mirada habitual. La simetría, la hipérbola, el eje, son instrumentos que nos permiten reducir a conceptos básicos algunas percepciones usuales. La matemática suele aportar formas específicas de organizar procesos de pensamientos que ayudan a buscar soluciones mediante estrategias o algoritmos abstractos.

Mención: Las funciones del tren

MARIANO MATÍAS TITTONI
Anexo Escuela de Educación Secundaria Orientada Nº 1691 - "Arroyo Aguiar", Arroyo Aguiar, Santa Fe.

En una imagen fotográfica clásica, en la que las vías se unen con el paisaje y la luz, aparecen el punto de fuga, las cónicas, y otros numerosos elementos matemáticos, que conforman un todo armonioso.

<u>Categoría C</u>: Alumnos de quinto año de la escuela secundaria y los alumnos de los cursos superiores de aquellas escuelas que tengan una duración mayor a 5 años.

Primer premio: Fractales pasajeros.

LUCÍA VILLA URIA
EESOPI N° 8002 San José, Santa Fe.

Una imagen nos puede animar a la reflexión sobre la estructura del detalle. La superficie, la temperatura, la ecuación del calor y la teoría fractal son herramientas matemáticas que nos permiten hacer inteligible la física de la condensación. Un amanecer, una ventanilla, el juego de contrastes, nos llevan a un viaje a nuestra comprensión del mundo.

FHUC UNL

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL
FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS